

電力系統の静的状態推定における不良データの検出と BDS 推定法の改良について

准 員 出 川 淳 (早稲田大)

正 員 森 啓 之 (早稲田大)

正 員 岩 本 伸 一 (早稲田大)

正 員 田 村 康 男 (早稲田大)

1. ま え が き

電力系統の運用状態の一層正確かつ完全な把握を目的とする電力系統の静的状態推定は、その円滑な運用のための有効な手段の一つであり、海外ではすでに多くの国で実用化されており⁽⁵⁾、国内でも実用化の気運は高まりつつある。状態推定に課せられる役割は、コンピュータのハードウェア、ソフトウェア両面の発達(主に計算の高速化)とともに近い将来その重要性を増すと考えられる⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾。その際の大きな問題の一つに不良データ問題がある。電力系統の静的状態推定における不良データ問題とは、計測器や通信設備などの異常によって生じる極端に誤差の大きいデータ(不良データ)が、入力されるデータ中にわずかでも混入してしまうと、重み付け最小二乗法(WLS法)による従来の手法⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾では、本来その長所である不偏推定能力が災いて非常に精度の悪い推定値を導出してしまう問題である。不良データの発生は極めてまれであるが長い目で見れば確実に起こると考えられる。従って、電力系統の円滑な運用のためには、状態推定を実用化する際に不良データ問題を避けて通るわけにはいかない。

これまでに発表された不良データ問題に対処するための手法は二つに大別できる。一つは不良データ抑制能力を有する推定手法⁽⁶⁾⁻⁽¹⁰⁾で、もう一つは状態推定以外の処理によって不良データを除去し、推定は従来法で行なう手法、つまり従来の状態推定法と並用する

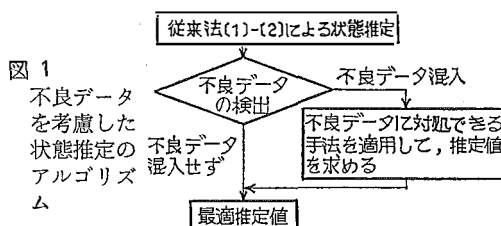


Fig. 1. State estimation algorithm taking account of bad data.

手法⁽¹¹⁾⁻⁽¹³⁾である。これらの手法の優劣は一概には論じられないが、どの手法を用いても不良データ問題を考慮しない場合の従来法による状態推定より、長い計算時間を必要とする。極めてまれにしか発生しない不良データに対処するために常時このような手法を用いることは、計算時間の面で大きな損失となる。そこで通常は従来の手法で状態推定を行ない、不良データが混入したか否かだけを常時監視して、不良データが混入したときにのみ不良データに対処できる手法を適用するのが妥当と考えられる(図1参照)。

本稿ではこの趣旨に基づいて、第2章で不良データの検出(bad data detection)のための一手法を提案する。そして第3章では、反復の都度各観測値の重みを更新して不良データの悪影響を抑制しようとする、いわゆる BDS (bad data suppression) 推定法⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾を改良した手法を、不良データに対処するための一手法として提案する。提案法の有効性は、モンテカルロシミュレーションによって検証された。

2. 不良データの検出問題

不良データの検出問題とは、状態推定するために入力された観測データ中に不良データが混入したか否かを判定する問題である。既存の手法の中では、 χ^2 仮説検定法が最もこの目的(不良データの検出)に適合していると考えられる。しかし、 χ^2 仮説検定法は状

A New Approach to Bad Data Detection and Suppression in Static State Estimation in Power Systems, By Atsushi Degawa, Associate, Hiroyuki Mori, Member, Shin-ichi Iwamoto, Member & Yasuo Tamura, Member (Department of Electrical Engineering, Waseda University).

出川 淳: 准員, 早稲田大学電気工学科修士課程

森 啓之: 正員, 早稲田大学電気工学科博士課程

岩本伸一: 正員, 早稲田大学電気工学科助教授

田村康男: 正員, 早稲田大学電気工学科教授

状態推定の処理が完全に終了（収束）して得られた推定値に適用しなければ、その有意性は薄れる。従って、不良データの混入により収束までに多くの反復を要したときなど、例えばその後の χ^2 仮説検定法で不良データの検出ができたとしても、収束までのかなりの計算時間を浪費する欠点がある。

〈2・1〉提案法 本稿では不良データの検出のために、悪条件な電力系統の潮流計算収束用に開発された最適乗数法⁽¹⁴⁾を状態推定に応用することを提案する。最適乗数とは、直角座標表現を用いた Newton-Raphson 法（以下、N-R 法）による潮流計算において収束特性を改善し、同時に系統の悪条件の程度を測る目安ともなるものである。

潮流計算における指定データの悪条件と状態推定における不良データは、本質的に同じであるので最適乗数の導入によって、状態推定の収束特性は改善され、更に不良データのもたらす悪条件を反復の都度その値に反映するであろうから、反復終了以前に不良データの検出が可能になると考えられる。状態推定に用いる各種観測方程式は、直角座標表現した複素母線電圧を状態変数に選ぶと、斉次二次関数となるので、テラ展開すると(1)式の様に二次の項 $f(\Delta x)$ まで完全に表わされる。すなわち、(1)式は厳密式である。

$$y = f(x) + v \\ = f(x_0) + J(x_0) \Delta x + f(\Delta x) + v \quad \dots (1)$$

但し、 y : 観測値ベクトル ($m \times 1$)、 x : 状態変数ベクトル ($n \times 1$)、 x_0 : x の初期値ベクトル ($n \times 1$)、 Δx : x の修正分ベクトル ($n \times 1$)、 $f(o)$: y に対応した関数（斉次二次関数）、 $J(o)$: o で評価した $f(o)$ のヤコビアン ($m \times n$)、 v : 雑音ベクトル ($m \times 1$)

$$x = x_0 + \Delta x \quad \dots (2)$$

$$E[v] = 0 \quad (m \times 1) \quad \dots (3)$$

$$E[v \cdot v^t] = R \quad (\text{対角行列 } m \times m) \quad \dots (4)$$

$E[o]$: o の期待値、 o^t : o の転置

m : 観測値の個数、 n : 状態変数の個数

$$n = 2 \times nb - 1 \quad \dots (5)$$

nb : 系統の母線数

ここで、(3)、(4)式は v に関する事前の仮定である。また、状態変数の個数が(5)式で与えられる理由は、複素母線電圧の位相の基準を置くために、系統内の任意の母線（一般にスラック母線）の位相を既知量（通常ゼロ）として固定するからである。つまり直角座標では $e_{slack} + j f_{slack}$ （スラック母線の電圧）において、 $f_{slack} = 0$ と置くことに相当する。

次に、(1)式に最適乗数を導入すると、 $f(o)$ は斉次二次関数であるから、(6)、(7)式の様になる。

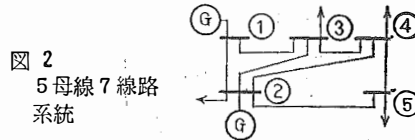


図 2
5 母線 7 線路
系統

Fig. 2. 5 bus-7line system.

$$y = f(x_0) + J(x_0) \cdot \mu \cdot \Delta x + f(\mu \cdot \Delta x) + v \\ = f(x_0) + \mu \cdot J(x_0) \cdot \Delta x + \mu^2 \cdot f(\Delta x) + v \\ \dots (6)$$

$$\Delta y = \mu \cdot J(x_0) \cdot \Delta x + \mu^2 \cdot f(\Delta x) + v \quad \dots (7)$$

$$\text{但し、} \Delta y \triangleq y - f(x_0) \quad \dots (8)$$

μ : 最適乗数

最小化目的関数を(9)式の C_μ として最小二乗法を適用すると、 μ の最適値 μ_{opt} が(15)式の解として求まる。

$$C_\mu = v^t \cdot R^{-1} \cdot v \\ = [\Delta y - \mu \cdot J(x_0) \cdot \Delta x - \mu^2 \cdot f(\Delta x)]^t \\ \times R^{-1} [\Delta y - \mu \cdot J(x_0) \cdot \Delta x - \mu^2 \cdot f(\Delta x)] \\ \triangleq a + b \cdot \mu + c \cdot \mu^2 + d \cdot \mu^3 + e \cdot \mu^4 \quad \dots (9)$$

$$\text{但し、} a = \Delta y^t \cdot R^{-1} \cdot \Delta y \quad \dots (10)$$

$$b = -2 \cdot \Delta y^t \cdot R^{-1} \cdot J(x_0) \cdot \Delta x \quad \dots (11)$$

$$c = -2 \cdot \Delta y^t \cdot R^{-1} \cdot f(\Delta x) \\ + \Delta x^t \cdot J(x_0)^t \cdot R^{-1} \cdot J(x_0) \cdot \Delta x \quad \dots (12)$$

$$d = 2 \Delta x^t \cdot J(x_0)^t \cdot R^{-1} \cdot f(\Delta x) \quad \dots (13)$$

$$e = f(\Delta x)^t \cdot R^{-1} \cdot f(\Delta x) \quad \dots (14)$$

(9)式を μ で偏微分してゼロと置くと

$$b + 2c\mu + 3d\mu^2 + 4e\mu^3 = 0 \quad \dots (15)$$

となる。(15)式を満たす μ が求めるべき μ_{opt} でありこれは N-R 法などで簡単に求められる。

〈2・2〉シミュレーション結果および考察 図2の5母線7線路系統⁽¹⁵⁾を対象系統として、提案法の特性を100回のモンテカルロシミュレーションで評価した。

まず、図3に従って、不良データに選ぶ観測変数およびその真値からの大きなずれ（誤差）をランダムに決定する方式で、設定条件を色々変えて観測値を作製して100回ずつシミュレーションした。変化させた設定条件とは、不良データの発生確率を 0.0、0.1 の2通り、不良データに含まれる極端に大きな誤差の大きさに対応する一様乱数の幅を $3\sigma_i \sim 53\sigma_i$ と $3\sigma_i \sim 103\sigma_i$ (σ_i は y_i に含まれる雑音 v_i に関して事前に仮定される標準偏差) の2通りである(図3参照)。

次に不良データに選ぶ観測変数を第2母線の三つのノード量（有効・無効電力注入量、母線電圧の大きさの2乗）つまり、 $P_2, Q_2, |V_2|^2$ に固定し、他の観測

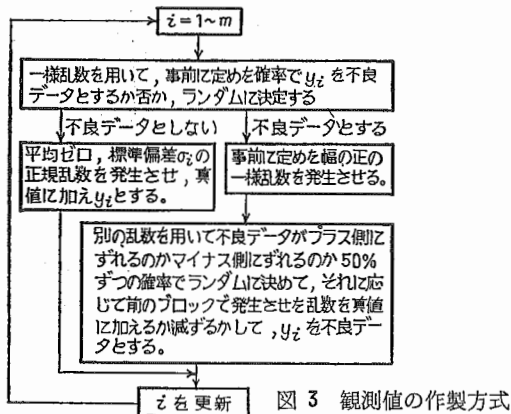


Fig. 3. Generating scheme of artificial measurement.

変数は健全とする方式で 100 回のモンテカルロシミュレーションを行なった。その際不良データ (P_2 , Q_2 , $|V_2|^2$) の極端に大きな誤差の大きさは $3\sigma_i \sim 103\sigma_i$ の幅の一様乱数を用いて発生させ、その正負の確率は図 3 同様に 50% ずつとした。また、健全なデータに含まれる誤差は平均ゼロ、標準偏差 σ_i の正規乱数で模擬した。なお、上記 2 通りのシミュレーションとも、冗長性については、観測変数の集合を、すべてのノード量の場合 (観測値 15 個、冗長度 1.67, (16) 式参照) と、すべてのノード量と有効線路潮流の場合 (観測値 22 個、冗長度 2.44) と、すべてのノード量と有効・無効線路潮流の場合 (観測値 29 個、冗長度 3.22) の 3 通りを想定した。また、データ y_i が健全であるとしてそれに含まれる雑音 (誤差) v_i に関する事前の仮定である標準偏差 σ_i は、すべて一律に 0.01 とした。収束判定に関しては、我々の多くのシミュレーションの経験に基づく工学的判断より (17), (18) 式のどちらかを満たせば収束とした。

$$\text{冗長度} = \frac{\text{観測値の個数}}{\text{状態変数の個数}} = \frac{m}{n} = \frac{m}{2nb-1} \quad (16)$$

表 1 $|1-\mu|$ の平均値の結果
Table 1. Results of $|1-\mu|$'s average.

観測値の個数; 冗長度		15; 1.67			22; 2.44			29; 3.22		
不良データの設定条件		反復 1回目	反復 2回目	反復 3回目	1回目	2回目	3回目	1回目	2回目	3回目
誤差の幅	発生確率									
	0.0	0.0474	0.0015	0.0004	0.0495	0.0015	0.0003	0.0495	0.0010	0.0003
$3\sigma_i \sim 53\sigma_i$	0.1	0.0454	0.0042	0.0025	0.0473	0.0044	0.0028	0.0482	0.0035	0.0037
$3\sigma_i \sim 103\sigma_i$	0.1	0.0474	0.0071	0.0046	0.0508	0.0079	0.0059	0.0533	0.0067	0.0073
第2母線の三つのノード量を不良データとし、誤差の幅は $3\sigma_i \sim 103\sigma_i$ の場合		0.0580	0.0114	0.0093	0.0551	0.0108	0.0081	0.0492	0.0057	0.0056

$$|(C^k - C^{k-1})/C^k| \leq 10^{-4} \quad (17)$$

$$\text{Max}(|\Delta x^k|) \leq 10^{-4} \quad (18)$$

但し、 C^k : k 回目の反復計算で求まる最小化目的関数の値 $\text{Max}(|\Delta x^k|)$: k 回目の反復計算で求まる修正ベクトル Δx^k の各要素の内の最大絶対値

以上の条件の下でシミュレーションを行ない、最適乗数を用いない従来法によるシミュレーション結果と比較すると、最適乗数の導入による推定精度の向上は見られなかったが、収束特性に関しては向上が見られた。つまり、従来法では不良データが混入した場合収束までの反復回数は平均して 3 回強であったのが、提案法では完全に 3 回で収束したのである。次に不良データの最適乗数への影響であるが、本稿では $(1-\mu)$ の絶対値に注目して評価した。なぜなら最適乗数の値は修正ベクトル Δx が最良の条件の下で求まった場合には 1 となるからである。反復ごとの $(1-\mu)$ の絶対値の 100 回の平均値を表 1 に示す。また、不良データの影響を一層明白に把握するために、不良データを含まない場合の結果 (不良データ発生確率 0.0 のときの結果) を基準として反復ごとにノーマライズした結果を表 2 に示す。表 2 をグラフ化したのが図 4 である。これより、最適乗数と不良データの間に次の関係があることがわかった。

(i) 不良データの誤差の幅が、 $3\sigma_i \sim 53\sigma_i$ のときの結果と $3\sigma_i \sim 103\sigma_i$ のときの結果より、不良データの誤差の大きさが大きいほど、また反復回数が進めば進むほど、最適乗数は不良データを全く含まない場合を基準として、より顕著に不良データの悪影響を反映している。

(ii) 第 2 母線の三つのノード量のみを、3 通りの冗長度における共通の不良データとした場合、反応の割合は、冗長度が高いほど、若干小さくなった。しかし、不良データの発生確率を 0.1 にした場合の結果に注目すると、冗長度とともに反応の割合は大きくなった。これは、不良データの発生確率を一定にしても、

表 2 $|1-\mu|$ のノーマライズした結果
Table 2. Results of normalized $|1-\mu|$'s average.

観測値の個数; 冗長度		15; 1.67			22; 2.44			29; 3.22		
不良データの設定条件		反復 1回目	反復 2回目	反復 3回目	1回目	2回目	3回目	1回目	2回目	3回目
誤差の幅	発生確率									
	0.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
$3\sigma_1 \sim 53\sigma_1$	0.1	0.96	2.80	6.25	0.96	2.93	9.33	0.99	3.50	12.33
$3\sigma_1 \sim 103\sigma_1$	0.1	1.00	4.73	11.50	1.03	5.27	19.67	1.08	6.70	24.33
第2母線の三つのノード量を不良データとし、誤差の幅は $3\sigma_1 \sim 103\sigma_1$ の場合		1.22	7.60	23.25	1.11	7.20	27.00	1.00	5.70	18.67

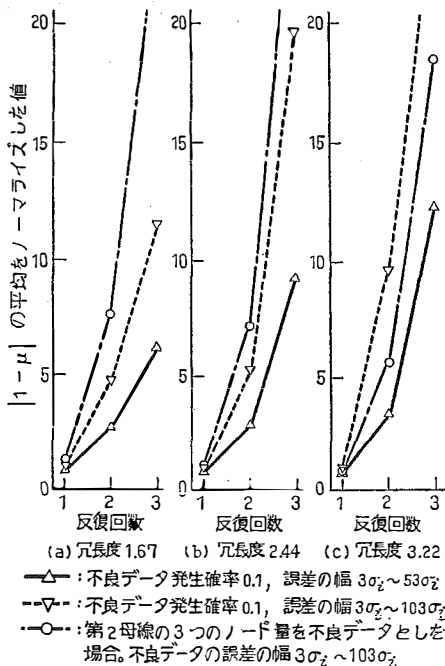


図 4 最適乗数と不良データの関係

Fig. 4. Relationship between optimal multiplier and bad data.

実際に発生する不良データの個数は、冗長度が高い方が多いからである。この二つの結果より最適乗数の反応の割合は、冗長度が高いと小さくなるがそれ以上に不良データの個数に対して敏感に反応すると言える。

これらの関係より、計画段階のシミュレーションで不良データが存在しない場合の最適乗数の値を反復ごとに保存しておけば、実運用時に最適乗数の1からのずれを常時監視することによって、不良データの検出が可能になると考えられる。例えば不良データ検出の最終判定を χ^2 仮説検定法で下すとしても、提案法を並用すれば、収束特性は改善され、更に極端に異常な不良データが混入した場合には、最適乗数のモニタリングによって、 χ^2 仮説検定法を用いるまでもなく、反

復が終了する以前に不良データの検出が可能となる。これによって、かなりの効率化が計れると思われる。

3. BDS 推定法の改良

〈3.1〉 BDS 推定法の原理と欠点 BDS 推定法の原理を説明するため、四つの観測値 $y_1 \sim y_4$ を設け、各観測値に含まれている誤差を図5(a)とする。つまり y_1 が不良データで、他の三つは健全なデータである。なお簡単のため誤差はすべて正とした。いま、 y_1 が不良データであることは未知として、つまり y_1 も健全なデータとして通常のリウミを与えて、WLS 法を収束するまで適用して得られる \hat{x} により求まる残差(誤差の推定値、(19)式参照) $r(\hat{x})$ が(b)のようになったとする。(b)の形状は(a)と極端に異なり、このことより推定精度は、不良データの悪影響によりかなり悪いことがわかる。しかし(b)の結果に基づいて各観測値のリウミを更新して(つまり y_1 と y_2 のリウミを小さくして)、再び WLS 法を収束するまで適用すれば(c)のようになり、(b)よりは精度の良い推定結果となる。この一連の処理を繰返せば、最終的には、(d)のようになり、不良データが混入しても高精度な推定値が得られる。これが BDS 法の原理であるが、リウミを更新する度に、WLS 法を収束するまで適用すると極端に長い計算時間とするので、1回の反復ごとにリウミを更新するのが、従来の BDS 法である。しかし収束する以前の推定値 \hat{x} より求まる残差は、 f の線形化の誤差を有する。つまり残差 $r(\hat{x})$ は

$$r(\hat{x}) = y - f(\hat{x}) \dots\dots\dots (19)$$

で与えられるが、ここで \hat{x} は f を線形化して得られる推定値であり、その \hat{x} を元の非線形な関数に代入して残差を求めるからである。この線形化の誤差を有する残差を規範として反復ごとにリウミの更新を行なうと、図5(e)~(g)のように不当なリウミの更新となつて、不良データの悪影響を抑制できない場合もありうる。但し、図5(g)は、一応収束した結果なので、こ

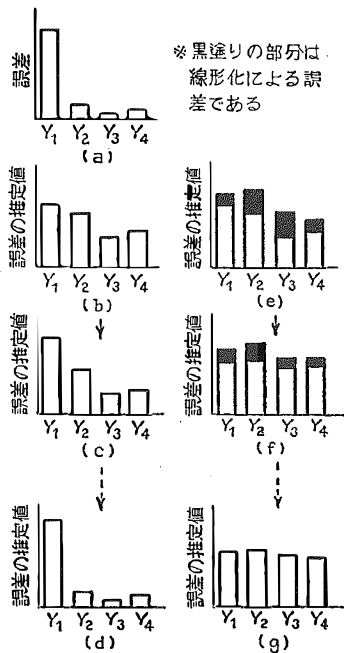


図5 従来のBDS法の原理と欠点
Fig. 5. Principle and drawback of conventional BDS method.

れには前述の線形化の誤差は含まれない。本稿では、後述する提案法Ⅰで、雑音 v も状態変数として扱い〔(21), (26)式参照〕、新たに

$$y_v = v + u \dots\dots\dots (20)$$

という観測方程式を設け、 y_v の値をゼロと置いて、従来の状態変数 x と同じ扱いをして v の推定値 \hat{v} を求め、反復の都度 \hat{v} を規範として重みを更新する手法を提案する。(20)式の観測方程式は雑音 v の値を観測するというもので、これは現実の行為としては不可能であるが、 y_v の実現値としてゼロを仮定し、 u をその際の形式的な雑音として扱えば、(20)式を観測方程式として用いることはできる。このようにして、後述するように v の推定値 \hat{v} を求めれば〔(42)式参照〕 \hat{v} は前述した残差 $r(\hat{x})$ が有する f の線形化の誤差は含まないので、これを規範として重み更新を行なえば、図5(e)~(g)のようになることはなくなり、不良データ抑制の信頼性は高まると考えられる。

従来のBDS法⁽⁶⁾⁽⁷⁾には、もう一つ大きな欠点がある。それは、重み更新の方式が強い非線形性を有することであり、これによって収束性が悪くなる⁽⁸⁾。後述する提案法ⅠおよびⅡで共通して用いる重み更新方式は、従来のように非線形性を有するものではない。その概念図をWLS法および参考文献(7)で発表されている四つのBDS法と合わせて図6に示す。なお図6

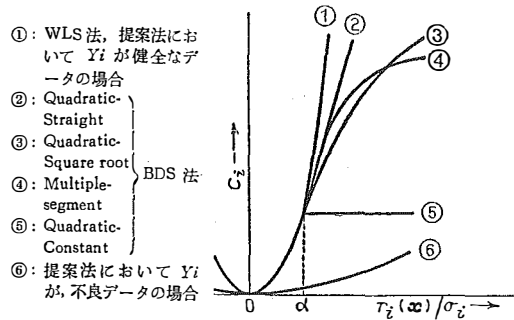


図6 WLS法、各種BDS法および提案法の目的関数の概念図

Fig. 6. Concept of WLS, BDS and proposed methods.

中の α とは、本稿で定義したしきい値である。つまり、規範とする変数の値が $\alpha \cdot \sigma_i$ より大きいとき、その観測変数 y_i の重みを更新するのである。また図6中 C_i とは、観測変数ごとの最小化目的関数の値である。

〈3.3〉節で述べる提案法Ⅱとは、従来のBDS法と同様に、残差を重み更新のための規範として用い重み更新の方式のみを改良した手法である。

〈3.2〉提案法Ⅰ 従来の観測方程式(1)式を x に加えて v も状態変数として扱おうと、(21)式の関数 g_1 が得られる。

$$y = f(x) + v = g_1(x, v) = g_1(x') \dots\dots (21)$$

$$\text{但し, } x' = (x', v')^t \dots\dots\dots (22)$$

(21)式を線形化して二次以降の項を無視すると

$$y = g_1(x') = g_1(x_0' + \Delta x') \\ \doteq g_1(x_0') + \left. \frac{\partial g_1(x')}{\partial x'} \right|_{x_0'} \Delta x' \dots\dots (23)$$

となる。ここで、

$$\Delta y_1 \triangleq y - g_1(x_0') \dots\dots\dots (24)$$

$$J_1'(x_0') \triangleq \left. \frac{\partial g_1(x')}{\partial x'} \right|_{x_0'} \text{ (ヤコビアン)} \dots\dots (25)$$

と定義すると、(23)式は

$$\Delta y_1 = J_1'(x_0') \cdot \Delta x'$$

$$= \begin{bmatrix} J(x_0) & 1 \\ & \ddots & 0 \\ & 0 & \ddots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{bmatrix} \dots\dots (26)$$

となる。但し、(26)式中の $J(x_0)$ は(1)式中の従来のヤコビアンである。なお、(24)式を反復式で表現すると、 k 回目の Δy_1 つまり Δy_1^k は次のようになる。

$$\Delta y_1^k = y - g_1(x_0'^k) = y - g_1(\hat{x}^{k-1}) \dots\dots (27)$$

x_1^k : k 回目の反復計算に用いる初期推定値

\hat{x}^{k-1} : $k-1$ 回目の反復計算で求まる推定値

$$\mathbf{x}_0^k = \hat{x}^{k-1} \dots \dots \dots (28)$$

いま, (26) 式のヤコビアン $\mathbf{J}'(\mathbf{x}_0')$ は横長で一次従属となり解は一意に定まらないので, 新たに (29) 式の観測方程式を設け, これを関数 \mathbf{g}_2 と定義すると, (30) 式となる。但し, (29) 式は (20) 式の再掲である。

$$\mathbf{y}_v = \mathbf{v} + \mathbf{u} \dots (29), \quad \mathbf{y}_v = \mathbf{g}_2(\mathbf{x}') + \mathbf{u} \dots (30)$$

\mathbf{y}_v の値を (31) 式のようにゼロと仮定すると, 形式的な雑音 \mathbf{u} の性質は (3), (4), (29), (31) 式より (32), (33) 式となる。

$$\mathbf{y}_v = \mathbf{0} \dots \dots \dots (31)$$

$$E[\mathbf{u}] = E[-\mathbf{v}] = \mathbf{0} \dots \dots \dots (32)$$

$$E[\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}'] = E[-\mathbf{v} \cdot -\mathbf{v}'] = \mathbf{R} \dots \dots \dots (33)$$

となる。(30) 式および前出の (21) 式を一つの観測方程式群として, (22) 式で定義されている \mathbf{x}' を状態変数として線形化すると (34) 式となり, これを (35) 式のように表記する。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{y}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}(\mathbf{x}_0) & \begin{matrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & 1 \end{matrix} \\ \mathbf{0} & \begin{matrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & 1 \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\Delta \mathbf{y}' = \mathbf{J}'(\mathbf{x}_0') \cdot \Delta \mathbf{x}' + \mathbf{v}' \dots \dots \dots (35)$$

但し, (34) 式中の $\Delta \mathbf{y}_v$ は, 次式のように定義したものである。

$$\Delta \mathbf{y}_v \triangleq \mathbf{y}_v - \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_0') \dots \dots \dots (36)$$

これを反復式で表現すると (27) 式と同様に次式となる。

$$\Delta \mathbf{y}_v^k = \mathbf{y}_v - \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_0^k) = \mathbf{y}_v - \mathbf{g}_2(\hat{x}^{k-1}) \dots (37)$$

次に最小化目的関数を (38) 式として (35) 式に WLS 法を適用する。

$$C' = \mathbf{v}'^k \cdot \mathbf{R}'^{-1} \cdot \mathbf{v}' \dots \dots \dots (38)$$

(38) 式中の \mathbf{R}' は \mathbf{v}' の共分散行列であるがこれを求めると (40) 式となる。つまり \mathbf{v}' の平均は (32) 式より

$$E[\mathbf{v}'] = \mathbf{0} \dots \dots \dots (39)$$

故に, \mathbf{v}' の共分散行列 \mathbf{R}' は, (33), (39) 式より

$$\mathbf{R}' = E[\mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}''] = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (40)$$

となって逆行列 \mathbf{R}'^{-1} は定義できない。そこで (41) 式のように \mathbf{R}' の左上の部分正方行列を \mathbf{R}_1 , 右上の部分正方行列を \mathbf{R}_2 と表現するとして, 次の仮定を設ける。

〈仮定〉 \mathbf{R}_1 を (4) 式で与えられる \mathbf{R} とする。

$$\text{但し, } \mathbf{R}' = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (41)$$

なお, (40), (41) 式より $\mathbf{R}_2 = \mathbf{R}$ となるが, \mathbf{R}_2 は後述する (44) 式的方式で更新するので, \mathbf{R}_2 として \mathbf{R} を用いるのは, 1 回目の反復計算のときのみである。但し不良データが存在せず, 全く重みを更新しない場合は反復 2 回目以降も, \mathbf{R}_2 として \mathbf{R} を用いることになる。また, \mathbf{R}_1 として \mathbf{R} 以外非零定数対角行列を仮定することもできるが, その場合は (44) 式の重み更新において, σ_i の代わりに $\sqrt{R_{1ii}}$ を用いねばならない。なぜなら \mathbf{R}_1 に仮定する各対角要素は, ゼロを代行するものなので [(40), (41) 式参照], 重み更新の際に対応する \mathbf{R}_2 の対角要素が, それより小さい値になってはならないからである。

以上のようにして, WLS 法を用いて, $k+1$ 回目の推定値を求めたとすると, (42) 式となる。

$$\hat{x}^{k+1} = \hat{x}^k + [\mathbf{J}'(\hat{x}^k)^t \cdot \mathbf{R}'^{-1} \cdot \mathbf{J}'(\hat{x}^k)]^{-1} \times \mathbf{J}'(\hat{x}^k)^t \cdot \mathbf{R}'^{-1} \cdot \Delta \mathbf{y}^k \dots \dots \dots (42)$$

但し, (42) 式中の \mathbf{R}' は, 次のようなものである。

$$\mathbf{R}' = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_2^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_2^k \end{bmatrix} \dots \dots \dots (43)$$

但し, \mathbf{R}_2^k : k 回目の反復計算に用いる \mathbf{R}_2

次に, (42) 式で求まる $\hat{x}^{k+1} (= (\hat{x}^{k+1}, \hat{v}^{k+1})^t)$ の内の \hat{v}^{k+1} を用いて, \mathbf{R}_2^k を \mathbf{R}_2^{k+1} に更新する手法を以下のように提案する。

$$\begin{cases} R_{2ii}^{k+1} = (\hat{v}_i^{k+1}/\alpha)^2 (if) | \hat{v}_i^{k+1}/(\alpha \cdot \sigma_i) | \geq 1.0 \\ R_{2ii}^{k+1} = R_{1ii} (if) | \hat{v}_i^{k+1}/(\alpha \cdot \sigma_i) | < 1.0 \end{cases} \dots \dots \dots (44)$$

但し, α : 適当なしきい値 (図 7 参照)

R_{2ii}^{k+1} : \mathbf{R}_2^{k+1} の (i, i) 要素, R_{1ii} : \mathbf{R}_1 の (i, i)

要素, \hat{v}_i^{k+1} : \hat{v}^{k+1} の i 番目の要素

このようにして, 更新された \mathbf{R}_2^{k+1} を用いて次の回 ($k+2$ 回目) の反復計算を行なう。

〈3.3〉提案法Ⅱ 従来の BDS 法のように, 残差を規範として, さきの提案法Ⅰと同一の重み更新法を用いた手法を提案する。

$k+1$ 回目の推定値 \hat{x}^{k+1} を, 従来の WLS 法で求めたとすると, (45) 式となる。但し, この計算に用いる重み行列は (47) 式で示す \mathbf{R}^k である。

$$\hat{x}^{k+1} = \hat{x}^k + [\mathbf{J}(\hat{x}^k)^t \cdot \mathbf{R}^{k-1} \cdot \mathbf{J}(\hat{x}^k)]^{-1} \times \mathbf{J}(\hat{x}^k)^t \cdot \mathbf{R}^{k-1} \cdot \Delta \mathbf{y}^{k-1} \dots \dots \dots (45)$$

次にこの \hat{x}^{k+1} を用いて残差を (46) 式で計算し, それ

を規範として、(47)式のように重み行列を更新する。

$$r_i(\hat{x}^{k+1}) = y - f(\hat{x}^{k+1}) \dots \dots \dots (46)$$

$$\begin{cases} R_{ii}^{k+1} = (r_i(\hat{x}^{k+1})/\alpha)^2 (i f) |r_i(\hat{x}^{k+1})| \\ (\alpha \cdot \sigma_i) \geq 1.0 \\ R_{ii}^{k+1} = R_{ii}(i f) |r_i(\hat{x}^{k+1})/\alpha \cdot \sigma_i| < 1.0 \end{cases} \quad (47)$$

但し、 R_{ii}^{k+1} : R^{k+1} の (i, i) 要素

R_{ii} : (4)式で与えられる R の (i, i) 要素

このようにして更新された R^{k+1} を用いて \hat{x}^{k+2} を求める。なお、1回目の反復計算に用いる重み行列 R^1 は、(4)式で与えられる R である。

〈3.4〉 提案法 I および提案法 II のシミュレーション結果 提案法 I および II の特性を調べるため、図 2 の系統を対象に様々な条件下で多くのシミュレーションを行なった。収束判定規準は第 2 章でのシミュレーションと同様に、(17)、(18)式のどちらかを満たせば収束とした。その結果、収束に失敗した例は一度もなく、このことより提案法 I および II に共通して本稿で提案した重み更新法を用いれば、しきい値 α を極端に小さく設定しない限り、収束の確実性は高いと考えられる。なお、収束までに要した反復回数は、提案法 I および II と不良データが存在しない場合は平均して 3~4 回程度、不良データが存在する場合でも平均して 6~7 回程度であった。またしきい値 α を大きく設定すれば、反復回数は少なくなることも確認された。

次に、不良データの悪影響の抑制の程度を調べるため、(48)式で誤差を定義し、モンテカルロシミュレーションで得られる 100 個の誤差の平均値で評価した。

$$\text{誤差} \triangleq \sqrt{\sum_{i=1}^m \{(y_i - \hat{y}_i)/\sigma_i\}^2 / m} \dots \dots \dots (48)$$

y_i : y_i の真値, \hat{y}_i : y_i の推定値 ($= f_i(\hat{x})$)

また、比較のため参考文献(8)で提案されている、しきい値 α の自動決定法を用いた Quadratic-Square root 式の BDS 法 (付録参照) のシミュレーションも同じ条件で 100 回ずつ行なった。

なお、観測値の作製方式は図 3 に従い、事前に仮定される標準偏差 σ_i は 0.01 とした。冗長度も 〈2.2〉 節と同一の 3 通りを採用した。不良データの発生確率を 0.1、不良データの誤差の幅を $3 \sim 53\sigma_i$ に設定したときの、各種法の平均誤差と冗長度の関係を図 7 に示す。すべての冗長度で最も誤差が小さかったのは、提案法 I であった。提案法 II は冗長度が 3.22 のときは提案法 I とほぼ同じ精度を示したが、冗長度が 1.67 のときは、極端に誤差が大きくなり、その結果は不良データ抑制能力を有さない従来の WLS 法の結果よりも悪いものであった。このことより、観測値の重み更

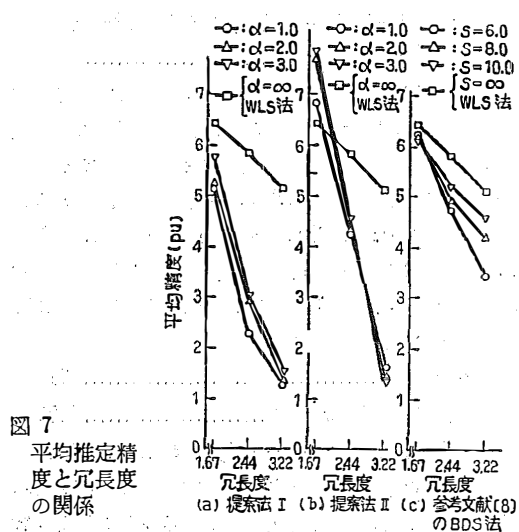


図 7

平均推定精度と冗長度の関係
(a) 提案法 I (b) 提案法 II (c) 参考文献(8)の BDS 法

Fig. 7. Relationship between the average estimate error and redundancy.

新の規範として、残差よりも(42)式で求まる雑音の推定値を用いた方が信頼性が高く、冗長度が低いほど、その差は歴然と言えらる。参考文献(8)の手法の結果は、すべての冗長度で提案法 I より、また冗長度 1.67 の場合を除けば提案法 II よりも、誤差が大きくなった。この手法のパラメータは、しきい値 α そのものではなく、 α を反復の都度決定する際に収束特性を良くするために導入した S [(付10)式参照]であるので、提案法 I および II と直接比較することはできないが、 S を 6 より小さく設定すると、不良データが存在しない場合でも収束に失敗する例が確認された。なお、三つの手法ともパラメータを無限大にすると、不良データ抑制能力を全く有さない従来の WLS 法と同じ結果となることも確認された。

4. ま と め

本稿では、不良データ問題を考慮した静的状態推定の実用化の観点に基づいて、第 2 章で不良データ検出の効率化を計った手法を、第 3 章では BDS 推定法を改良した手法を提案した。第 2 章で提案した最適乗数を用いる手法は、 χ^2 仮説検定法と並用することによって、効率が良くしかも信頼性の高い不良データの検出が可能になると考えられる。また、第 3 章で提案した提案法 I および II の優れた収束特性は、多くのシミュレーションによって検証され、これにより従来の BDS 法の最大の欠点であった非収束の問題はほぼ完全に改善されたといえる。これは提案法 I および II で共通して用いた重み更新法が、従来の BDS 法のよう

に強い非線形性を有するものではないからである。

推定精度の信頼性という面では、観測値の重み更新の規範として残差を用いない提案法Ⅰの方が優れていることも明らかとなったが、提案法Ⅰは、ヤコビアン サイズが従来のものよりも大きくなるので〔(34)式参照〕、計算時間的にはスパーステクニックを用いても、1回の反復計算当たり従来の BDS 法の約3倍強要する。また、記憶容量的にも、約3倍必要とする。この点提案法Ⅱは、従来の BDS 法と計算時間、記憶容量の面ではほぼ同じであるが、劣ることはない。なぜなら、重み更新の処理が、従来の BDS 法に比べて単純だからである〔(47)、(付2)～(付10)式⁽⁸⁾参照〕。従って、計算時間的に十分な余裕のある場合は提案法Ⅰをあまり余裕のない場合は冗長度を高くして提案法Ⅱを用いるのが妥当と考えられる。

本稿では一貫して静的推定手法を扱った。動的推定手法には、すでに不良データを考慮した手法も発表されているが^{(16)~(18)}、第3章で提案した手法も含めて、不良データ抑制能力を有する静的推定手法^{(6)~(10)}を動的手法に応用することも、今後の研究課題と考えられる。

(昭和58年3月7日受付)

文 献

- (1) F. C. Schweppe & J. Wilds: "Power system static state estimation, Part I: exact model" *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-89, 120 (1970)
- (2) F. C. Schweppe & D. B. Rom: "Power system static state estimation, Part II: approximate model" *ibid* PAS-89, 125 (1970)
- (3) F. C. Schweppe: "Power system static state estimation, Part III: implementation", *ibid* PAS-89, 130 (1970)
- (4) M. F. Allam: "Exact static state estimation algorithm retaining non-linearity" *Proc. PSCC VII* 1007 (1981)
- (5) F. Ariatti: "System telemetry and estimation of state variables, review of practice and proposals" *CIGRE* 32-14 (1976)
- (6) F. C. Schweppe & H. M. Merrill: "Bad data suppression in power system state estimation" *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-90, 2718 (1971)
- (7) H. Handschin, F. C. Schweppe, J. Kohlas & A. Fiechter: "Bad data analysis for power system state estimation" *ibid* PAS-94, 329 (1975)
- (8) 江川・深尾: 「電力系統の不良データ除去 (BDS) 推定法の収束性とその改善」 *電学論 B* 95, 571 (昭50-12)
- (9) M. R. Irving, et al.: "Power system state estimation using linear programming" *Proc. Inst. Elect Engrs* 125, 9, 879 (1978)
- (10) W. W. Kotiuga & M. Vidyasagar: "Bad data rejection properties of weighted least absolute value techniques applied to static state estimation" *IEEE Trans. Power Apparatus Syst.* PAS-101, 844 (1982)
- (11) 鈴木・川上・関根: 「電力系統の状態推定におけるバッドデータ検出の方法」 *電学論 B* 94, 185 (昭49-4)
- (12) 佐々木・中島・田丸: 「電力系統の推定における不良データ検出法」 *電学論 B* 98, 845 (昭53-10)
- (13) 横山・五十嵐・田村: 「電力系統における系統構成変化の検出と検定法」 *電学論 B* 94, 217 (昭49-5)

- (14) 岩本・中西・田村: 「悪条件な電力系統に対する潮流計算法」 *電学論 B* 100, 109 (昭55-2)
- (15) Stagg & El-Abiad: "Computer method in power system analysis" *International Student Edition* (1968) McGraw-Hill
- (16) 西谷・高木・長谷川・小池: 「電力系統動の状態推定—Trend Factor の導入と Innovation 過程の検定—」 *電学論 B* 96, 497 (昭51-10)
- (17) 西谷・高木・長谷川・小池: 「Innovation 過程の検定を含む電力系統動の状態推定」 *電学論 B* 98, 33 (昭53-1)
- (18) 西谷・高木・長谷川・小池: 「バッドデータの除去を含む電力系統動の状態推定」 *電学論 B* 99, 457 (昭54-7)
- (19) 佐々木: 「電力系統の動の状態推定における並列計算アルゴリズムについての一研究」 *電学論 B* 102, 825 (昭57-12)
- (20) Th. Van Cutsem, M. Ribbens-Pavella, Ph. Vandeloise & Y. Hella: "Single-level and two-level state estimation: principle and application" *CIGRE Report* 32-10 (1982)

付 録

参考文献(8)で提案されているしきい値 α の自動決定法を用いた BDS 法を以下に要約する。

$$\hat{x}^{k+1} = \hat{x}^k + \Sigma(\hat{x}^k) \cdot J(\hat{x}^k)^t \cdot R^{-1} \cdot Z(\hat{x}^k) \times \Delta y(\hat{x}^k) \dots\dots\dots (付1)$$

$$\Sigma(\hat{x}^k) = B^{-1}(\hat{x}^k) \dots\dots\dots (付2)$$

$$B(\hat{x}^k) = J(\hat{x}^k)^t \cdot Z(\hat{x}^k) \cdot R^{-1} \cdot Z(\hat{x}^k) \cdot J(\hat{x}^k) \dots\dots\dots (付3)$$

$$Z(\hat{x}^k) = \begin{bmatrix} Z_1(\hat{x}^k) & & \\ & \ddots & \\ & & 0 \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & Z_m(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (付4)$$

$$Z_i(\hat{x}^k) = \begin{cases} 1(i f) |r_i(\hat{x}^k)/(\alpha^k \cdot \sigma_i)| \leq 1 \\ 1 / \left\{ \left| \frac{r_i(\hat{x}^k)}{\alpha^k \cdot \sigma_i} \right|^{1/2} \cdot \left(4 \cdot \left| \frac{r_i(\hat{x}^k)}{\alpha^k \cdot \sigma_i} \right|^{1/2} - 3 \right)^{1/2} \right\} \\ (i f) |r_i(\hat{x}^k)/(\alpha^k \cdot \sigma_i)| > 1 \end{cases} \dots\dots\dots (付5)$$

$r_i(\hat{x}^k)$: $r(\hat{x}^k)$ の i 番目の要素

$$r(\hat{x}^k) = y - f(\hat{x}^k): \text{残差ベクトル} \dots\dots\dots (付6)$$

$$\Delta y(\hat{x}^k) = \begin{cases} r_i(\hat{x}^k)(i f) |r_i(\hat{x}^k)/(\alpha^k \cdot \sigma_i)| \leq 1 \\ \text{sqn}(r_i(\hat{x}^k)) \cdot \alpha^k \cdot \sigma_i \\ \times (4 \cdot (|r_i(\hat{x}^k)/(\alpha^k \cdot \sigma_i)|^{1/2} - 3)^{1/2} \\ (i f) |r_i(\hat{x}^k)/(\alpha^k \cdot \sigma_i)| > 1 \end{cases} \dots\dots\dots (付7)$$

$$\text{sqn}(t) = 1(i f) t \geq 0, -1(i f) t < 0 \dots\dots\dots (付8)$$

$$\alpha^k = 4/9 \cdot S \cdot \sqrt{\sum_{i \in N} (r_i(\hat{x}^k)/\sigma_i)^2 / m'} \dots\dots\dots (付9)$$

$$N \text{ は } |r_i(\hat{x}^k)/\sigma_i| < 3 \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^m (r_j(\hat{x}^k)/\sigma_j)^2 / m} \text{ (付10)}$$

を満足する観測値の集合、 m' はその要素の個数、 S は収束特性を良くするためのパラメータ、 α^k が k 回目の反復処理で用いるしきい値。