日本機械学会論文集(C編)
65巻633号(1999-5)

論文 No. 98-1295

分権的生産システムの最適化に関する研究*
(第1報，非協力ゲームによる単一期間生産計画問題の最適化)

奥　田　和　重*1

Studies of Autonomous Decentralized Manufacturing System
(1 st Report, Optimization of Single-Period Production Planning Problem by Noncooperative Game)

Kazushige OKUDA

In this paper, a method for the decentralization of multi-stage manufacturing systems is proposed under the noncooperative game. Necessary optimality conditions and Nash equilibrium solution as optimal production plan are derived for single-period production planning problem of autonomous decentralized manufactuing systems that consists of multistages. Numerical examples are solved to examine the validity of the proposed approach.

Key Words: Manufacturing Systems, Autonomous, Decentralized, Noncooperative Game, Nash Equilibrium Solution, Multi-stage, Production Planning

1. 緒　言

自律分散型生産システム(Autonomous Decentralized/Distributed Manufacturing System)に関する研究(1)~(4)における研究の契機は，生産システムが大規模化，複雑化することによって、従来のように情報を集中させた階層構造を持つ生産システムでは対応できなくなってきていることにある．さらに，情報・通信機器の発達が分散構造を持つ生産システムの実現を可能にしていることも契機とされている．そして，これらの研究で取り上げられている自律分散型生産システムの特徴は，生産システムの構成要素が自律的な意思決定機能と意思決定を行うための情報処理機能を持つことである．このようなシステムは，従来から分権的システム(Decentralized System)と呼ばれ，主に分割原理に基づいたアプローチがなされてきた(5)．このアプローチは，大規模な数理計画問題として定式化される最適化問題をいくつかの小規模な部分最適化問題に分割し，この部分最適化問題が自律的な意思決定機能と情報処理機能を持つ意思決定単位であると解釈することによって，システムが分権的であるとしている．

近年の自律分散型生産システムと分割原理に基づく分権的システムの大きな相違は，意思決定単位を統括する上位の部分システムの存在である．分割原理に基づいた分権的システムは，システム全体の最適化を達成するために上位の部分システム(コーディネータ)が存在し，部分システム間の相互関係を調整する．これに対して，自律分散型生産システムでは生産システムの構成要素間の調整を行う上位の部分システムが存在しないので，構成要素が互いに情報交換することによってこの調整を行う．このような非階層構造を持つ生産システムの最適化問題に関する報告はすでになされているが(6),(7)，理論的には十分とはいえない．

本研究でも自律的な意思決定機能を持つ構成要素からなる生産システムを考える．本研究では，生産システムを構成する各工程がこの構成要素になる．各工程が自律的な意思決定権限を持つことは，生産の計画と管理に関する意思決定の権限と責任が賦与されていることで，生産システムの組織構造が分権的であるといえる．このような生産システムは分散型(Distributed)よりも分権的(Decentralized)と呼ぶべきで，本研究では分権的生産システム(Autonomous Decentralized Manufacturing System)と呼ぶことにする．

分権的生産システムでは，すべての権限を分権化するのではなく一部を上位レベルの意思決定単位に保留するので，組織構造は通常階層構造となる．本研究では，この保留された意思決定権限は各工程が達成すべき生産目標を設定する権限であるとする．すなわち，上位レベルの意思決定単位は生産システム全体に関する長期間の生産計画を立案し，その第1期の計画値を生産目標として各工程に提示する．各工程はこの生産目標を達成するように単一期間の生産計画を立案するのであるが，各工程が独自に計画すると生産システム全体では実行不可能な生産計画になる可能性がある．このような事態を防ぐために，各工程は他の工程と生産計画に関する情報を交換し，工程間の相互関係を調

* 原稿受付　1998年8月24日.
*1 正員，小樽商科大学(〒047-0034 小樽市緑3-5-21).
E-mail: okuda@res.otaru-uc.ac.jp

整する．

本研究では，上位レベルの意思決定単位による生産計画がすでに決定しており，各工程に対して生産目標が与えられている場合を考える．この前提条件のもとに，各工程の生産計画に関する意思決定問題を定式化する．そして，定式化した意思決定問題に対して非協力ゲームの理論を適用し，生産計画問題の最適化を行う．その結果から工程間の相互関係を検討する．２章では，本研究で取り扱う分権的生産システムのモデルを明らかにする．３章では，非協力ゲームの理論に基づいて各工程の生産計画を最適にする方法を述べる．４章では，具体的なモデルによって検討するために，数値計算例を示す．

2. 分権的生産システム

2.1　分権的生産システムへのアプローチ　　階層構造を持つ分権的生産システムに対するアプローチの一つとして，前述の分割原理に基づいた方法がある[5]．これは集権的に計画・管理するには困難な大規模・複雑なシステムを適当な部分システムに分割し，これに下位レベルの意思決定者を配置して，それらを統合する上位レベルの意思決定者を設置するものである．下位レベルの意思決定者は，各部分システムの最適化を行い，上位レベルの意思決定者は部分システム間の相互関係を調整して，システム全体の最適化を達成しようとするものである．この場合，各部分システムの最適化は他の部分システムとは独立に行え，また組織も階層構造になっている．しかしシステムの分割は，システム全体の最適化問題として定式化される数理モデルの分割可能性に基づいて行われている．また上位レベルの意思決定者は部分システム間の相互関係の調整のみを行っている．したがって，分割原理に基づいたアプローチでは，部分システムの意思決定者は最適化のための計算を分担して行っているものといえる．

上位と下位の意思決定者が機能を分担した場合を取り扱っているものにたとえば荻野[8]がある．これは下位レベルのミクロモデルを集約した上位レベルのマクロモデルを考え，上位レベルは下位レベルに対して制御目標値を示し，下位レベルは目標値をできるだけ達成しようとするものである．この方法では，上位レベルの意思決定者は各部分システムに対する制御目標を設定すると同時に，部分システム間で交換される情報の仲介も行っている．したがって，部分システム間での情報交換が直接行なわれることはない．

Hax らの HPP(Hierarchical Production Planning) モデル[9]は製造する品物の集約化の程度によって生産

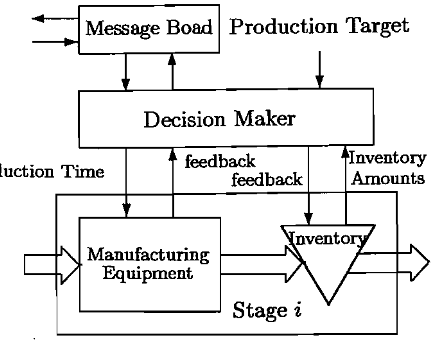

Fig. 1　Production stage

計画を三つのレベルに階層化している．このモデルでは，上位レベルで決定された生産計画は下位レベルに指示されるが，下位から上位への情報のフィードバックは考慮されていない．Graves[10]は HPP モデルの上位レベルである第一レベルと第二レベルの間に Lagrange 乗数を導入したフィードバック則を提案している．

自律分散型生産システムに関する研究[1]~[4]では，主にスケジューリング問題を取り扱っている．そこでは実行可能解を得るための種々のアルゴリズムが提案されているが，最適化解析がなされていないので，最適解への収束性が保証されていない．

2.2　前提条件　　上位レベルの意思決定単位によって生産目標が与えられている場合に，各工程の単一期間生産計画問題を最適化するために，前提条件を以下のように設定する．

(1) 分権的生産システムは N 工程で構成され，各工程は自律的な意思決定単位であるとする．各工程を添字 i で表す $(i = 1, \cdots, N)$．各工程は図1のように生産設備と仕掛在庫からなり，生産の計画と管理を行う意思決定者が存在する．各工程の意思決定者は Message Boad を介して他工程と情報交換できるものとする．

(2) 各工程では m_i 種類の製品 P_{ik} $(k = 1, \cdots, m_i)$ を製造し，製造する生産時間を $\mathbf{x}_i \in \mathcal{R}^{m_i}$，在庫量を $\mathbf{y}_i \in \mathcal{R}^{m_i}$ とする．また需要量と初期在庫量は既知でそれぞれ $\mathbf{d}_i \in \mathcal{R}^{m_i}$，$\mathbf{y}_i^0 \in \mathcal{R}^{m_i}$ とする．

(3) 各工程には生産目標として，目標生産時間 $\mathbf{X}_i \in \mathcal{R}^{m_i}$ と目標在庫量 $\mathbf{Y}_i \in \mathcal{R}^{m_i}$ が上位レベルの意思決定単位によって与えられており，これらの生産目標を達成するための生産能力は十分に与えられているものとする．

(4)製品は工程計画によって定められた工程の加工を順次受け完成品となる．加工が終了した製品は仕掛在庫に送られ，後続工程から要求があれば直ちに出庫される．また生産リードタイムと製品の生産順序は考慮しない．品切れは許されないものとする．

3. 生産計画問題の最適化

3.1　生産計画問題の設定　各工程の意思決定者は，与えられた生産目標を達成するように生産時間と期末在庫量を決定し，生産計画の最適化を行う．これを行うために，各工程の目的関数 $f_i(\mathbf{y}_i, \mathbf{x}_i)$ を生産目標からのずれの二乗和として表すことにする．すなわち，目的関数は

$$f_i(\mathbf{y}_i, \mathbf{x}_i) = \frac{1}{2}\{(\mathbf{y}_i - \mathbf{Y}_i)^\top Q_i'(\mathbf{y}_i - \mathbf{Y}_i) + (\mathbf{x}_i - \mathbf{X}_i)^\top R_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{X}_i)\} \qquad (1)$$

である．Q_i'とR_iは，生産目標からのずれに対するペナルティ係数でm_i行m_i列の対角行列である．一方，期末在庫量$\mathbf{y}_i$は，他工程に送られる量（内部需要量）を考慮して次式によって与える．

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i^0 + B_{ii}\mathbf{x}_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{N} B_{ij}\mathbf{x}_j - \mathbf{d}_i \qquad (2)$$

ここで$B_{ij} = B_{ij}'p_j$，B_{ij}'は工程iの後続工程jで生産する製品1個に要する工程iの製品の数で$m_i \times m_j$行列，p_jは工程jで生産する製品の単位時間当りの生産個数（個／時間）でm_jベクトルである．工程$i(i = 1, \cdots, N)$における単一期間生産計画問題は，式(2)と$\mathbf{y}_i$と$\mathbf{x}_i$の非負条件を制約条件として，式(1)を最小にすることである．

3.2　非協力ゲームによる定式化　前節で設定した生産計画問題をみると，式(2)に他工程の決定変数$\mathbf{x}_j(j \neq i, j = 1, \cdots, N)$が存在する．これは生産計画立案時において未知の変数であるので，式(1)，(2)と非負条件で定式化される生産計画問題を解くことは困難である．この$\mathbf{x}_j$を知ることなしに，生産計画問題の最適化を行う必要がある．このような問題を最適にする方法として，非協力ゲームにおける Nash 均衡解を求める方法[11]がある．この Nash 均衡解は次のように定義される[12]．

> 定義　N人非協力ゲームにおいて Nash 均衡解が存在するならば，N人の意思決定者がこの Nash 均衡解を採用する限り，いずれの意思決定者も自己の目的関数を改良するような解は存在しない．

前節で定式化した生産計画問題にこの定義を適用するために，式(2)を式(1)の$\mathbf{y}_i$に代入し，これをJ_iとする．すなわち，

$$J_i(\mathbf{x}_1, \cdots, \mathbf{x}_N) \equiv f_i(\mathbf{y}_i^0 + B_{ii}\mathbf{x}_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{N} B_{ij}\mathbf{x}_j - \mathbf{d}_i, \mathbf{x}_i) \qquad (3)$$

これを用いると，先の定義は次のように書くことができる．

$\mathbf{x}_i^*$が Nash 均衡解であるとすると，すべての$i(i = 1, \cdots, N)$について

$$J_i(\mathbf{x}_1^*, \ldots, \mathbf{x}_{i-1}^*, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1}^*, \cdots, \mathbf{x}_N^*) \geq J_i(\mathbf{x}_1^*, \cdots, \mathbf{x}_{i-1}^*, \mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_{i+1}^*, \cdots, \mathbf{x}_N^*) \qquad (4)$$

が成り立つことである．

式(4)を満たす Nash 均衡解を求めるために，前節で設定した生産計画問題を書き換える．式(2)は右辺第3項の内部需要量（$\Sigma_{j=1}^{N} B_{ij}\mathbf{x}_j$）によって，他工程の生産時間が工程$i$に及ぼす影響を表している．しかし先に述べたように未知の決定変数$\mathbf{x}_j$が存在するために生産計画問題の最適化を困難にしている．そこで本研究では，各工程は他工程と Message Boad を介して情報を交換することによって$\mathbf{x}_j$の情報がなくても自工程の生産計画を決定できる方法を提案する．工程間で情報交換できる情報には，生産計画立案前に各工程が持っている情報（これを事前情報と呼ぶことにする）と，生産計画を立案して初めて得られる情報（これを事後情報と呼ぶことにする）がある．長谷部ら[4]は各工程がスケジュールを決定した後にスケジュールに関する情報を交換する方法を提案しているが，これは事後情報を交換する方法で解が収束する保証はない．本研究では事前情報を交換する方法を採用する．計画立案時に各工程が持つ情報は$\mathbf{y}_i^0$，B_{ii}，B_{ij}，$\mathbf{d}_i$，$\mathbf{X}_i$，$\mathbf{Y}_i$，Q_i'，R_iで，これらの情報は計画立案前に交換することができる事前情報である．事後情報は，生産計画を立案することによって得られる生産時間$\mathbf{x}_i$と期末在庫量$\mathbf{y}_i$である．そこでまず工程間の相互関係をあらわす行列B_iを$B_i = (-B_{1i}, \cdots, -B_{i-1i}, B_{ii}, -B_{i+1i}, \cdots, -B_{Ni})^\top$と置く．これは$\Sigma_{j=1}^{N} m_j \times m_i$行列である．これによって$\mathbf{x}_i$が他工程に及ぼす影響を知ることができる．また$\mathbf{y}_i^0$，$\mathbf{d}_i$も$\mathbf{y}^0 = (\mathbf{y}_1^0, \cdots, \mathbf{y}_N^0)^\top$, $D = (\mathbf{d}_1, \cdots, \mathbf{d}_N)^\top$と置く．これらを用いて式(2)を書き換えると次のようになる．

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}^0 + \sum_{j=1}^{N} B_j\mathbf{x}_j - D \qquad (5)$$

ここで $\mathbf{y}=(\mathbf{y}_1,\cdots,\mathbf{y}_N)^\top$である．

上記の書き換えにしたがって式(1)の目的関数を次のように書き換える．

$$f_i(\mathbf{y},\mathbf{x}_i)=\frac{1}{2}\{(\mathbf{y}-\mathbf{Y})^\top Q_i(\mathbf{y}-\mathbf{Y}) +(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)^\top R_i(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)\} \quad (6)$$

ここで $\mathbf{Y}=(\mathbf{Y}_1,\cdots,\mathbf{Y}_N)^\top$である．$Q_i$は$i$番目の対角ブロック行列が$Q_i'$であるような$\Sigma_{j=1}^N m_j$行$\Sigma_{j=1}^N m_j$列の対角行列である．

以上のことより，工程iの単一期間生産計画問題は変数の非負条件と式(5)のもとに式(6)の目的関数を最小にする問題となる．

3.3 最適化解析　前節で定式化した工程iの単一期間生産計画問題を整理すると次のようになる．

$$\text{Min. } f_i(\mathbf{y},\mathbf{x}_i)=\frac{1}{2}\{(\mathbf{y}-\mathbf{Y})^\top Q_i(\mathbf{y}-\mathbf{Y}) +(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)^\top R_i(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)\} \quad (7)$$

$$\text{sub. to } \mathbf{y}=\mathbf{y}^0+\sum_{j=1}^N B_j\mathbf{x}_j-D \quad (8)$$

$$\mathbf{y}\geq\mathbf{0},\mathbf{x}_i\geq\mathbf{0} \quad (9)$$

式(4)を満たす Nash 均衡解を求めるために，この問題に対する Lagrange 関数を次のように定義する．

$$\begin{aligned}
&L_i(\mathbf{y},\mathbf{x}_1,\cdots,\mathbf{x}_N,\lambda_i)\\
&\equiv\frac{1}{2}\{(\mathbf{y}-\mathbf{Y})^\top Q_i(\mathbf{y}-\mathbf{Y})+(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)^\top R_i(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)\}\\
&\quad+\lambda_i^\top(\mathbf{y}^0+\sum_{j=1}^N B_j\mathbf{x}_j-D-\mathbf{y})\\
&=\frac{1}{2}\{(\mathbf{y}^0+\sum_{j=1}^N B_j\mathbf{x}_j-D-\mathbf{Y})^\top Q_i\\
&\quad(\mathbf{y}^0+\sum_{j=1}^N B_j\mathbf{x}_j-D-\mathbf{Y})\\
&\quad+(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)^\top R_i(\mathbf{x}_i-\mathbf{X}_i)\}\\
&\quad+\lambda_i^\top(\mathbf{y}^0+\sum_{j=1}^N B_j\mathbf{x}_j-D-\mathbf{y})
\end{aligned}$$

ここで$\lambda_i\in\mathcal{R}^{m_i}$は Lagrange 乗数である．

これより Nash 均衡解が存在するための必要条件は，すべての$i(i=1,\cdots,N)$について次式が同時に成り立つことである．

$$\frac{\partial L_i}{\partial\mathbf{y}}=Q_i(\mathbf{y}^*-\mathbf{Y})-\lambda_i^*=\mathbf{0} \quad (10)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial\mathbf{x}_i}=B_i^\top Q_i(\mathbf{y}^*-\mathbf{Y})+R_i(\mathbf{x}_i^*-\mathbf{X}_i) +B_i^\top\lambda_i^*=\mathbf{0} \quad (11)$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial\lambda_i}=\mathbf{y}^0+\sum_{j=1}^N B_j\mathbf{x}_j^*-D-\mathbf{y}^*=\mathbf{0} \quad (12)$$

$$\mathbf{y}^*\geq\mathbf{0},\mathbf{x}_i^*\geq\mathbf{0} \quad (13)$$

式(10)，(11)より$\mathbf{x}_i^*$を求め，これを式(12)に代入して$\mathbf{y}^*$に関して整理すると，Nash 均衡解における期末在庫量は次のようになる．

$$\mathbf{y}^*=\Gamma^{-1}(\mathbf{y}^0-\mathbf{Y})+V+\mathbf{Y} \quad (14)$$

ここで

$$\Gamma\equiv I+2\sum_{j=1}^N B_jR_j^{-1}B_j^\top Q_j \quad (15)$$

$$V\equiv\Gamma^{-1}(\sum_{j=1}^N B_j\mathbf{X}_j-D) \quad (16)$$

Iは$\Sigma_{j=1}^N m_j\times\Sigma_{j=1}^N m_j$単位行列である．また$\Gamma$は式(15)より$\Sigma_{j=1}^N m_j$行$\Sigma_{j=1}^N m_j$列の正則行列である．これを用いて$\mathbf{x}_i^*$と$\lambda_i^*$を求めると，

$$\mathbf{x}_i^*=-2R_i^{-1}B_i^\top Q_i\{\Gamma^{-1}(\mathbf{y}^0-\mathbf{Y})+V\}+\mathbf{X}_i \quad (17)$$

$$\lambda_i^*=Q_i\{\Gamma^{-1}(\mathbf{y}^0-\mathbf{Y})+V\} \quad (18)$$

を得る．

以上の展開より，式(10)~(13)を同時に満たすNash均衡解は式(17)で与えられ，そのときの期末在庫量は式(14)で与えられる．これらの式から明かなように，各意思決定者は計画立案時に$\mathbf{y}_i^0$, B_i, Q_i, R_i, $\mathbf{X}_i$, $\mathbf{Y}_i$, $\mathbf{d}_i$を互いに交換することによって，他工程の生産時間$\mathbf{x}_j$を知ることなしに自工程の生産計画を立案することができる．このようにして立案される生産計画は他工程との相互関係を満たしている．

4. 数値計算例

4.1 2工程生産システム　数値計算例のモデルとして図2に示す2工程生産システムを考える．各工程に提示される生産目標は，上位レベルの意思決定単位が計画立案した長期生産計画の第1期に生産する製品の生産時間と期末在庫量であるとする．また，第1期における各製品の需要量は確定しているものとする．各工程の意思決定単位は，工程間の相互関係を考慮して需要量を満たし，かつ生産目標を達成するように単一期間の生産計画を立案する．

図2に示しているように，工程2で生産される製品P_{21}は工程1で生産される製品P_{11}を1個用いるものとする．このとき，B_{ij}'と$B_i(i,j=1,2)$は次のようになる．

$$B_{11}'=[1],B_{12}'=[1],B_{21}'=[0],B_{22}'=[1]$$

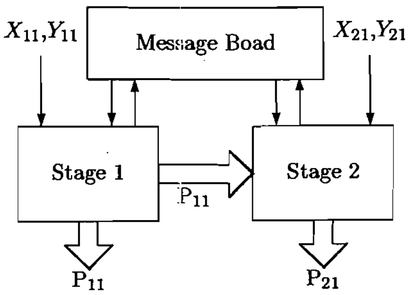

Fig. 2 2-stage manufacturing system

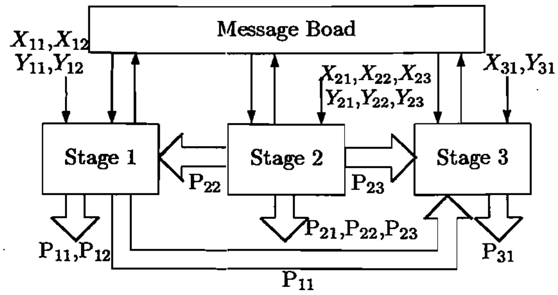

Fig. 3 3-stage job-shop type manufacturing system

$$B_1=\begin{bmatrix}p_{11}\\0\end{bmatrix}, B_2=\begin{bmatrix}-p_{21}\\p_{21}\end{bmatrix}$$

またQ_i，$R_i(i=1,2)$は次のようである．

$$Q_1=Q_2=\begin{bmatrix}q_{11}&0\\0&q_{21}\end{bmatrix}, R_1=[r_{11}], R_2=[r_{21}]$$

式(15)よりΓは次のようになる．

$$\Gamma=\begin{bmatrix}1+\frac{2p_{11}^2q_{11}}{r_{11}}+\frac{2p_{21}^2q_{11}}{r_{21}} & \frac{-2p_{21}^2q_{21}}{r_{21}}\\ \frac{-2p_{21}^2q_{11}}{r_{21}} & 1+\frac{2p_{21}^2q_{21}}{r_{21}}\end{bmatrix}$$

Γの逆行列は

$$\Gamma^{-1}=\begin{bmatrix}\gamma_{11}&\gamma_{12}\\\gamma_{21}&\gamma_{22}\end{bmatrix}$$

である．ここで

$$\gamma_{11}=\frac{1+2p_{21}q_{21}^2/r_{21}}{|\Gamma|}, \gamma_{12}=\frac{-2p_{21}q_{11}^2/r_{21}}{|\Gamma|}$$

$$\gamma_{21}=\frac{-2p_{21}q_{21}^2/r_{21}}{|\Gamma|}$$

$$\gamma_{22}=\frac{1+2p_{11}q_{11}^2/r_{11}+2p_{21}q_{11}^2/r_{21}}{|\Gamma|}$$

$$|\Gamma|=-\left(\frac{2p_{21}^2q_{11}}{r_{21}}\right)\left(\frac{2p_{21}^2q_{21}}{r_{21}}\right)+\left(1+\frac{2p_{11}^2q_{11}}{r_{11}}+\frac{2p_{21}^2q_{11}}{r_{21}}\right)\left(1+\frac{2p_{21}^2q_{21}}{r_{21}}\right)$$

これを用いて，式(14)と式(17)よりNash均衡解として

$$x_{11}^*=-\frac{2p_{11}q_{11}}{r_{11}}\{\gamma_{11}(y_{11}^0+p_{11}X_{11}-p_{21}X_{21}-d_{11}-Y_{11})+\gamma_{12}(y_{21}^0+p_{21}X_{21}-d_{21}-Y_{21})\}+X_{11}$$

$$x_{21}^*=\frac{2p_{21}q_{21}}{r_{21}}\{\gamma_{11}(y_{11}^0+p_{11}X_{11}-p_{21}X_{21}-d_{11}-Y_{11})+\gamma_{12}(y_{21}^0+p_{21}X_{21}-d_{21}-Y_{21})\}-\frac{2p_{21}q_{21}}{r_{21}}\{\gamma_{21}(y_{11}^0+p_{11}X_{11}-p_{21}X_{21}-d_{11}-Y_{11})+\gamma_{22}(y_{21}^0+p_{21}X_{21}-d_{21}-Y_{21})\}+X_{21}$$

を得る．このときの期末在庫量は式(14)より

$$y_{11}^*=\gamma_{11}(y_{11}^0+p_{11}X_{11}-p_{21}X_{21}-d_{11}-Y_{11})+\gamma_{12}(y_{21}^0+p_{21}X_{21}-d_{21}-Y_{21})+Y_{11}$$

$$y_{21}^*=\gamma_{21}(y_{11}^0+p_{11}X_{11}-p_{21}X_{21}-d_{11}-Y_{11})+\gamma_{22}(y_{21}^0+p_{21}X_{21}-d_{21}-Y_{21})+Y_{21}$$

となる．

この結果を見ると，工程1と工程2は生産計画立案時に利用可能な情報を互いに交換しておくことによって，他工程の生産計画を知ることなしに工程間の相互関係を満たす自工程の生産計画を立案することができることがわかる．一般的には生産時間と期末在庫量の生産目標からのずれの増減は，それぞれのペナルティの比$(q_{i1}/r_{i1}, i=1,2)$に関するトレードオフの関係がある．本研究の場合，各工程でのトレードオフだけではなく工程1の在庫量と工程2の生産時間の間にもトレードオフq_{11}/r_{21}が存在していることがわかる．

4.2　3工程生産システム　図3に示すような3工程からなる多段階生産システムを考える．数値計算に必要なデータを表1に示す．また生産目標からのずれに対するペナルティは，すべての製品について$q_{ij}=0.5$，$r_{ij}=1.0$とする．

この例では，製品P_{11}と製品P_{23}は製品P_{31}を製造するために用いられ，製品P_{12}を製造するために製品P_{22}が用いられる．それぞれの必要数量は1個であるとする．これより$B_i(i=1,2,3)$は次のようになる．

Table 1　Basic data for the numerical example of 3-stage job-shop type manufacturing system

Product		P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}	P_{23}	P_{31}
Demand(d_{ij})	(pc)	305	326	239	103	100	197
Unit Production Amount(p_{ij})	(pc/h)	3.0	2.2	1.5	2.4	1.6	1.25
Initial Inventory(y_{ij}^0)	(pc)	10	25	10	10	5	12
Target Production Time(X_{ij})	(h)	168	158	160	175	185	156
Target Inventory Level(Y_{ij})	(pc)	12	15	11	8	5	10

Table 2　Optimal production plan (Nash equilibrium solution)

Product		P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}	P_{23}	P_{31}
Production Time(x_{ij}^*)	(h)	168.19	157.76	160.00	175.88	185.28	156.00
Inventory(y_{ij}^*)	(pc)	12.06	15.29	11.00	8.37	5.18	10.24

$$B_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ \cdots \\ B_{21} \\ \cdots \\ B_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.0 & 0.0 \\ 0.0 & 2.0 \\ \cdots & \cdots \\ 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & -2.0 \\ 0.0 & 0.0 \\ \cdots & \cdots \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} B_{12} \\ \cdots \\ B_{22} \\ \cdots \\ B_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 2.4 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.6 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = [B_{13}, B_{23}, B_{33}]^{\mathsf{T}} = [-1.25\ 0.00\ 0.00\ 0.00\ -1.25\ 1.25]^{\mathsf{T}}$$

これと式(14)，(15)，(16)，(17)を用いて表2に示すような生産目標からのずれが最小である最適生産計画を得る．

5. 結　言

本研究で得られた結果を要約すれば以下のようである．

(1) 分権的な組織構造を持つ生産システムの最適化解析を行う方法として，非協力ゲームに基づいた方法を提案した．

(2) 分権的生産システムの単一期間生産計画問題に対して，提案した方法を適用することによって最適性の必要条件を導き，生産目標からのずれを最小にするNash均衡解を求めた．

(3) 数値計算例によって提案した方法の妥当性を示した．

文　献

(1) 森脇，日本機械学会第72期全国大会講演資料集，105-106，(1994)．

(2) 福田，木村，システム制御情報学会生産スケジューリング・シンポジウム'95講演論文集，285-290，(1995)．

(3) 大井，長谷，沖野，第6回自律分散システム・シンポジウム，57-62，(1995)．

(4) 長谷川，北島，橋本，第6回自律分散システム・シンポジュウム，81-86，(1995)．

(5) たとえばSingh,M.G. and Titli,A.;Systems; Decomposition, Optimisation and Control, (1978), 249, Pergamon

(6) 奥田，日本経営工学会昭和59年度秋期発表会，98-99，(1984)．

(7) 奥田，商学討究，53-76，(1987)．

(8) 荻野，電子情報通信学会論文誌，J70A-5,(1987),744.

(9) Hax,A.C. and Candea,D.;Production and Inventory Management, (1984), 393, Prentice-Hall

(10) Graves,S.C.;Manage. Sci., 28-3,(1982), 260.

(11) Başar,T and Olsder,G.J.;Dynamic Noncooperative Game Theory, (1982), 239, Academic Press

(12) 鈴木，ゲーム理論入門，共立出版，54，(1981)．