

# 私の研究の概要について

行 方 常 幸

私は、1982年10月に小樽商科大学に赴任し、35.5年間を過ごし、2018年3月に退職しました。これまで行った私の研究の概要について、この機会を借りて、述べたいと思います。

大学院時代から現在まで、私の興味があった研究対象は数理的な意思決定です。すなわち、意思決定者が自分に可能な行動の中からどの一つを選ぶか？という意思決定問題を数値的に（数理モデルとして）表現しそれを利用して数学的に考察する方法です。数理的に物を扱う良い点は、数学を利用する点で妥当性が保証されること、また、得られた結果の適用範囲が、数理モデルの仮定の範囲内なので、明確に分かることです。欠点としては、数理モデルを作成する際に、現実の現象をかなり単純化する必要があるので、得られた結果を現実状況に適用するには注意が必要で、そのまま適用するのではなく、現実の捉え方、考え方、対処法、等のヒントとして利用することです。

さて、私が数理的な意思決定として扱った主要な題材は次の3つです。

- (1) (逐次配分問題) 意思決定者が1人であるが、多期間にわたって複数回決定する、(有限資源の) 逐次配分問題。
- (2) (提携形ゲーム) 意思決定者が2人以上で拘束力のある合意が可能な、提携形ゲーム。
- (3) (協調の出現) 2人ジレンマゲームを多数回行う母集団を想定し、獲得した利得により子孫を産むという想定の下で協調が出現するのはどういう状況か？を計算機を利用して調べるAgent-Based Simulation。

以下では、これらをもう少し詳しく述べ、題材に対する興味がどのようにして

変遷していったかを他の題材も含めて述べます。

#### (1) (逐次配分問題)

1人の意思決定者が有限個の資源を持っており、有限計画期間を通じて、確率的に出現する投資機会に手持ちの資源の中から何個か投資します。意思決定者の目的は最大の期待利益を得ることです。この最大の期待利得を得る投資の仕方を最適戦略と呼びます。このような複数期間を通じて利益を最大化する、という問題を扱う際に有効な数学的手法として動的計画法というものがあります。それを利用して最適政策の構造を調べました。ある設定の下で「他の状況が同じであれば、残り期間が少なくなれば、より多くの資源を利用せよ。また、より多くの資源を所持していれば、より多くの資源を利用せよ。」が数学的に証明可能でした。設定が複雑になれば、当然、証明できることが少なくなります。直感的と思われる最適政策の構造が数学的に証明できる、という点に非常に感激し、私の研究生活が始まりました。この題材に対する成果が私の研究業績の(論文)の項の1～6、8です。

さて、上記では意思決定者が1人の場合を考察してきましたが、我々の社会は複数人から構成されており、複数人の意思決定者が存在する場合がより現実的であるので、私の興味関心は複数の意思決定者が存在する場合の意思決定を扱うゲーム理論に移って行きました。しかし、ゲーム理論に関する意味のある論文を書くことは非常に困難でした。また、方法論的個人主義を追求した非協力ゲーム理論におけるプレイヤー像が、余りにも他のプレイヤーと切り離されて独立していることに、日本人として私は、非常な違和感を持ちました。そこで、哲学、仏教、心理学、の文献を参考にして、私なりのプレイヤー像の構築を試み、2人交渉ゲーム、囚人のジレンマゲーム等に適用を試みました。これらの成果が私の研究業績の(論文)の項の12、17～21です。これらはあくまでも試論の段階でしたが後述する(3)に登場するプレイヤーの想定をかなり自由にできる大きな要因になったと思います。

## (2) (提携形ゲーム)

非協力ゲーム理論と異なり協力ゲーム理論の方は公平な結果は何か?を追求するので、余り違和感を持たずに接近することができました。運よく、緑丘会の支援を得て、1995年10月から1年間、オランダのUniversity of TwenteのTheo Driessen先生の元で、提携形ゲーム(特性関数形協力ゲーム)に関する研究を行うことが出来ました。

提携形ゲームとは、全員が集まって協力して得た報酬(全体提携値)を、全員の部分集合であるメンバーが集まって協力して得た報酬(部分提携値)を参考しながら、そのメンバー間で公平に分けるには、どうすればよいか?を研究する分野です。様々な公平性が考えられており、配分方法(解)として、仁、タウ値、シャープレイ値、団結値、等が知られています。

(良く知られている)破産ゲームを含むゲームにおいて、仁とタウ値が異なる基準点を持つ一対交渉一貫性を満たすことを示しました。ある解が基準点を持つ一対交渉一貫性を満たす、とは、任意の2人がその解によって得られた自分の配分を持ち寄って、再配分を次のように行います:その2人の(元の)配分から決まる $2 \times 2$ の定和双行列ゲームから得られる基準点の利得を、まず、貰い、次に、残りを等分します。この結果の再配分が元の配分と等しい時、この基準点を持つ一対交渉一貫性を満たすといわれます。仁の場合の基準点はこの定和双行列ゲームの純粋戦略におけるマックスミニ値(または、ミニマックス値)から得られ、タウ値の場合はナッシュ均衡での利得から得られます。すなわち、仁とタウ値の違いが、基準点が、ある $2 \times 2$ の定和双行列ゲームの(A)マックスミニ値(ミニマックス値)、か(イ)ナッシュ均衡での利得、かのどちらから得られるかの違いに帰着されました。

また、提携形ゲームの新しい解として、「 $EN^kAC$ -値」と「ニュー値」を導入しました。 $EN^kAC$ -値とは、各プレイヤーが自分を含む $k$ 人からなる提携値の平均をまず貰い、合計が全体提携値に等しくなるように、残りを等分する、分け方です。シャープレイ値は $EN^kAC$ -値の平均となります。ニュー値とは最小二乗値の仲間(シャープレイ値もそうです)、従来注意が払われていなかった

た（ので名前が付けられていなかった）のですが、確率的解釈を見出したのでニュー値として導入しました。

最後に、 $EN^kAC$ -値や団結値、等を縮小ゲームによる一貫性で特徴付けました。ある解が縮小ゲームによる一貫性を満たす、とは、元のゲームから任意のプレイヤーに任意の利得を与えてゲームから退去してもらい、1人少ない新しい縮小ゲームを次の事柄が満たされるように適切に定義できることです：退去するプレイヤーは、この解による元のゲームでの自分の配分を持ってゲームから退去します。1人少ない新しい縮小ゲームでの退去していないプレイヤーのこの解での配分が、元のゲームでのこの退去していないプレイヤーの配分に等しい。すなわち、その解に関して、元のゲームと縮小ゲームにおいて退去しない同一のプレイヤーは同じ配分を得ているという意味で、その解はその適切に定義された縮小ゲームにおいて一貫しています。各解に縮小ゲームによる一貫性を満たす縮小ゲームを見つけました。これにより、解の差異を縮小ゲームの差異として解釈できました。

以上の成果が私の「研究業績」の（論文）の項の22~24, 28, 35~37です。

### (3) (協調の出現)

今までに述べてきた研究は概ね解析的手法で行いました。すなわち、得られる結果を定理として述べ、そこで明確に述べられた前提（仮定）から結果を数学的に証明する、という方法です。この方法は魅力的ですが、数学的に証明できることは自ずと限定されます。厳密な妥当性を与える数学的な証明以外の、ただし、ある程度の妥当性を保証し、しかも、得られる結果がもう少し汎用性を持つ、という方法が望まれました。

また、提携形ゲーム（特性関数形協力ゲーム）への興味から、以前に考察していたジレンマ状況における協調の出現に興味が戻ってきました。また、今回は参加者であるプレイヤーに関する想定が次の(a)から(b)に変化しました。

- (a) プレイヤーは自分と他人の可能な戦略に対してその結果の客観的な（期待）利得を計算することが出来、その計算結果に基づき、自分の（期待）

利得を大きくすることを追求します。すなわち、客観的な情報に基づいて行為を行います。

- (b) プレイヤーは自分の行動パターンに従います。すなわち、行為を主観的に行います。ただし、その結果による客観的な利得の影響を受けます。

ジレンマ状況における協調の出現を研究するにあたって、プレイヤーの仮定(b)を利用して、ある程度の妥当性を保証し、しかも、得られる結果がもう少し汎用性を持つ方法として有効であるのは、Agent-Based Simulationであろうと見当を付けました。次に、(a)プレイヤーの仮定(b)の内容はどのようなものか？また、(i)それを計算機上で実装するにはどうすればよいのか？この(3)の項の研究も共同研究です。私は理系の出身であり(i)の部分、すなわち、数理モデルの作成（と計算結果の集計）を分担しました。共著者は(a)の根幹的な部分を分担しました。以下、扱った題材の共通的な基礎部分と協調の出現に寄与すると想定したプレイヤーの仮定(b)の行動パターンの数理モデル化の部分を概略します。

まず、共通的な基礎部分です。プレイヤーが行うジレンマゲームは囚人のジレンマゲーム、または、Donor-Recipient (DR) ゲームです。囚人のジレンマゲームとは、2人のプレイヤー間のゲームで協調と非協調の2個の戦略があり、相手がどちらをとっても自分は非協調を取る方が有利なゲーム（共に非協調を取るが唯一のナッシュ均衡）です。しかし、共に協調を取る方が共に非協調を取るよりも利得が多い、という構造を持っています。DRゲームは一方がDonorで他方がRecipientであるゲームで、Donorのみが協調か非協調の戦略をとれます。協調は自分が費用を出してそれより大きい利益をRecipientに与えること、そして、非協調は何もしないです。DRゲームを2回続けて行い、DonorとRecipientの役割を交互に行えば、囚人のジレンマゲームになります。

Agent-Based Simulation：パソコン上で次のような仮想的な状況を作ります。

- (i) 母集団として、Agent（プレイヤー）を多数登場させ、他のプレイヤーと多数回ジレンマゲームを行わせます。プレイヤーの富（今までの利得の総和）がある値を超えれば、自分と同じ遺伝する性質を持つ子孫を産みまします。富が負になれば死にます。また、寿命が尽きても死にます。

(ii) 多数世代経過後の最終期の母集団の状態を調べます。

(iii) 上記の(i)と(ii)を多数回行い、最終期の平均的な状態を結論とします。

このAgent-Based Simulationの特徴は、初期条件に、プレイヤーの遺伝する性質として、(プログラム可能なものなら何でも)例えば、戦略などの習慣的な行動パターンなどを設定でき、どんな状態が起こり、どの性質が多く残っているか、等を調べることが出来ます。

協調の出現を促すと期待される行動パターンとして、例えば、次のものを考察しました。

(A) 相手の行為への反応の遅れ。

(B) 「協調的である」という宣言。

(C) 確率的参加 ((非)協調的な経験をすれば、高い(低い)確率でゲームに参加する)。

(D) (悲観主義者に対する)楽観主義者。

(E) (良い経験をすれば)協調行動の頻度を増やし、協調行動のレベルを高くする。

まず、(A)について；基本的な行動パターンとして、良く知られているTFT(しっぺ返し戦略)を出発点とします。TFTは、例えば、DCと表現できます。(A)の反応の遅れを、DDC,または、DCCと表現し、Reluctant戦略と呼びます。この表現において、DとCは非協調と協調の手を表します。表現されていませんが、どれかの文字を指している(現在の状態を示す)ポインターがあり、そのポインターが指している手を取ります。相手が協調を取ればポインターが右に移動し、非協調を取れば左に移動します。例えば、DCとDCCを比較します。共に一番右のCをポインターが指しているとします。相手がDを取れば、DCの方が次に取る手はDですが、DCCの方が次に取る手はまだCで、Dを取るには続けて相手がDを取る必要があります。このようにTFTに比べReluctant戦略は相手の行為への反応の遅れを表していることが分かります。シミュレーションの結果、このReluctant戦略の存在が協調の出現率を上げることが分かりました。

(B)から(D)はこのReluctant戦略が基本になります。(B)以降はDRゲームを行います。協調的な人は協調的な相手には協調を取ると予想されます。また、可能な限り自分の意思を表明することは意味がありそうです。そこで、(B)Donorの行為の前に、Recipientに（自分の状態に関係なく）「自分は協調的である」という費用のかからない宣言をしてもよい可能性を導入しました。宣言があった場合Donorは自分の識別能力で真と判断した時には協調します。このように「協調的である」という宣言を導入すると、協調の出現率が増加することが、シミュレーションの結果、分かりました。

(C)相手のプレイヤーと面した時、実際にゲームに参加したい場合も参加したくない場合もあります。そこで、参加確率を導入し、協調の出現への影響を調べました。協調的な経験をすれば、低い参加確率の場合、参加確率が高くなり、非協調的な経験をすれば、高い参加確率の場合、参加確率が低くなるならば、協調の出現率が高くなることが、シミュレーションの結果、分かりました。

(D)複数のゲームの結果に面した時に、それらの悪い方に焦点を当てる悲観主義者と良い方に焦点を当てる楽観主義者が存在します。そこで、悲観主義者がいる場合の楽観主義者の協調の出現への影響を調べました。3個のDRゲームを同時に、それぞれにReluctant戦略を用いて行います。例えば、悲観主義者がRecipientとして、2個のゲームで協調の経験をし、残りの1個のゲームで非協調の経験をした場合、1個のゲームの非協調に焦点を当て、他の2個のゲームのポインターの本来の動き（右へ移動する）を取消します。楽観主義者は対照的に振る舞います。シミュレーションの結果、悲観主義者がいても楽観主義者がいれば、楽観主義者だけの場合よりも、協調の出現率が高くなることが分かりました。

(E)通常のDRゲームでは協調はCの1つだけですが、複数レベルの協調、低い方から順に、L、M、Hの3レベルがあり、初期の母集団がD、DL、DLLだけからなる場合、どのように高いレベルの協調であるHが出現するだろうか？良い経験をすれば、協調行動の頻度を増やし、協調行動のレベルを高くすると、予想されます。これを、例えば、最近の経験においてLが最頻であった時、DL

のRecipientはDLLに変化し（Lの頻度を増やす）、DLLのRecipientはDLLMに変化する（協調のレベルをLからMへ高くする）、ように実装しました。この実装により、協調が促進され、協調のレベルが低いレベルのLから高いレベルのHへ進化することが、シミュレーションによって、分かりました。

これらを含む成果が私の研究業績の（論文）の項の38, 40～50, と（研究ノート）の項の1です。

私は、限定的ではあるが、細かい計算をする、コンピュータプログラムを書き、（シミュレーションによって）得られたデータをまとめる、等ができると思っています。意思決定問題に対する数理的なアプローチで有用な結果を得るためには数理モデルで扱う内容が決定的に重要です。この内容を私に与えて下さった有能な共同研究者の皆様に深く感謝いたします。また、私の人生の大事な35.5年の間、自由で活発な研究環境を与えて下さった小樽商科大学に深く感謝いたします。