

# 130. 移動費用を最小にする職住分布モデル

An Optimum Distribution of Home and Workplace Minimizing a Total Cost of Transportation in a City

大津 晶\*・腰塚武志\*\*  
Shou Ohtsu and Takeshi Koshizuka

In the present paper, we discuss an optimum distribution of home and workplace that minimizes a total cost of transportation in a city. The transportation organized from commuters and business interactions. The total cost of transportation contains two kind of costs. One defined as a function of total distance about all movements and the other is an integration of a congestion cost which is defined as a function of quantity of segment crossing at each point on the city.

If the congestion cost is proportional to the third power of the segment crossing, the function of total cost is convex form, that we are able to find a minimum cost of the transportation.

**Keywords** : total cost of transportation, optimum distribution of home and workplace, minimum cost  
総移動費用, 最適な職住分布, 最小費用

## 1 はじめに

省エネルギー型の都市構造に関するこれまでの研究の中で、削減すべき主要な費用の1つとして都市内移動に要する費用があげられている<sup>1),2),3)</sup>。本研究では都市内の移動にかかる費用が、移動距離に応じて増減するものと混雑によって生じるものからなると仮定したモデルを用いて、都市全体の大きさに対する適切な都心(業務地区)の規模について検討する。

本研究の特徴として以下の2点をあげる。第1に移動距離に関係する費用と混雑によって発生する費用の両方を取り扱うことである。たとえば腰塚<sup>1)</sup>や、鈴木<sup>2)</sup>では垂直移動も考慮した3次元の都市モデルを用いて移動距離が最小になるような都市形状の議論がなされているがいずれも混雑に関する費用は考慮していない。一方交通混雑による損失を対象とした研究はこれまでも数多くなされてきているが、その多くは渋滞によって発生する外部不経済を計量した適切な混雑料金に関するものである<sup>4)</sup>。そのなかで秋澤・茅<sup>3)</sup>は本研究ときわめて似た接近をしているといえるが、混雑費用は交通量増加に伴う走行速度低下によってもたらされる単位走行距離あたりの燃料の消費の増加で表されている。本研究で便宜上混雑費用と呼ぶものは後述するように都市内のいたるところで交通の“量”を処理するためにかかる諸費用を含む広義の混雑費用と考えたい。

第2の特徴はなるべく簡潔なモデルを用いることで極力解析的な接近を試みることである。本研究で提案するモデルは都心を業務利用のみ、その周辺を居住利用のみとし、交通については業務交通と通勤交通のみを考慮に

入れるきわめて単純化されたモデルである。また田口<sup>5)</sup>や秋澤・茅<sup>3)</sup>が都市内の単位地域の用途を可変にして最適な土地利用構成を導出するモデルを提案しているのに対して、本研究で示す職住分布モデルは土地利用を業務と居住に完全に分離するものである。このモデルは現実の都市の構造を説明するには単純すぎるといえるが、得られた結論はしごく明快であり大局的な視点から冒頭の問題に指針を与えるものである。むしろ強調しておきたいのは、これほど簡潔なモデルを仮定していてさえ第3節や第4節で展開している総移動距離や総流動量の導出にはかなり煩雑な計算が伴うということである。論文の中では紙面の都合もあるので閉領域内の距離分布および流動量(混雑)の分布に関する厳密な説明は省略するが、これらの理論的背景は腰塚<sup>6)</sup>や大津・腰塚<sup>7)</sup>に詳しいので参照されたい。

## 2 職住分離型の都市モデルと移動費用の定義

いま図1に示すように同心円の都市 $D$ を考える。 $D$ の中心領域 $D_W$ を業務目的にのみ利用し、逆に周辺領域 $D_H$ を居住目的にのみ利用すると仮定する。

この都市に $N$ 人が住み全員が都心部(内側の円内)に通勤すると仮定する。住居・勤務地がそれぞれの地域において一様に分布すると仮定すると、周辺領域の居住密度 $\rho_h$ と中心領域の勤務地密度 $\rho_w$ はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \rho_h &= \frac{N}{\pi\beta^2 - \pi\alpha^2} \\ \rho_w &= \frac{N}{\pi\alpha^2} \end{aligned} \tag{1}$$

\* 正会員 筑波大学社会学部研究科 (Univ. of Tsukuba)

\*\* 正会員 筑波大学社会学系 (Univ. of Tsukuba)

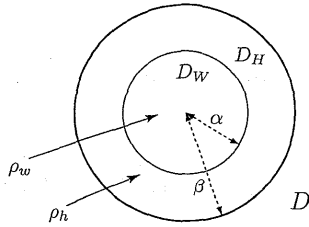


図 1: 職住を分離した都市のモデル

となり、人口  $N$  が一定であれば  $\rho_h, \rho_w$  は領域の半径の比  $\alpha/\beta (\leq 1)$  の関数としてそれぞれ図 2 のような分布になる。

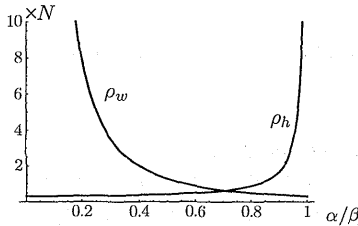


図 2: 居住密度と勤務地密度

図 1 のように与えられた都市モデルにおいて移動は独立に与えられる 2 地点間を結んだ線分として定義し、考慮する移動は「通勤(帰宅)交通」と「業務交通」のみとする。すなわち周辺領域に含まれる地点同士の間には移動が発生しないことになる。

また都市内のすべての移動にかかる費用  $T$  を以下の 2 つの費用の構成からなるものとする。

- $T_{移動}$ : 移動距離に応じて増減する費用
- $T_{混雑}$ : 地点交通量(混雑量)に応じて増減する費用

つまりこのモデルは通勤者数(移動の端点ペア数)が一定であるから、業務地区(従業地)を都心に高密度に集約すれば業務地区の内々移動(業務交通)の距離が短くなり必然的に通勤交通と業務交通を足しあわせた総距離が短くなる一方で、都心に交通量が集中して混雑が発生するという構造を持つようになっている。

以上の条件の下で通勤者数が不変であるときに移動に要する総費用を最小にするような都心の大きさを求める最小化問題について議論を進める。

### 3 移動によって生じる費用

通勤(帰宅)交通と業務交通のみ考慮することは既に述べたが、領域内の任意の 2 地点間で発生する交通の発生確率についてつぎのように仮定する。

住宅と勤務地間の通勤(帰宅)交通はすべての人が通

勤(帰宅)すると考えるので交通発生確率は 1 とし、業務交通については発生確率を  $\mu$  で与える。

すなわち地点  $p_1, p_2$  の間に発生する交通量  $M(p_1, p_2)$  は、

$$M(p_1, p_2) = \begin{cases} 0 & p_1, p_2 \in D_H \\ 2(\rho_h \cdot \rho_w) & p_1(p_2) \in D_H, \\ & p_2(p_1) \in D_W \\ 2\mu(\rho_w \cdot \rho_w) & p_1, p_2 \in D_W \end{cases} \quad (2)$$

と示される。

以下、通勤交通と業務交通に分けて、それぞれの総移動距離を定式化し費用  $t_{通勤}, t_{業務}$  を導出する。

### 3.1 通勤交通について

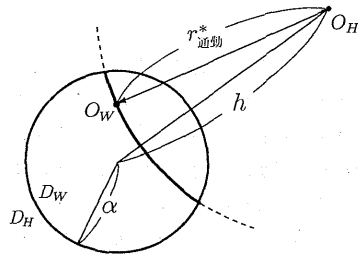


図 3: 1 点から円盤上の点までの距離

図 3 に示した地点  $O_H$  から円盤上の任意の点  $O_W$  までの距離を  $r_{通勤}$  とする。図 3 よりちょうど  $r_{通勤} = r_{通勤}^*$  となる  $O_W$  の量は、中心を  $O_H$  とする半径  $r_{通勤}^*$  の円周が領域  $D_W$  に切り取られる弦(図中太線部)の長さに等しいから  $r_{通勤}$  の分布  $g(r_{通勤})$  は、

$$g(r_{通勤}) = 2r_{通勤} \cos^{-1} \frac{r_{通勤}^2 + h^2 - \alpha^2}{2hr_{通勤}}$$

である。したがって平均距離  $\bar{r}_{通勤}$  は栗田<sup>8)</sup>により、

$$\bar{r}_{通勤} = \frac{4h}{9\pi} \left\{ \left( 7 + \frac{h^2}{\alpha^2} \right) E\left(\frac{\alpha}{h}\right) - \left( 2 + \frac{h^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha^2}{h^2} \right) K\left(\frac{\alpha}{h}\right) \right\} \quad (3)$$

のように与えられるので、通勤交通による総移動費用  $t_{通勤}$  は  $c$  を定数として以下のように定式化される。

$$t_{通勤} = c \int_{\alpha}^{\beta} \frac{2\bar{r}_{通勤} N^2}{\pi\beta^2 - \pi\alpha^2} \cdot 2\pi h \, dh. \quad (4)$$

ただし、前出の  $\bar{r}_{通勤}$  は完全楕円積分を含む式なので、このままでは  $t_{通勤}$  を陽に計算することは出来ない。

そこで第 1 種完全楕円積分と第 2 種完全楕円積分につ

いて、

$$K\left(\frac{\alpha}{h}\right) = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\alpha^2}{h^2} - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{\alpha^4}{h^4} \dots \right\}$$

$$E\left(\frac{\alpha}{h}\right) = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\alpha^2}{h^2} - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{\alpha^4}{3h^4} \dots \right\}$$

のような冪級数展開が知られている<sup>9)</sup>ので、それぞれの第2項までを用いて $\bar{r}_{\text{通勤}}$ は以下のように近似する。

$$\bar{r}_{\text{通勤}} = r'_{\text{通勤}} \approx \frac{1}{18h^3} (20h^4 + 7\alpha^2 h^2 - 3\alpha^4). \quad (5)$$

したがって $t_{\text{通勤}}$ は式(4)、式(5)より、

$$t_{\text{通勤}} = t'_{\text{通勤}} \approx c \cdot N^2 \frac{20\beta^3 + 20\alpha\beta^2 + 41\alpha^2\beta - 9\alpha^3}{27\beta(\alpha + \beta)} \quad (6)$$

となる。総移動費用 $t_{\text{通勤}}$ と近似総移動費用 $t'_{\text{通勤}}$ を重ねて図4に示す。

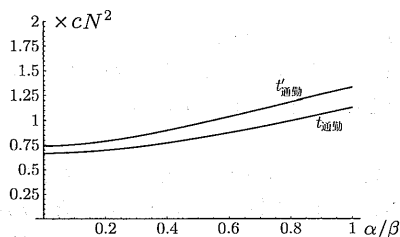


図4: 総移動費用と近似総移動費用

### 3.2 業務交通について

業務交通についても通勤交通と同様の作法で総移動費用 $t_{\text{業務}}$ を定式化する。

円の内部に偏りなく分布するあらゆる2点間の距離 $r_{\text{業務}}$ の分布 $g(r_{\text{業務}})$ も、

$$g(r_{\text{業務}}) = 4r_{\text{業務}}\pi\alpha^2 \cos^{-1} \frac{r_{\text{業務}}}{2\alpha} - \pi r_{\text{業務}}^2 \sqrt{4\alpha^2 - r_{\text{業務}}^2}$$

と表せ、平均距離 $\bar{r}_{\text{業務}}$ は、

$$\bar{r}_{\text{業務}} = \frac{128\alpha}{45\pi} \quad (7)$$

となることが分かっている<sup>8)</sup>。よって業務交通による総移動費用 $t_{\text{業務}}$ は以下のように算出できる。

$$t_{\text{業務}} = c 2 \mu \cdot \bar{r}_{\text{業務}} \cdot N^2 = \frac{256 c N^2 \mu \alpha}{45 \pi} \quad (8)$$

### 4 混雑によって生じる費用

領域内のある地点に注目したとき、混雑によって生じる費用がその地点の交通量に関係があることは自然に理解できる。ここでは混雑による総費用 $T_{\text{混雑}}$ を、このいわ

ば地点ごとの費用を領域全体について足しあげたものと定義する。

本節では“一様な直線”を用いた計算方法で地点交通量を導出し、つぎに交通量と費用の関係についていくつかの場合を想定して論じる。一様な直線に関しては腰塚<sup>6)</sup>に、これを用いて領域内の交通量を計算する方法については大津、腰塚<sup>7)</sup>に詳しく述べられているのでここでは深く立ち入らないことにする。

一様な直線を用いた地点交通量の計算方法は領域が円の場合に限らず凸であれば数値計算可能であり、また本モデルのように移動の起終点の発生密度や移動発生確率が一様でない場合にも場合分けに注意しさえすれば厳密に計算できる強力な算法である。さらに領域内の距離分布についても導出することが可能であることなどから、本論文で用いたモデルも一般の凸図形の場合に拡張の可能性があると見える。

### 4.1 交通量分布の導出

最初の都市領域の定義に従えば領域内の地点 $P$ の交通量 $F(P)$ は、 $P$ を通過するあらゆる線分の量だから、

$$F(P) \equiv \int_{p_1, p_2 \in P \neq \phi} M(p_1, p_2) dp_1 dp_2 \quad (9)$$

と定式化できる。

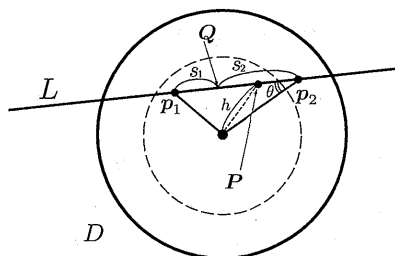


図5: 直線上の交通量の計算

さて、実際に式(9)を計算するにはいくつかの方法があるが、以下に説明する一様な直線を用いた計算が最も簡潔である。

図5に示した地点 $P$ を通過する直線 $L$ 上の交通量を $f_{\text{通勤}}(P)$ とし、 $L$ 上の2点 $p_1, p_2$ の位置を点 $Q$ からの距離 $s_1, s_2$ によって定める。 $s_1, s_2$ は、

$$0 \leq s_1, s_2 \leq \sqrt{\beta^2 - h^2 \sin^2 \theta}$$

であるが、図よりそれぞれの大きさによって通勤(帰宅)交通になるか業務交通になるかが決まることが分かる。

通勤(帰宅)交通に相当する費用を $f_{\text{通勤}}(P)$ とし、業務交通野費用を $f_{\text{業務}}(P)$ とすれば、これらは式(2)の定義により以下のように計算することが出来る。

通勤(帰宅)交通 (いずれかの点が都心部にあるとき)

$$h \leq \alpha$$

$$\begin{aligned}
 f_{\text{通勤}}(P) &= 2 \int_{-h \cos \theta}^{\sqrt{\alpha^2 - h^2 \sin^2 \theta}} \int_{\sqrt{\alpha^2 - h^2 \sin^2 \theta}}^{\sqrt{\beta^2 - h^2 \sin^2 \theta}} (s_1 + s_2) ds_1 ds_2 \\
 &= \frac{4N^2}{\pi^2 \alpha^2 (\beta^2 - \alpha^2)} \left\{ \alpha(\beta^2 - 2\alpha^2 + h^2) E\left(\frac{h}{\alpha}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \beta(\alpha^2 - h^2) E\left(\frac{h}{\beta}\right) \right\} \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$h > \alpha$$

$$\begin{aligned}
 f_{\text{通勤}}(P) &= 2 \int_{-\sqrt{\alpha^2 - h^2 \sin^2 \theta}}^{\sqrt{\alpha^2 - h^2 \sin^2 \theta}} \int_{h \cos \theta}^{\sqrt{\beta^2 - h^2 \sin^2 \theta}} (s_1 + s_2) ds_1 ds_2 \\
 &= \frac{4N^2(\beta^2 - h^2)}{\pi^2(\beta^2 - \alpha^2)} E\left(\sin^{-1} \frac{\alpha}{h}, \frac{h}{\alpha}\right) \quad (11)
 \end{aligned}$$

(ただし,  $0 \leq \theta \leq \sin^{-1} \frac{\alpha}{h}$ ,  $\pi - \sin^{-1} \frac{\alpha}{h} \leq \theta \leq \pi$ )

業務交通 (両方の点が都心部にあるとき)

$$\begin{aligned}
 f_{\text{業務}}(P) &= 2 \int_{-h \cos \theta}^{\sqrt{\alpha^2 - h^2 \sin^2 \theta}} \int_{h \cos \theta}^{\sqrt{\alpha^2 - h^2 \sin^2 \theta}} (s_1 + s_2) ds_1 ds_2 \\
 &= \frac{4\mu \cdot N^2(\alpha^2 - h^2)}{\pi^2 \alpha^3} E\left(\frac{h}{\alpha}\right) \quad (12)
 \end{aligned}$$

のように計算される。したがって交通量  $F(P)$  は,

$$F(P) = \begin{cases} 4 \int_0^{\pi/2} f_{\text{通勤}}(P) + f_{\text{業務}}(P) d\theta & (h \leq \alpha) \\ 2 \int_0^{\sin^{-1}(\alpha/h)} f_{\text{通勤}}(P) d\theta & (h > \alpha) \end{cases} \quad (13)$$

となる。

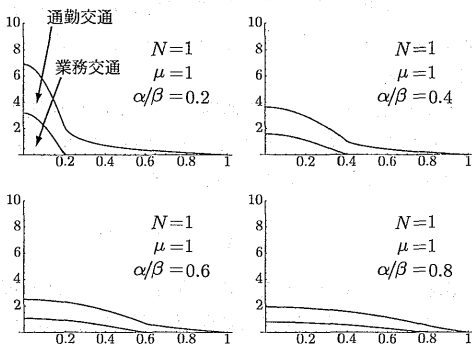


図 6-1: 交通量の分布 その 1

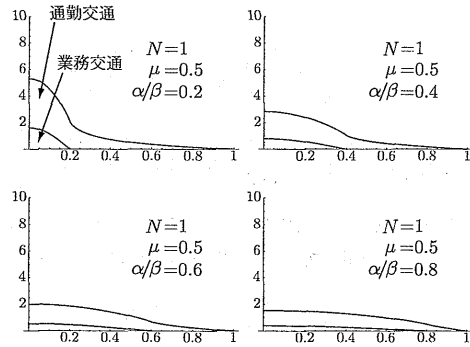


図 6-2: 交通量の分布 その 2

ちなみに都市内の総交通量はあらゆる地点の交通量の総和だから中心からの距離に比例するおもみをつけて,

$$\begin{aligned}
 &\int_{P \in D} F(P) dP \\
 &= \int_0^\beta F(P) \cdot 2\pi h dh \quad (14)
 \end{aligned}$$

のようにして計算される。

業務交通の発生確率および業務地域(中心領域)の割合を変化させたときの交通量の分布を図 6-1, 図 6-2 に図示する。

図を見ると  $D_W$  の半径が相対的に小さくなるほど都市の中心部に交通量が集中する傾向があることが分かる。通勤(帰宅)交通は周辺領域と都心とを結ぶ交通であるから都心に近づくほどその交通量が多くなるのは比較的理解しやすいが、都心領域で一様に発生・集中するように仮定した業務交通もその交通量のピークを領域の中心に持っている点は興味深い結果であるといえよう。

#### 4.2 混雑による費用の定式化

交通工学の分野では道路上の交通量と走行速度の関係について様々な蓄積がある<sup>10)</sup>が、冒頭に述べたように本論文ではより巨視的な議論のために“混雑の費用”を広義に捉えることにする。

すなわち前出の混雑そのものによって生じる燃費悪化や到着遅延などの外部不経済に加え、混雑の緩和のための道路・公共交通機関の整備あるいは交通路確保のための建築物の高層化などに伴う費用を含んだものと解釈できよう。

具体的には、交通量  $f(P)$  に対しその地点の費用が交通量に比例する場合、2 乗に比例する場合、3 乗に比例する場合の 3 通りについて混雑による費用  $T_{\text{混雑}}$  を定式化し、さらに前述の冪級数展開を用いて  $T_{\text{混雑}}$  を近似的に計算するが、実際にこれら 3 つの場合を計算したものはこの紙面に掲載するには煩雑すぎるので割愛し、第 5 節で定性

的な議論をすることにする。

### 5 都市内総移動費用を最小にする都心の半径

さて前節までに定式化した移動により生じる費用と混雑によって生じる費用を用いて都市内の総移動費用について整理する。

まず、移動距離の関数として与えられる費用  $T_{移動}$  は  $t_{通勤}$  と  $t_{業務}$  の和であるから、式(6)、式(8)よりあらためて  $C_{移動}$  をつけなおして、

$$\begin{aligned}
 T_{移動} &= C_{移動} (t_{通勤} + t_{業務}) \\
 &= C_{移動} \left\{ N^2 \frac{20\beta^3 + 20\alpha\beta^2 + 41\alpha^2\beta - 9\alpha^3}{27\beta(\alpha + \beta)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{256 N^2 \mu \alpha}{45\pi} \right\} \\
 &= \frac{C_{移動} N^2}{135} \left\{ \frac{5(20\beta^3 + 20\alpha\beta^2 + 41\alpha^2\beta - 9\alpha^3)}{\beta(\alpha + \beta)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{768\alpha\mu}{\pi} \right\} \quad (15)
 \end{aligned}$$

となり、 $T_{移動}$  は  $\alpha/\beta$  に対して単調に増加する関数であることが分かる。

このことから都市内交通の費用が総移動距離だけで説明できるとき、つまり  $T_{移動}$  についてだけ見れば都市の中心に限りなく高密度に勤務地を集積して、それ以外のほとんどの部分で低密度に居住するのが最も移動に関する費用が少なくすむことになる。しかし常識的に考えればこの職住分布が如何に非現実的なものであるかすぐにわかってしまう。なぜなら、まず超高層建築を可能とする工学的条件を前提として、さらに垂直方向の移動が地上でのそれと何ら変わらず行われなければこのような都市は実現できないからである。

このような物理的障害を克服するための費用が都市機能の集積の程度とどのような関係にあるかについて様々な分野で検証されつつあるようだが、この問題についてここで議論する余地はないので前節で述べたように、地点ごとの費用が交通量の関数として与えられると仮定する。ここで領域内のあらゆる点の混雑費用の総和を  $T_{混雑}$  と定義し、地点毎の費用がつぎの3つの場合で与えられるとき、それぞれの場合について中心領域の半径の相対的な大きさに対する総移動費用  $T_{混雑}$  のふるまいは以下のようなになる。

1. 交通量の1乗で与えられるとき

$$\begin{aligned}
 T_{混雑} &= \int C_{混雑} F(P) dP \\
 &\rightarrow T_{混雑} \text{は } \alpha/\beta \text{ に対して単調に増加する。}
 \end{aligned}$$

2. 交通量の2乗で与えられるとき

$$\begin{aligned}
 T_{混雑} &= \int C_{混雑} F(P)^2 dP \\
 &\rightarrow T_{混雑} \text{は } \alpha/\beta \text{ に対して単調に増加する。}
 \end{aligned}$$

3. 交通量の3乗で与えられるとき

$$\begin{aligned}
 T_{混雑} &= \int C_{混雑} F(P)^3 dP \\
 &\rightarrow T_{混雑} \text{は } \alpha/\beta \text{ に対して単調に減少する。}
 \end{aligned}$$

以上の計算結果から、 $T_{移動}$  と  $T_{混雑}$  の線形和で与えられる都市内の総移動費用  $T$  は、 $T_{混雑}$  が交通量の1乗、および2乗のとき単調に増加する関数となり中心領域の半径を小さくするほど総移動費用が少なくなることが分かった。

また  $T_{混雑}$  が交通量の3乗に比例するような場合に初めて  $T$  は下に凸な関数になり、 $T$  が0から  $\beta$  の間で極小値を持つ場合がある、すなわち総移動費用を最小にするような最適な都心の規模が都市半径の中間に存在する可能性をもつことが分かった。

この結論に先んじて田口<sup>5)</sup>は渋滞が起きない交通容量を制約条件としたモデルにおいて、都市の規模が拡大したときにその程度の3乗に比例するような交通施設の(容量の)改善がなければ渋滞が発生してしまうことを明らかにしている。これらの関係についても今後考察されるべきであろう。

### 6 総移動費用の計算例

前節の結果から  $T_{混雑}$  が交通量の3乗に比例する場合のみを考えることにする。いくつかのパラメータを変化させたときの  $\alpha/\beta$  と総費用  $T$  の関係を数値計算を用いて図示する。

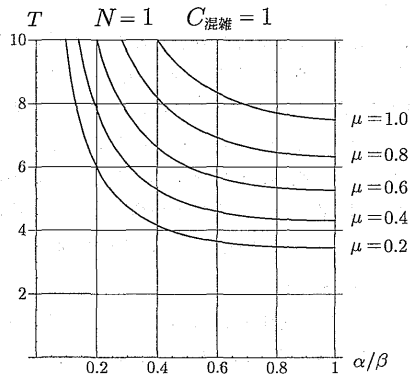


図 7-1: 都心の規模と総移動費用 その1

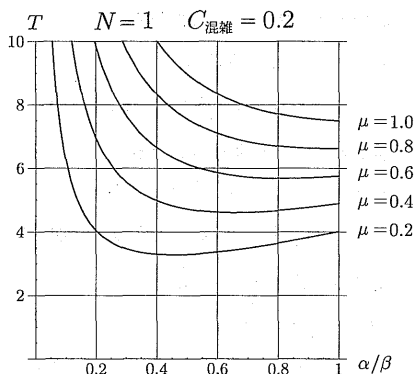


図 7-2: 都心の規模と総移動費用 その 2

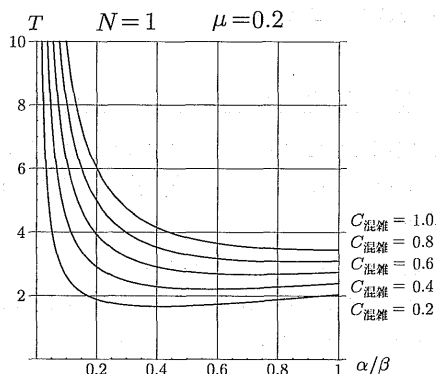


図 7-4: 都心の規模と総移動費用 その 4

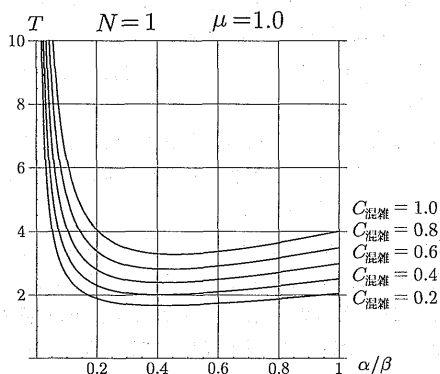


図 7-3: 都心の規模と総移動費用 その 3

$C_{混雑}/C_{移動} = (\text{一定})$  のとき、業務交通の発生確率  $\mu$  を変化させると総移動費用の計算結果は図 7-1、図 7-2 のようになる。逆に業務交通発生確率  $\mu$  が一定で  $C_{混雑}/C_{移動}$  が変化すると総移動費用は図 7-3、図 7-4 のようになる。

## 7 おわりに

近年、都心部の過度の集中が招く諸損失が議論の俎上にのぼされることが多くなり、交通の需要・供給・配分を総合的に管理しようとする TDM が試験的に導入されるなどしている。このような TDM の概念の範疇とするところは広く、建築物の高層化や輸送手段の高効率化などの都市設備の性能の向上という技術的側面と勤務形態の多様化や交通需要の平準化などの政策的側面を含むものであると言える。

そのなかで都心交通量の削減策についてみてみると時間的に集中しやすいことなどから通勤交通の渋滞緩和をその主たる対象にしたものが多い。しかし、局所的な渋滞現象の緩和と同時に環境問題やエネルギー問題を背景

に都市全体の交通量を削減することも現実的な政策代替案となってきていることをふまえると、このような問題を議論するための都市モデルはその構造を理解しやすいできるだけ簡潔なものであることが望ましい。

本論文では都市内の総移動費用を移動費用と混雑費用の合計で説明することで、都心部の交通集中の構造や総移動費用と職住分布の関係に明快な知見を得ることができた。可能な限り解析的に接近することに主眼をおいたため数式の展開等がやや煩雑になったがこの点は今後モデルを改良するなどしたい。また本稿で提案したモデルは、交通の発生や経路を与え交通量や移動距離を演繹的に示すものであるといえるが、逆に地点交通量データなどから、通勤圏域や業務交通の発生確率などを推定するモデルについても今後検討していきたい。

## 参考文献

- 1) 腰塚武志 (1995) : コンパクトな都市のプロポーシオン. 日本都市計画学会学術研究論文集第 30 号, pp.499-504.
- 2) 鈴木 勉 (1993) : コンパクトな立体都市空間形態に関する考察. 日本都市計画学会学術研究論文集第 28 号, pp.415-420.
- 3) 秋澤 淳・茅 陽一 (1995) : 運輸部門の省エネルギー型構造に対する 2 つのモデルによるアプローチ. エネルギー・資源, 第 16 巻, 第 6 号, pp.68-73.
- 4) 越 正毅 (1998) : 道路混雑対策としての時差出勤と混雑課金の効果についての一考察. 交通工学, 第 33 巻 3 号, pp.65-74.
- 5) 田口 東 (1995) : 都市空間の道路と住居への配分-交通渋滞のない円形都市モデル-. Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.38, No.4, pp.398-407.
- 6) 腰塚武志 (1976) : 積分幾何学について (3). オペレーションズ・リサーチ, Vol.21, No.11.
- 7) 大津 晶・腰塚武志 : 都市内流動量分布に関する基礎的研究. 日本都市計画学会学術研究論文集第 33 号, pp.319-324.
- 8) 栗田 治 (1988) : 領域間平均距離の近似理論と都市分析への応用. 筑波大学社会学研究科博士論文, pp.7-17.
- 9) 森口繁一, 他 (1956) : 数学公式集 I, II. 岩波書店.
- 10) (社) 交通工学研究会 (1984) : 交通工学ハンドブック. 技報堂出版株式会社.