# 組織論序說（覺え書き）

古瀬大六

## 組織の特性

吾々は組織を特徴附けるものとして次の六つの特性を擧げることができるであろう。

㈠組織を通じて行われる行爲は決定行爲 decision-making であつて、決して遂行行爲 execution ではない。人體の例を以て示すならば、それは大腦を含んだ全神經系統の役割を果すものであつて、個々の筋肉とは異つた任務を有しているのである。それは種々の感覺機關を通じて外部的環境の變動を中樞に傳えるとともに、また内部的諸機關の狀況をも絶えず中央に傳達する。この刺戟は或る閾値を超えると神經系統を通じて上部に傳達され、その刺戟の種類に應じて或は延髓、小腦または大腦に於て對策が決定され、新しい命令となつて再び執行的諸機關に傳えられるのである。

この決定が量的決定であれば、吾々はそれを一つの cardinal number を以て表わし、またそれが單なる順序の決定であるならば、それを同じく一つの ordinal number を以て表現し、純粹に質的な選擇である場合にも、假にそれに適當な番號を附けることによつて同樣にそれを數的に表わすことができる。從つて組織の役割は、一組の變數の

値を決定するという、數学的表現を與えられることになるのである。

(二)組織は右の決定行爲をなすに必要な或る種の判斷基準 criterion を持つ。組織、例えば企業、の目的が何であるか、についての面倒臭い哲学的論議に吾々は煩わされる必要はない。吾々は唯、總ての組織が現實に日々の決定を行つて居り、決定が出來ないためにその運行が停止するようなことはない、という事實から出發する。その判斷基準の内容が具體的に何であるかは、組織の一般理論の關知するところではない。

この判斷基準に對してもまた、數学的表現を與えるならば、それは決定さるべき諸變數と、その判斷に影響を及ぼす諸變數との一つの函數として表わされるであろう。これは形式的には消費者選擇理論に於ける效用函數と全く同じものである。效用という言葉につきまとう内省心理学的臭味を嫌うならば、パレート的選擇指標函數か又は限界代替率函數を考えればよい。

(三)組織は階層 levels を持つ。これは組織の最も本質的な特性である。決定が常に集中的に一個所で行われるならば、それは眞の意味での組織とは言えないであろう。決定行爲が組織に於ける決定行爲として行われるためには、少くとも三個以上の決定中心點が存在しなければならない。その中の一つは最高決定中心點Aとして、他の二つの從屬的決定中心點B、Cをコントロールする(決定者と言わないで決定中心點と言つたのは、兩者が必ずしも一致するとは限らず、一人二役という場合が屢々存在するからである。)

A、B、Cはそれぞれ獨立の判斷基準を持ち、それぞれの分擔する變數の値を選擇する任務を持つのであるが、AとB、Cとの間には次のような相異が存在する。則ち、BとCとはそれぞれ直接に執行につながる變數を適當な二つのグループに分けて擔當するのであるが、Aの方は、BとCとによつて決定される諸變數自體ではなしに、更にそれらの函數で表わされる一つまたは二つ以上の變數を選擇決定することによつて、言わば間接的に此等執行的諸變數を

コントロールするのである。而もAの決定行爲は多くの場合、此等諸變數の函數たる變數を直接的に決定するのではなくて、B及Cのそれぞれの選擇函數の形を決定する若干のパラメーターを動かすことによつて、此等函數の形態變化を通じて執行的諸變數のB及Cによる決定値を動かし、更にそれを通じてこれらの函數たる變數を動かすことによつて自己の選擇函數の値を迂回的に調節する、という過程を取る。通常 motivation と呼ばれる此の過程を右のように形式的に解釋するならば、それは決して一般に經營学者によつて主張されているような純粹に人間的な過程ではなくて、機械的管理機構に於てもまた存在するところの過程であることを知るであろう。

㈣組織に於ける決定は、異時的、從つて動学的過程である。從來の組織論は專ら㈢の觀點から、則ち、組織を構成する人々の權限と責任の分割の問題として、言はば動きのない組織圖の靜態的分析の問題として論ぜられてきたのである。概念的には、組織に於ける總ての決定が總ての階層を通じて同時的・瞬間的に行われることも可能であるから、この動学的性格を以て組織の本質的特性であるとするわけには行かぬかもしれない。けれども現實の組織をありのままの姿で取上げようとするならば、現實の個々の決定には若干の時間を必要とする許りでなく、これらの決定されまたは觀測された諸變數が他の決定中心點に傳達される經路、それに要する時間が存在するのであり、それが組織全體としての決定の上に、その函數の解の上に現實的な影響を及ぼすという事實を無視することはできない。

管理活動の重要な要素である計畫と統制の問題も、單に上級管理者による下級管理者への計畫の分割と、それら部分計畫の間の靜態的調整の問題としてだけではなしに、時間を含んだ動学的な調整の過程として把えるならば、より豐富な内容を持つようになるであろう。經濟学に於て企業の動学的均衡理論として論ぜられているものも、これに近い問題を扱うものではあるけれども、それは專ら外的與件の變動に對する企業個體としての適應過程の問題を取扱うものであつて、その組織の内部構造間の決定と通信とに就ての異時的關聯を取扱うものではないのである。

㈤決定さるべき諸變數の間には若干の拘束條件が存在する。この拘束の性格は組織の具體的內容によつて異る。生産組織であれば、それは所謂生産函數の形を取るであろう。物的生産を目的としない組織に於ても、その執行的諸變數の多くのものは最高決定者の價値判斷の直接的對象ではなくて、寧ろ、少數の、場合によつては唯一つの最高目的變數に對する間接的手段を提供するにすぎないであろう。若し此等手段としての諸變數と目的としての變數との間に人爲的に動かすことの出來ない必然的關係が成立つならば、此等諸變數は一個の目的變數の決定を通じて同時に一義的に確定されることになり、問題は極めて簡單となるであろう。然しながら、現實に於ける多くの此等の關係は極めて多義的であり、同一目的の同一程度の達成に對する手段の組合せは殆ど無限に可能であるが故に、此等多數の手段たる諸變數に就てもまた、その値を一々決定しなくてはならぬこととなるのである。

多數の諸手段の中から唯一つの組合せを選び出すに際しこの判斷の基準となるものは、勿論、その手段の價値であるが、それは場合によつては、直接的に最高決定者の選擇函數の對象となる、則ちそれは手段であると同時に目的の一部である、場合もあるであろう。然し大多數の場合にあつては、手段はそれ自體としては價値的に白紙であつて、それはその手段に伴う費用的制約を通じて、總費用という一つの變數として最高決定函數の中に表われてくるにすぎないであろう。營利企業の場合にあつては、更にその費用はもう一つの變數である收入との間の差引額、則ち利潤としてのみ最高決定の對象となるのである。

㈥組織の變更は費用の變更を伴う。組織は上に述べたように、一定の價値判斷基準に從つて諸變數の値を決定するための管理構造であるが、組織自體にもまた、それに附隨する費用があり、組織の變更は此の組織自體に伴う費用の大さを變える許りでなく、また他の諸費用又は諸收入の値にも影響を及ぼすが故に、組織形態の決定に際しては此等の費用的要素を考慮した上で最も有利なように決定されなくてはならない。組織を一組の函數又は汎函數で表わし得

るものとするならば、それは、その組織の決定すべき諸變數と共に、最高目的を最もよく達成し得るような形に解かれなくてはならない。而も、此の意味に於ける最も有利な組織の形態は、與件の變動、拘束條件の變化につれて絶えず變動するものであるから、この種々の組織形態の合理的な時間的分布が計畫され、且つ絶えず修正されなくてはならない。

これは所謂動学的組織の問題であるが、㈣に於ける一定組織下の諸變動の動学的決定の問題とは異つた次元を持つ、より高次の動学的問題であると言うことができる。現實に於ては組織の改編はその能率を一時的に低下させると共に、若干の一時的支出を伴うが故に、それは企業に於ける投資の決定と同様に、長期的計畫と sunk cost 的計算とを必要とするであろう。

## 組織の一般理論

組織の問題を一般的に取扱う場合には、經濟学に於て行われているのと同様に、これを諸變數間の函數關係として把えるのが便利である。數学的取扱をすることは何か現實をゆがめるかのように考える人があるが、これは誤りである。何となれば數学は結局論理学の一形式であり、その最も嚴密な形に外ならないのであつて、必ずしも量のみを取扱うものではないからである。

そこで先ず、前節の「組織の特性」に於て述べた㈠から㈢までの特性、則ち組織の靜態的均衡の問題を取上げて、これを數学的に定式化してみよう。

最高決定者Aの選擇函數を$u_A$、下級決定者B、Cの選擇函數を$u_B$、$u_C$とし、決定さるべき執行的變數を$\bar{y}$（$\bar{y}$は多數のyの集合又はヴェクトルを表はす）、與件を常數$\bar{z}$とする。拘束條件は一應これを無視する。

若し組織が存在せず、Aが一人で總てを決定するものとするならば、此等變數 $\bar{y}$ の値は、

$$u_A = u_A(\bar{y}\,;\bar{z})$$

なる函數の値を、$\bar{z}$ を一定として、極大ならしめるように決定される。則ちそれらは、

$$\partial u_A / \partial y_i = 0 \qquad (i=1,\dots\dots,n)$$

を解くことによつて決定されること、周知の通りである。所でAが此の選擇變數（選擇によつて決定される變數）$\bar{y}$ を適當に二人の下部決定者B及Cに配分することによつて、組織を通じての決定を行うならば、事態は如何に變化するであろうか。

選擇さるべき變數 $\bar{y}$ が、いま假りに四個のスケーラー變數 $y_1, y_2, y_3, y_4$ よりなるものとしよう。これを二人の間に分配するやり方には、種々のものが考えられるが、選擇函數の形を或る程度明かにした上でなくては、意味のある結論は得られない。（$\bar{z}$ は常數であるから、これを除いて考えても結論に變りはない。）そこで先ず、次のような形の $u_A$ を假定してみよう。

$$u_A = u_1(y_1, y_2) + u_2(y_3, y_4)$$

右の式に於ける $u_A$ の極大條件は、$u_1$ の極大條件と $u_2$ の極大條件との合計に外ならない。

從つて若し、

$$\begin{cases} u_B(y_1, y_2) \equiv u_1(y_1, y_2) \\ u_C(y_3, y_4) \equiv u_2(y_3, y_4) \end{cases}$$

であるならば問題は全く簡單となる。則ち最高管理者Aは、その選擇變數 $\bar{y}$ を適當に下部管理者B、Cに分擔決定するよう命じて置きさえすれば、BとCとがその命令に違反しない限り、Aの爲すべき決定行爲は全く存在しない。

これは分權的管理の最も完全な場合の一例である。$u_B$、$u_C$の兩函數の安定性の保證が與えられている限り、最大決定者Aの存在は、その組織にとつて全く無意味なものとなる　そこでは、恰も理想的自由經濟に於ける個々の經濟主體の私利追求行爲が同時に見えざる手の導きによつて國民經濟的利益に一致する場合のように、獨立的存在であるBとCとの個々の決定行爲の合計がそのまま組織全體の最高目的をも最も有效に達成せしめることになるのである。そこには通常の組織に於て要求される所のAとB、AとCとの間の communication の問題も存在しなければ、勿論BとCとの間のそれの必要も存在しない。それは言はば、組織なき組織と言つてよいであろう。

部下の選擇行爲に對して最高決定者Aが若干の不安を持つ場合には、AはBとCとからその決定にかゝる所の選擇變數の値の報告を求めると共に、BとCとの選擇函數$u_B$、$u_C$をば自己の選擇函數$u_A$の二つの部分函數$u_1$、$u_2$の形に一致させるように様々な指示を與えるであろう。このAがB、Cの選撰函數に及ぼす影響をパラメーター$\beta_B$、$\beta_C$で表わせば、右の過程は結局、$\bar{y}$の$u_A$を極大ならしめる解と、$u_B$及$u_C$を極大ならしめる解との間の差異を目安として夫々の選擇函數のパラメーター$\beta$を動かすことにより

$$\lim_{\beta_B} u_B(y_1, y_2, \beta_B) \equiv u_1(y_1, y_2)$$

$$\lim_{\beta_C} u_C(y_3, y_4, \beta_C) \equiv u_2(y_3, y_4)$$

を實現せしめようとするに外ならず、それは豫算統制に於ける動學的調整過程と同種のものと考えられるから、此所では論じない。

また

$$\begin{cases} u_A \equiv u_1(y_1, y_2) \cdot u_2(y_3, y_4) \\ u_B \equiv u_1(y_1, y_2) \\ u_C \equiv u_2(y_3, y_4) \end{cases}$$

の場合にも、完全な分權的管理が可能である。何となれば、$u_A$の極大條件は、

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_A}{\partial y_1} = \dfrac{\partial u_1}{\partial y_1} \cdot u_2 + u_1 \cdot \dfrac{\partial u_2}{\partial y_1} = u_2 \cdot \dfrac{\partial u_1}{\partial y_1} = 0 \\ \dfrac{\partial u_A}{\partial y_2} = u_2 \dfrac{\partial u_1}{\partial y_2} = 0 \\ \dfrac{\partial u_A}{\partial y_3} = u_1 \dfrac{\partial u_2}{\partial y_3} = 0 \\ \dfrac{\partial u_A}{\partial y_4} = u_1 \dfrac{\partial u_2}{\partial y_4} = 0 \end{cases}$$

であり、且つ$u_1$、$u_2$は$u$の極大點に於て零となることは現實にはあり得ないから、それは結局、

$$\frac{\partial u_1}{\partial y_1} = 0, \quad \frac{\partial u_1}{\partial y_2} = 0; \quad \frac{\partial u_2}{\partial y_3} = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial y_4} = 0$$

となつて$u_B$及び$u_C$の極大條件と全く一致することになるからである。以上の二つの場合の外にも、このような分權化の可能な$u_A$の形が存在し得るかどうか、ということの研究は純粹數学の領域に屬する問題であるから、別の機會に讓りたい。

右の二つの場合に於ては、$u_A$函數が或る特殊な形を持つことを條件としたが、そのような條件の全然存在しない場

合に於ても、適當な方法により分權化を圖ることが出來る。

則ち、若しも、

$$u_A(y_1, y_2, y_3, y_4) \equiv u_B(y_1, y_2, y_3, y_4) \equiv u_C(y_1, y_2, y_3, y_4)$$

であるならばこれらの選擇變數yをBとCとに適宜に分擔決定せしめると同時に、相手方の、則ちBはCの、CはBの、決定した選擇變數の値を瞬間的に通知してもらうことにより、例えば、Bは$y_1$、$y_2$を選擇變數とし、Cから通知を受けた$y_3$、$y_4$を外生的常數と考えて$u_B$の極大條件を求め、またCはBから通知を受けた$y_1$、$y_2$を常數と見做して自己の選擇變數$y_3$、$y_4$の値をば$u_C$を極大ならしめるように決定する、というやり方が考えられる。然しこれもまた時間を含んだ動学的過程であるので詳細は動学的分析の項に譲る。

其他、最高決定者AがB、Cの選撰變數の値に對して價値判斷を下すことをせずに、BとCとの決定した選擇變數の函數の値の通知を受けて、それに對して選撰を行う場合もあるであろう。寧ろ現實にはこのような場合が大多數を占めるかもしれない。則ち、

$$u_A = u_A(x_1, x_2)$$
$$x_1 = x_1(y_1, y_2)$$
$$x_2 = x_2(y_3, y_4)$$
$$u_B = u_B(y_1, y_2)$$
$$u_C = u_C(y_3, y_4)$$

のような場合を考える。これは純粋に數学的に考えるならば、

$$x_1 \equiv u_B \ ; \ x_2 \equiv u_C$$

とすることによつて、今迄の場合と同じ形の問題に轉化させることが出來る。從つて上に述べた説明はそのまま形式的にはこの場合に對してもあてはまることになる。唯一つ異る場合は、函數$x_1$、$x_2$と$u_B$、$u_c$とが恒等でない場合であるが、これも結局、前に述べた指導パラメーターの操作による下級決定者の選擇函數の變形の問題に歸することができるであろう。このような汎函數或は變分法による極大條件函數の決定に際しても一定函數の下に於ける極大條件變數の決定に於けると同樣に、高次の條件、則ち極小點でなくて極大點であることを保證する條件、に該當するものが必要であるかどうか、に就ては數学者の解答に待ちたい。

以上で純粹に靜学的な組織に於ける、權限の委任の問題に就ての記述を一應終り、次に(四)に於て簡單に論じて置いた組織に於ける異時的決定の問題に移る。

動学の問題は、これを大別して、一定與件の下に於ける均衡化ぇの過程の安定性の問題と、變動する與件の下に於ける波動的過程の問題との二つに別けることができる。此所では、その中の最初のもの、則ち安定性の問題に就て考えてみよう。

前回同樣、最初は最高決定者Aが自ら選擇變數の總てを決定するものとする。その選擇變數の總てが直接的に彼の價値判斷の對象となるのであれば、則ち

$$u_A = u_A(y_1, y_2, y_3, y_4, )$$

であるならば、その決定は總てAの大腦の中に於て同時的に行われるから、時間に就ての問題が出現する餘地はない。然るに、彼の直接的價値判斷の對象となる變數はそのうちの一部だけ(例えば$y_1$と$y_3$)であつて、殘りの變數はそれらに對する何等かの拘束條件を通じて間接的に價値判斷の對象となるものとするならば、此の拘束條件式の形が彼にとつて既知ではなく、從つて總ての選擇變數をば同時的に決定するわけには行かない、という狀況が發生するかも

しれないのである。この拘束條件を一般的に、

$$f_i(y_1, y_2, y_3, y_4) = 0 \qquad (i = 1, 2)$$

とし、それを$y_1$と$y_3$とについて解いた式を、

$$y_1 = g(y_2, y_4)$$

$$y_3 = h(y_2, y_4)$$

とする。これらの拘束條件式の形が分つているときは、ラグランジュ乘數法によつて$y_1$、$y_3$と同時に、$y_2$、$y_4$の値もまた$u_A$極大條件聯立方程式を通じて決定されること周知の通りである。此等の形が不明であれば、彼は所謂試行錯誤法によつて$y_2$、$y_4$の値を適宜に動かしてみて、その動きが$y_1$、$y_3$を如何に變化させ、從つてまた$u_A$の値を動かすか、を漸近的に知ろうと試みるであろう。この模索法は、拘束條件式の形、與件の値が時間的に不變であれば、理論的には必ず$y_2$、$y_4$の値を決定する力を持つているけれども、現實の問題としては、その決定までに餘りに長い時間を必要とするようでは、それは實質的に無價値な行動となつてしまう。その決定までに要する時間を左右するものは、第一にはその拘束條件式の形であり、第二には試行のやり方である。則ち、拘束條件式が$y_2$、$y_4$についてそれぞれ唯一つの極大點を持ち、その前後に於て單調增加又は單調減少的であることが、その第一の條件であり、試行がワルトの統計的決定函數の理論に從つて最も經濟的に行われることがその第二の條件である。拘束條件式g、hが

$$y_1 = g_1(y_2)$$

$$y_3 = h_2(y_4)$$

であるならば、$y_2$と$y_4$とを同時に試驗的に動かしても、兩變數の變動の影響を完全に分離することが出來るので、その決定はより迅速に行われるであろう。このような條件が克されないときは、$y_2$と$y_4$とは決して同時に動かしてはな

らない。

以上は一人組織の下に於ける未知拘束條件の存在する場合に就ての試行錯誤法的解決法とその安定性の問題であつた。次にはこれが多數人組織の下に於ては如何なる形をとるか、を考えてみよう。先が第一に、

$$u_A = u_A(x_1, x_2)$$

$$u_B \equiv x_1 \equiv x_1(y_1, y_2)$$

$$u_C \equiv x_2 \equiv x_2(y_3, y_4)$$

であつて、且つ$u_B$、$u_C$の形は經濟的、技術的條件によつて決定され、從つて最初はその形が未知であると假定する。そこでBとCとは、それぞれの擔當選擇變數の値を適當に動かしてみることによつて試行錯誤的に函數$x_1$、$x_2$の形を決定しなければならない。更にもし、

$$u_A = u_B + u_C \quad 又は\ u_B \cdot u_C$$

であれば、BとCとは互に獨立的に、且つまたAからも獨立的に、その最も有利な選擇變數の値を試行錯誤法によつて決定することができる。けれども$A_4$の形にこのような制約を附けないならば、同時にAはその指導パラメーターの調節による$u_B$、$u_C$の變化を通じて、$x_1$と$x_2$との値の組合せを自己に最も有利なように、則ち$u_A$を極大ならしめるように努めなければならず、このAの活動と、B及Cの模索活動との間の時間的關聯が極めて複雜な形で$u_A$の時系列に影響を及ぼすことになるであろう。則ち、現實に於ては決定が完全になされて後にその執行が行われるのではなくて兩者が同時的又は交互的に行われるのが常であり、殊に所謂試行錯誤的方法はこのような決定と執行との交互的時系列を通じてのみ行い得るのであるから、その試行に於ける選擇變數の一回の變動の大さ、その時間的配列の如何は、$x_1$と$x_2$との値の變動を通じて$u_A$の値の時間的配列を決定する許りでなく、その一連の試行の途中に於けるAの指揮パ

ラメーターを通じての調整活動の大さと時間的配列の如何もまた、$u_B$、$u_C$の形の決定の速度に影響を及ぼし、惹いてはまた$u_A$の大さとその時間的配列に影響するであろう。これらの行動を最も有利に決定するには、矢張り、統計的決定函數に於てなされてゐるような考察を必要とするであろう。

以上は、二人の下部決定者の選擇函數の形が、BとCとの間に於て互に獨立である場合を考えたのであつたが、それが若しも、

$$u_B = u_B(y_1, y_2, y_3, y_4)$$

$$u_C = u_C(y_1, y_2, y_3, y_4)$$

のように互に依存的であるならば、Bの$y_1$或は$y_2$に就ての試行はCの$y_3$或は$y_4$の試行が$u_C$の値に及ぼす效果の大さを變化させることになるであろうから、BとCとは常に一個の同一の選擇變數について同一の試行を行うために緊密な協同を必要とする。

本節の最初から此所まで述べてきたことからは總て、外生的與件$\bar{z}$が常數である場合のみを取扱つてきた。以下に於ては$\bar{z}$が時間と共に變動する場合、則ち、第二の意味に於ける動學的均衡の問題を取上げてみたい。$\bar{z}$の値が變化すれば、それを含む選擇函數の形が變化し、從つて最適選擇變數の値もまた時間的に變化することになること、勿論である。

然し、決定及遂行が瞬間的に行われるならば、それによつて決定される均衡點は、$\bar{z}$一定の場合と全く同樣であり、單に斯る均衡點の幾つかが時間的に並べられているにすぎず、所謂比較的靜態論の問題に歸着することになつてしまうであろう。

$\bar{z}$の時間的變化が眞の意味に於ける動学的問題を生ぜしめるのは、一つ一つの均衡が異時的な諸變數の値によつて支配される場合、則ち決定及遂行に時間を必要とし、又は豫想に基いて將來の行動に就ての計畫が立てられる場合に限るのである。

そこで先づ、外生的變數$\bar{z}$の觀測と、それに基いて行われる選擇變數の決定との間に一期間のラグが存在する場合を考えてみよう。$\bar{y}$に對するのと同様に、$\bar{z}$に對してもその觀測者の割當を行わなければならない。それが多大の勞力を必要とするものであれば、獨立の一人の觀測係りを置かなければならぬかも知れないが、そのような努力を必要としないならば、それぞれの決定中心的に對してその選擇變數の決定に影響力を持つ外生變數を割當てるのが妥當である。今、Bの決定に對しては$z_1$、$z_2$が、Cの決定に對しては$z_3$、$z_4$が影響力を持つものとすれば、それぞれの選擇函數は、

$$u_A = u_A(x_1, x_2)$$
$$u_B = u_B(y_1, y_2; z_1, z_2) = x_1$$
$$u_C = u_C(y_3, y_4; z_3, z_4) = x_2$$

のように表わされる。B、Cはそれぞれ前期の$\bar{z}$の値$\bar{z}(t_0)$を基として$\bar{y}(t_1)$の決定を行うのであるから、その決定値を$\bar{y}'(t_1)$で表わせば、

$$u'_A = u_A\{x'_1(t_1), x'_2(t_1)\}$$
$$u'_B(t_1) = u_B\{y'_1(t_1), y'_2(t_1); z_1(t_0), z_2(t_0)\} = x'_1(t_1)$$
$$u'_C(t_1) = u_C\{y'_3(t_1), y'_4(t_1); z_3(t_0), z_4(t_0)\} = x'_2(t_1)$$

となる。もしも、$u_B$、$u_C$の形が$\bar{z}$の觀測によつて初めて變化するものであるならば、これは單に比較靜態的均衡点の

時系列を一期だけ遅らせる效果をもつにすぎない。然るに $u_B$、$u_C$ の中に現れる $z$ の變化が、それの觀測とは關係なしに直ちに $\bar{y}$ と $\bar{x}$ との間の關係を變えてしまうものであるならば（殊に $u_B$、$u_C$ が純粹な價値判斷函數ではなくて、その中に執行面に於ける技術的拘束をも含んでいる場合に、そのような可能性が大きい……嚴密には、選擇函數と執行函數とを別個のものとして取扱つた方がよいかもしれない）、則ち斯く決定された $\bar{y}$ を以てそのまゝ執行に入るならば、その結果として實現される選擇指標の大さ $u_A$、$u_B$、$u_C$ は、計算値 $u'_A$、$u'_B$、$u'_C$ とは全く異つた値を示すに至るであろう。則ち、

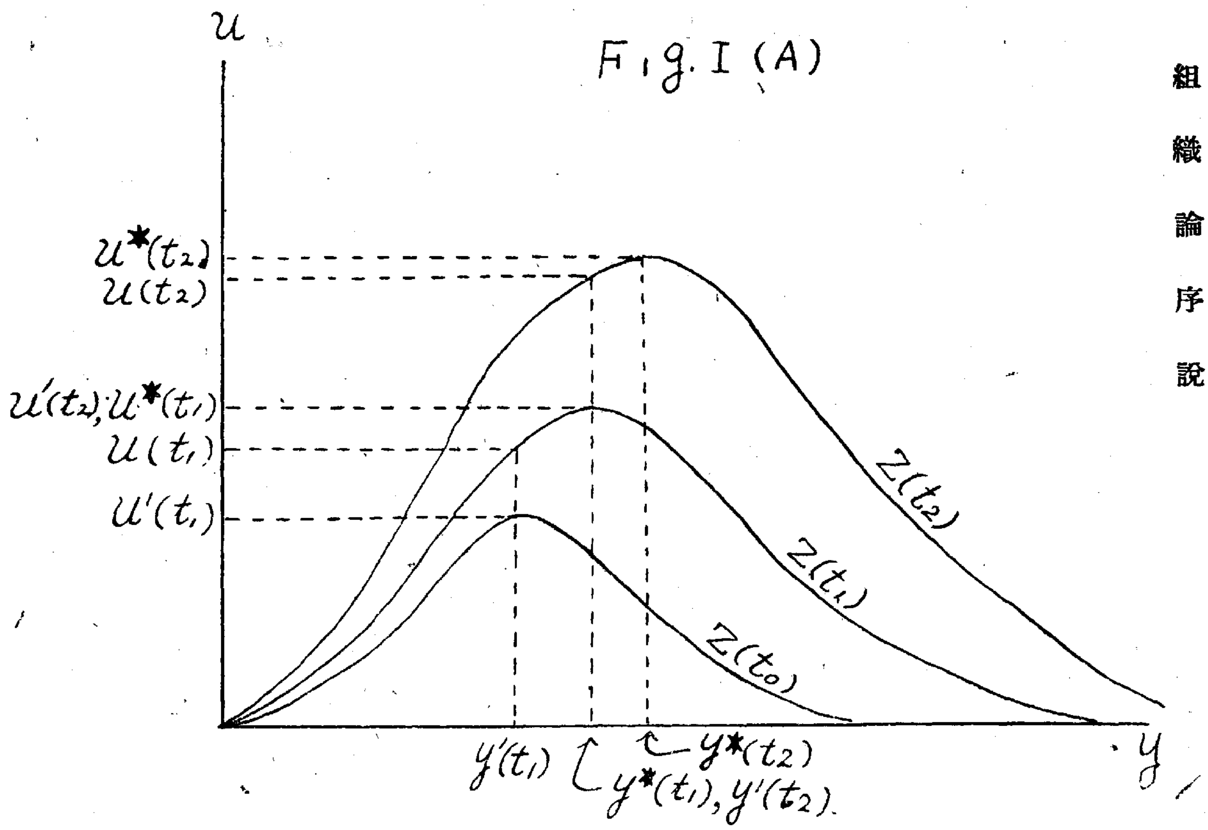
$$
\begin{cases}
u_A(t_1) = u_A\{x_1(t_1), x_2(t_1)\} \\
u_B(t_1) = u_B\{y'_1(t_1), y'_2(t_1); z_1(t_1), z_2(t_1)\} = x_1(t_1) \\
u_C(t_1) = u_C\{y'_3(t_1), y'_4(t_1); z_3(t_1), z_4(t_1)\} = x_2(t_1)
\end{cases}
$$

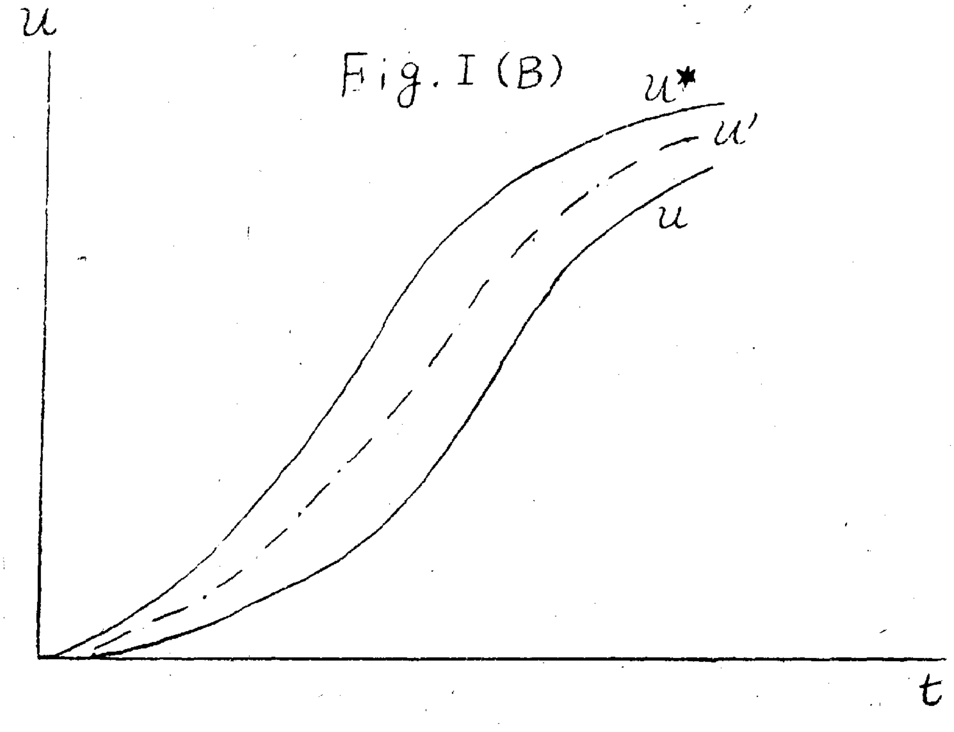
となるのであるが、これらの $u_A$、$u_B$、$u_C$ の値は、$t_1$ 時點に於て $\bar{z}$ の觀測と $\bar{y}$ の決定及び遂行が同時的に行われたと假定した場合の値とも勿論相異する。

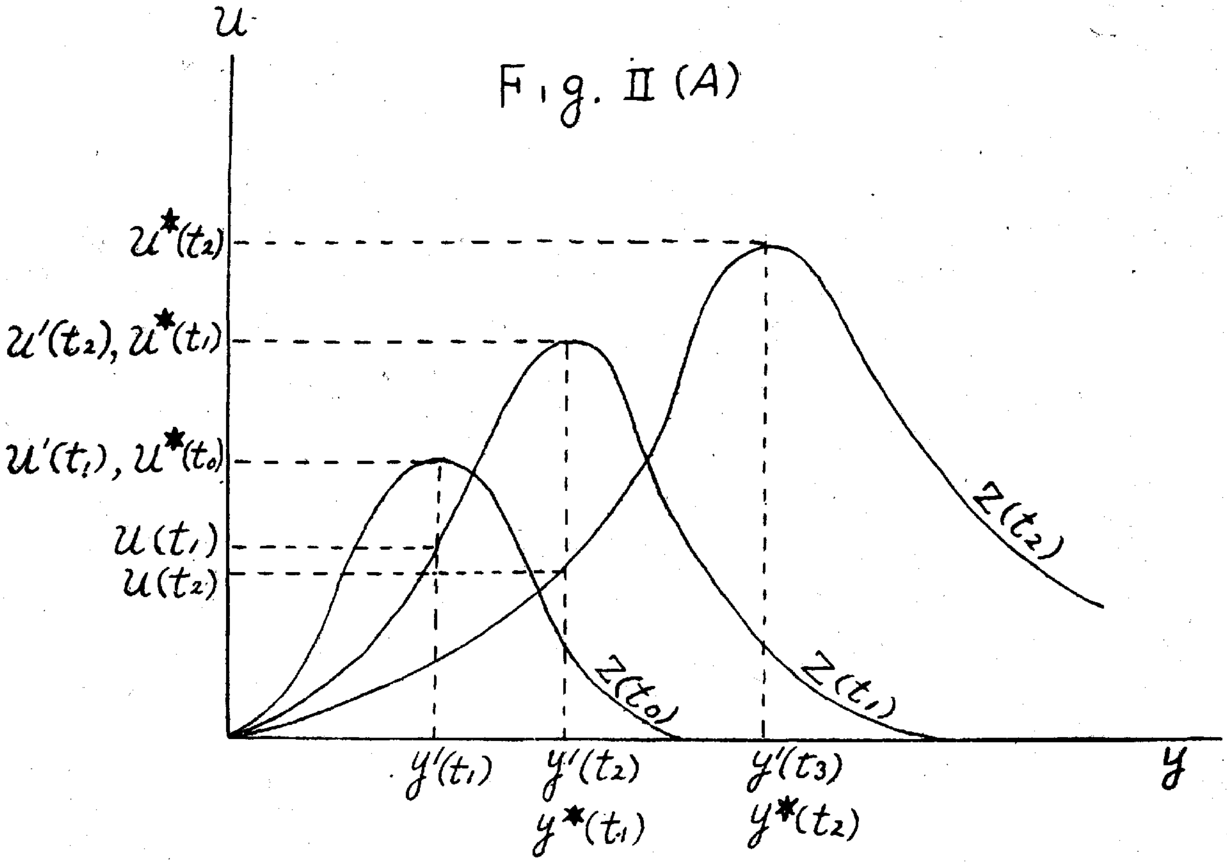
このようなラグを伴う組織的決定行爲が $u$ の値に如何なる影響を及ぼすかを詳細に論じようと思えば $\bar{z}$ を $t$ の函數として陽表的に表示し、更に $u$ 函數の形を具體的に與えなければならない。これは非常に面倒な數学的計算になるので、簡單のために

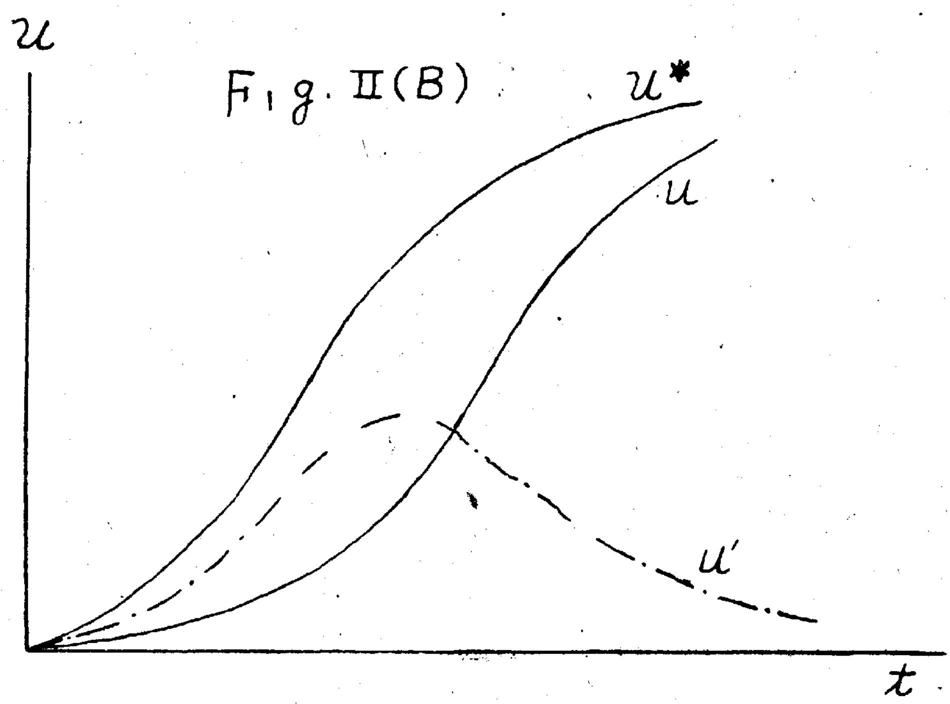
$$
\begin{cases}
u(t_1) = u\{y'(t_1), z(t_1)\} \\
\dfrac{du\{y'(t_1), z(t_0)\}}{dy} = 0
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
u^*(t_1) = u\{y^*(t_1), z(t_1)\} \\
\dfrac{du\{y^*(t_1), z(t_1)\}}{dy} = 0
\end{cases}
$$

なる場合を考えてみよう。これを圖で示せば、第一圖(A)の如き場合をその一例として擧げることができる。$z$ は $t$ の


$u$
Fig. I (A)
$u^*(t_2)$
$u(t_2)$
$u'(t_2), u^*(t_1)$
$u(t_1)$
$u'(t_1)$
$Z(t_2)$
$Z(t_1)$
$Z(t_0)$
$y'(t_1)$
$y^*(t_2)$
$y^*(t_1), y'(t_2)$
$y$


$u$
Fig. I (B)
$u^*$
$u'$
$u$
$t$


u
Fig. II (A)
u*(t₂)
u′(t₂), u*(t₁)
u′(t₁), u*(t₀)
u(t₁)
u(t₂)
Z(t₀)
Z(t₁)
Z(t₂)
y′(t₁)
y′(t₂)
y*(t₁)
y′(t₃)
y*(t₂)
y


u
Fig. II (B)
u*
u
u′
t

單調増加函數、$y$を固定した場合の$u$は$z$の單調増加函數であり、原點に於ては$u$は常に零である。從つてラグを伴わない場合の均衡點$u^*$もまた、第一圖(B)に示すごとく、$t$の單調増加函數である。一期のラグを伴う場合の選擇指標の決定計算による$u$の値、則ち$u'$は、前期の$u^*$と同一であるから、そのグラフは(B)圖の如くなるであろう。而て、實際に達成される選擇指標の大さ$u$は、その期の$y'$、則ち前期の$z$の値に對應する$u$函數の$u$の極大點に於ける$y$の値、をば今期の$z$値に對應する$u$函數に代入した場合の$u$の値に外ならない（第一圖(A)に於ける$u(t_1)$及び$u(t_2)$）から、その大さは必然的にその期の$u^*$と$u'$との中間に落着くことになる。從つてその値を時間軸上に表わせば、(B)圖の$u$曲線のように、$u^*$曲線と$u'$曲線との間に存在するであろう。

次に、右の諸前提の中、

$$u\{y, z(t)\} > u\{y, z(t-1)\}$$

なる條件を變更して、

$$\left\{\begin{array}{l} u\{y', z(t)\} < u\{y', z(t-1)\} \\ \dfrac{\partial u\{y', z(t-1)\}}{\partial y} = 0 \end{array}\right\}$$

が成立つものとすれば、第一圖は結局第二圖のように書き改められる可能性が生れてくる。則ち現實の選擇指標$u'$の値は時と共に次第に減少し、組織の存在が無意味になる時が來るかもしれない。その意味に於て、此の組織は動学的に不安定であると言うことができる。

以上は測定と計算との間に一期間のラグが存在し、計算と實施との間にはラグの存在しない場合であつた。更に問題を複雑化して、計算と實施との間にも若干のラグを認めることもできるであろう。また、$z$が單調増加でなくて、

或る種の波動を描く場合、それに伴う$u$の値の變動が、ラグの存在によつてその波長及び振幅を如何に變えるか、に就ても數学的解析を加えることができるであろう。右の分析は結局、これを豫想の問題として考えるならば、今期の$z$の値を、前記のそれと同じである、と豫想する場合に外ならない。則ち、そこに於ては$z(t)$の豫想値$z'(t)$は、

$$z'(t)=z(t-1)$$

によつて決定される。これを更に一般化して、

$$z'(t)=z'\{z(t-1),z(t-2),\cdots\cdots\}$$

とし、その中の若干の場合に就てその安定條件を論ずることは興味のある問題であろう。

## 例外原理について

例外原理は科学的管理法の創始者であるテイラーによつて初めて明確な形で提稱されて以來管理組織の設計上極めて重要な原理として益々その重きを加えつつある。殊にそれが最近の豫算統制・標準原價制度と結合するに及んで、この原則は、從來の工場管理に限られた狹い領域から拔け出して、トップ・マネジメントを含んだ全管理領域に及ぶ最も廣範な適用領域を持つ一大原理となりつつあると言つてよいであろう。

然しながら、この例外原理の管理組織への適用は、その廣さに於て確かに全管理組織の中に滲透したとは言うものの、その深さに於て、未だ幼兒的段階にあるものと言わざるを得ないのである。これを更に高度に發展させるためには、例外原理のより高度な數学的解析が必要となるであろう。

此所では先ず、その第一歩として、例外原理の最も簡單なテイラー展開による表現を取上げてみたい。

前節同樣、一人の最高管理者と、それに從屬する二人の下部管理者 sub-administrator とより構成される最も簡

單な三人組織について考察する。二つの内生變數を$y_1$、$y_2$、二つの外生變數を$z_1$とし、二人の下部管理者の中の一人は與えられた$z_1$の値に基いて函數$u_1(y_1, z_1)$の値を極大ならしめるようにその$y_1$の値を選定し、他の一人は同様にして與えられた$z_2$の値を基として函數$u_2(y_2, z_2)$の値を極大ならしめるようにその$y_2$の値を選定するものとする。これらの$u_1$、$u_2$に對應する最高管理者の選擇函數は、$u=u(u_1, u_2)$で表わされる。

例外、則ち豫算・豫定・標準値と實際値との差異 variance は、計畫値と實際値との差異に外ならない。そこで右の諸變數の計畫値には、附號を附けて $u', u'_1, u'_2, y'_1, y'_2, z'_1, z'_2$ で表はすことにより、實際値 $u, u_1, u_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ と區別し、これらの實際値からそれぞれの豫想値又は計畫値を差引いた差額をそれぞれ $\Delta u, \Delta u_1\ \Delta u_2, \Delta y_1, \Delta y_2, \Delta z_1, \Delta z_2$ で示すこととする。更にまたそれぞれの下部管理者の選擇函數$u_1$、$u_2$の形は、各人の努力の如何によつて、標準型とは異つた形を取ることになるので、その效果を表わすためにそれぞれ一個のパラメーター$\beta_1$、$\beta_2$を導入して、$u_1(y_1, z_1, \beta_1)$及び$u_2(y_2, z_2, \beta_2)$の如く表現する。嚴密に言えば、最高管理者自身の選擇函數$u$の形の豫期せざる變化についても當然考慮しなければならないのであるが、取扱を簡單にするため、本節に於ては$u$の形は不動であると假定して論議を進める。

右の定義により、

$$\begin{cases} u = u(u_1, u_2) \\ u_1 = u_1(y_1, z_1, \beta_1) \\ u_2 = u_2(y_2, z_2, \beta_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u' = u(u'_1, u'_2) \\ u'_1 = u_1(y'_1, z'_1, \beta'_1) \\ u'_2 = u_2(y'_2, z'_2, \beta'_2) \end{cases}$$

先づ、右の(1)式について考えてみよう。一旦計畫が定められれば、それ以後はそれらの計畫値又は豫想値は一應常數として取扱うことができる。從つて(1)式の右邊の$u'_1$、$u'_2$はこれを常數と見做して、

$$\begin{cases} u = u' + \Delta u = u(u'_1 + \Delta u_1, u'_2 + \Delta u_2) & (1) \\ u_1 = u'_1 + \Delta u_1 = u_1(y'_1 + \Delta y_1, z'_1 + \Delta z_1, \beta'_1 + \Delta\beta_1) & (2) \\ u_2 = u'_2 + \Delta u_2 = u_2(y'_2 + \Delta y_2, z'_2 + \Delta z_2, \beta'_2 + \Delta\beta_2) & (3) \end{cases}$$

と變形することができる。これは、最高管理者は計畫の實行段階に於ては、部下に對しては$u_1$、$u_2$に就いての報告を受けることを必要とせず、それぞれの計畫値と實際値との差異$\Delta u_1, \Delta u_2$に就いてのみ報告を受ければ充分その調整者としての役割を果し得ることを意味するものである。

$$u = u(\Delta u_1 + k_1, \Delta u_2 + k_2) = f(\Delta u_1, \Delta u_2) \qquad (1')$$

然し、單にこのように、實際値の報告を、實際値と計畫値との差異の報告に置き換えただけでは、管理組織上の大した進歩にはならないであろう。最高管理者は依然として、これらの差異$\Delta u_1, \Delta_2$の大さをば、$u$を極大ならしめるように絶えず調整するという努力を續けなくてはならず、その點では彼の努力は殆ど輕減されることにはならないであろう。この例外原理が管理組織上の合理化原理としてその偉大な役割を果し得るようになるためには、これら$\Delta u_1$ $\Delta u_2$の總ての値に就いて報告することを止めて、それらに對して或る許容限界 tolerance limit を設けて、その限界を超える變動に就いてのみ報告すればよいように改めることが必要となる。この許容限界の大さの合理的決定方法に就いては、今迄殆んど論ぜられていないと言つて差支ない。これを下級管理者の恣意的判斷に任せたり、單純に絶對値又は標準値に對する%を以て定めたりすることは合理的ではない。それは當然、その組織の最高目的の達成に及ぼすそれぞれの因子の影響の程度に從つて、則ちその限界目的達成率の大さに比例して定められるべきである。同時

にこのように組織を改めることによつて得られる書高管理者の努力の節約に對する評價に就いても考慮しなければならないことと勿論であるが、それは問題を極めて複雑化することになるので此所では論じないで置く。

そこで再び(1)′に歸つて、これをテイラー展開してみよう。

$$\varDelta u = \frac{\partial u(k_1, k_2)}{\partial u_1}\varDelta u_1 + \frac{\partial u(k_1, k_2)}{\partial u_2}\varDelta u_2 + R_2$$

$$R_2 = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u(k_1+\theta\varDelta u_1, k_2+\theta\varDelta u_2)}{\partial u_1^2}\varDelta u_1^2 + \frac{\partial^2 u(k_1+\theta\varDelta u_1, k_2+\theta\varDelta u_2)}{\partial u_1 \partial u_2}\varDelta u_1 \varDelta u_2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u(k_1+\theta\varDelta u_1, k_2+\theta\varDelta u_2)}{\partial u_2^2}\varDelta u_2^2$$

$$(0<\theta>1)$$

これを形式的に任意の階數まで展開することも可能であるが、一應一階に留めて考えてみる。この問題をこれ以上具體的に論ずるためには、選擇函數の具體的な形に立入つて考えなければならない。そこで例の如く、最も簡單な場合として、

$$u = u_1 + u_2$$

なる場合を取上げてみる。uが右のような形を持つならば

$$\partial u/\partial u_1 = 1\ ;\ \partial u/\partial u_2 = 1$$

$$\partial^2 u/\partial u_1 \partial u_2 = 0\ ;\ \partial^2 u/\partial u_1^2 = 0\ ;\ \partial^2 u/\partial u_2^2 = 0$$

であるから、従つて

$$\varDelta u = \varDelta u_1 + \varDelta u_2$$

となり、ウエイトは何れも1であり且つその値は$u_1$、$u_2$の大きさに無關係であることを知る。許容限界の大きさはそれ故$u_1$、$u_2$の計畫値則ち$k_1$、$k_2$に對して同一%を乘じたものを以て定めればよい。

次にまた、

$$u = u_1 u_2$$

であるならば、

$$\partial u/\partial u_1 = u'_2 = k_2\ ,\ \partial u/\partial u_2 = u'_1 = k_1$$

$$\partial^2 u/\partial u_1^2 = 0\ ;\ \partial^2 u/\partial u_1 \partial u_2 = 1\ ;\ \partial^2 u/\partial u_2^2 = 0$$

であるから、從つて

$$\Delta u = k_2 \Delta u_1 + k_1 \Delta u_2 + \Delta u_1 \Delta u_2$$

となり、差異の値 $\Delta u_1$, $\Delta u_2$ に對するウエイト、從つてその許容限界に對するウエイトは、それぞれの計畫値、則ち$k_1$、$k_2$に逆比例するように定めなければならない。このほかに剩餘項 $\Delta u_1 \Delta u_2$ が殘るが、それは$k_1$、$k_2$に比べて$\Delta u_1$, $\Delta u_2$の大きさが相對的に小さければ、無視しても差支ない。例えば、

$$\Delta u_1 = 0.1 k_1\ ;\ \Delta u_2 = 0.1 k_2$$

とすれば、

$$\Delta u = 0.1 k_1 k_2 + 0.1 k_1 k_2 + 0.01 k_1 k_2 \fallingdotseq 0.2 k_1 k_2$$

としても大きな誤りではない。

$u$が右以外の形を取る場合に就ても、出來る限り、計畫量$k_1$、$k_2$に對應する$u$の偏微係數の大きさを計算して、合理的な許容限界を定めることが望ましい。また右の説明では、二つの許容限界の比率に就てのみ論じ、それぞれの値に

就てはその決定方法を與えていないが、それには實際値の時間的な動きに就ての動学的豫想が介在してくるので、此所では一應問題から除かれている。

斯くして最高管理者は許容限界以内の變動に對しては一々その報告を徴する必要がなくなり、それによつて生れた時間的餘裕をば他のより有效な目的のために投ずることが出來るようになる。そこで次の問題は、この許容限界を超える差異が報告された場合の對策を考えることである。

この差異の原因は、一つは外生的諸變數$z_1$、$z_1$に於ける豫想量と實際量との間の差異に基くものであり、他の一つは各下位管理者の努力の程度$\beta_1$、$\beta_2$の豫想値と實際値との差異に基くものである。$\varDelta u_1, \varDelta u_2$の値は右の二組の變數の外に更に内生的變數$y_1$、$y_2$の値によつても影響されること勿論であるけれども、$y_1$、$y_2$の値は、それぞれ$z_1$、$\beta_1$、$z_2$、$\beta_2$の値から$u_1$、$u_2$の極大條件を求める手續きによつて從屬的に決定されるのであるから、差異$\varDelta u_1, \varDelta u_2$の直接原因とはなり得ない。そこで、$u'_1$、$u_2$をそれぞれ次の如く表はす、

$$\begin{cases} u_1 = u_1\{y_1(z_1, \beta_1), z_1, \beta_1\} \\ u_2 = u_2\{y_2(z_2, \beta_2), z_2, \beta_2\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u'_1 = u_1\{y_1(z'_1, \beta'_1), z'_1, \beta'_1\} \\ u'_2 = u_2\{y_2(z'_2, \beta'_2), z'_2, \beta'_2\} \end{cases}$$

前回同様、それぞれ

$$u_1 = u'_1 + \varDelta u_1;\ u_2 = u'_2 + \varDelta u_2;\ z_1 = z'_1 + \varDelta z_1;\ \cdots\cdots\cdots\cdots$$

とすれば、

$$\Delta u_1 = \frac{\partial u_1\{y_1(z'_1, \beta'_1), z'_1, \beta'_1\}}{\partial z_1}\Delta z_1 + \frac{\partial u_1\{y_1(z'_1, \beta'_1), z'_1, \beta'_1\}}{\partial \beta_1}\Delta\beta_1 + R_{12}$$

$$\Delta u_2 = \frac{\partial u_2\{y_2(z'_2, \beta'_2), z'_2, \beta'_2\}}{\partial z_2}\Delta z_2 + \frac{\partial u_2\{y_2(z'_1, \beta'_2), z'_2, \beta'_2\}}{\partial \beta_2}\Delta\beta_2 + R_{22}$$

右の式のそれぞれの偏微係數は何れも計畫量のみの函數であり、從つて一旦計畫が決定された後は、それは何れも常數となる。また二階以上の偏微係數が相對的に無視され得るものとすれば、

$$\begin{cases} \Delta u_1 \fallingdotseq c_{11}\,\Delta z_1 + c_{12}\,\Delta\beta_1 \\ \Delta u_2 \fallingdotseq c_{21}\,\Delta z_2 + c_{22}\,\Delta\beta_2 \end{cases}$$

となる。このうち下部管理者の責任に歸すべき部分は、それぞれ $c_{12}\Delta\beta_1$ 及び $c_{22}\Delta\beta_2$ のみである。$\Delta u_1$, $\Delta u_2$ の大部分が $c_{12}\Delta\beta_1$, $c_{22}\nabla\beta_2$ によつて占められてゐる場合には、最高管理者は各下位管理者の$\beta$の値を高めるために、種々の刺戟又は示唆を與えなくてはならない。然し、その大部分が $c_{11}\,\Delta z_1$, $c_{21}\,\Delta z_2$ によつて占められているときは、$z_1$、$z_2$ の豫想方法に就ての反省、檢討が必要となるであろう。

何れにしても、この差異分析を有效に行うためには、z及び$\beta$の差異の絶對値を知るだけでは不充分であつて、計畫の決定に際して同時に、これら差異の組織目的達成に及ぼす効果の程度を表わす常數cに就てもその値を豫め指示しく置くことが望ましい。

最後に、これらの差異を出來る丈け小さくするための手段としての、差異額と給與との結合の問題を考えなくてはならないのであるが、これは所謂 Salvomechanism 理論の應用として極めて興味深い問題であるので、また別の機會に取上げて詳細に論じてみたい。

(終)