消費財貸借モデルにおける貨幣及び利子

鵜沢　秀

交換及び生産を含む経済の競争的一般均衡の存在証明から、我々は次の事柄を知ることができた。即ち、各経済主体が各自の欲求を、価格体系を指標に選択し、市場と取引することによって、

㈠市場の需給バランスがとれて、しかも

㈡各自の満足（効用）ないし利潤を極大化するような、均衡価格体系が存在する。

取引形態に着目すれば、このような経済モデルの特徴は、全ての取引は、需給バランスが達成されたとき、そのときに限って、市場と各経済主体との間で実行される点にある。一方、契約形態に着目すれば、全ての取引契約が、現物市場の存在はもちろん、ありとあらゆる将来市場や条件付き市場の存在を仮定したうえで、現在時点で全てなされるという特徴をこのような経済モデルはもっている。この二つの特徴を考えると、取引費用や情報収集費用など、取引に関して一切費用がかからないと仮定すれば、全ての取引があたかも一時点、例えば現在時点でなされるものと考えてよい。

従って、このような経済を考えるときには、交換手段としての貨幣や、価値保蔵としての貨幣の存在理由はない。換言すれば、貨幣に対する需要は、論理的に導出されていない。それ故、貨幣理論を一般均衡分析の枠組の中で展開するということは、どのような前提条件から貨幣に対する需要を導出するか、あるいは、貨幣の交換価値が正であることを示すか、という論点に帰着する。

このような分析を可能にするのは、財の配分の理論

(Theory of Allocation) ではなく、財の取引（交換）の理論 (Theory of Exchanges) によって明らかにされる。

一般均衡分析の枠組において貨幣理論を展開するために三つのアプローチがある。

財の取引には、労働、時間、あるいは他の財を犠牲にせざるをえないということを主要な点と強調する「取引費用アプローチ」、各期間ごとに、当該期間の需給バランスのみに着目して取引を実行するために、各期間の予算制約式を仲介する価値保蔵としての貨幣ないし金融資産の役割りに注目する「一時均衡アプローチ」、及び、市場と各経済主体との取引では一般均衡が成立する条件のもとに、いくつかの取引制約を守りながら相対売買だけで、一般均衡配分が達成されるかどうかを明らかにし、貨幣経済の優位を示そうという「交換の分権化アプローチ」が三つのアプローチである。

以下で展開する議論は、「一時均衡アプローチ」の範囲に属することになる。即ち、任意の時点において、いまだ生存しない経済主体は、現在開かれている市場での取引契約に参加できないという生物学的事実を考慮して、継続的な取引を含む動学モデルに我々は視点をすえて議論する。つまり、価値保蔵としての貨幣をモデルに導入する。

継続的な取引を含む動学モデル（これは、consumption loans model ないし overlapping generation model と呼ばれている）としては、有名なサミュエルソン〔8〕の消費財貸借モデルがあり、最近の貢献としては、キャス＝ヤーリー〔1〕、ダイヤモンド〔2〕、ゲール〔3〕、グランモン＝ラローク〔4〕、〔6〕、グランモン〔5〕などがあげられる。

スター〔9〕によれば、貨幣の主要な機能は、交換手段としてのそれであり、他の機能は、それから導かれる。貨幣経済の特徴は、従って、取引が、交換手段としての貨幣によって実現される点にある。

我々は、以下で考察するモデルの中で貨幣が次の三つの機能を果たしていることを確認する。即ち、

㈠計算単位としての機能

㈡若い世代と老いた世代との間の取引を実行する交換手段としての機能

㈢異時点間の意志決定を可能ならしめる価値保蔵としての機能

の三つである。確かに、価値保蔵としての貨幣しか陽表的に扱わないが、他の機能もモデルの中で働いていることに注意する。

この論文では、三つの代替的な利子論（このモデルの枠組では、裏返せば、インフレーションの理論）が提示され、三つの要素を全て含む議論で終る。三つの利子論とは即ち、

㈠生物学的利子論

㈡貨幣数量説による利子論

および

㈢生産性にもとづく利子論

である。ここで、生物学的利子論（Biological Interest Rate Theory）とは、利子率が人口成長率（ここでは世代の増加率）に等しいことを主張する命題をいい、サミュエルソン〔8〕によってはじめて明らかにされた。古典派による利子率の説明要因である三要素、即ち、

㈠時間選好率が正である

㈡現在所得に比べて将来所得の方が高い

および

㈢資本の限界生産力が正である

ことを全て否定することを人口増加率にその要因をもとめて証明した。また、消費財貸借モデルにおいて彼は利子率が正であることを人口増加率にその要因をもとめて証明した。また、貨幣数量説による利子論とは、通常のインフレーションの説明にもちいられる貨幣数量説の裏面に対応するものであり、貨幣増加要素（一プラス貨幣増加率）の逆数が利子要素（一プラス利子率）に等しいことを主張する命題である。生産性にもとづく利子論とは、利子率が初期賦存量の増加率に等しいことを主張する命題をいう。

第一節　基本モデル

論点を明確にするために、できる限り簡単なモデルで説明する。消費財一種類のみが存在し、しかも非耐久財であるとする。従って、在庫に関する意志決定はない。

この経済には、常に二世代存在し、一方を若い世代（young generation）と呼び、他方を老いた世代（old generation）と呼ぶ。毎期毎期新しい経済主体が誕生し、二期間のみ生存する。各経済主体は、貨幣をもたずにこの経済に参加し、資産を残さずに、この経済を去るものと仮定する。さらに、初期保有量は確実に各経済主体に

わかっており、期待は必ず実現されるものとする。

議論を明確にするために若干の記号および必要な仮定をここで述べる。

$q(i,t)$＝期間tにおける経済主体の若い世代（$i=1$）あるいは、老いた世代（$i=2$）としての消費財需要量。

$\omega(i)$＝若い世代（$i=1$）あるいは、老いた世代（$i=2$）の初期賦存量。

$p^m(t)$＝消費財で測ったt期の貨幣の価格。

$m^d(t)=t$期に若い世代として価値保蔵のために需要する貨幣量、これは、$(t+1)$期に老いた世代になったときの貨幣供給量 $m^s(t+1)$ に等しい。

$m^s(t)=t$期に老いた世代である経済主体の貨幣供給量で、これは、$(t-1)$期に若い世代として需要した貨幣量 $m^d(t-1)$ に等しい。

$U(q(1,.),q(2,.))$＝全ての経済主体に共通な効用関数。

仮定P（正の初期賦存量）

$\omega=(\omega(1),\omega(2))>0$。

仮定R（正則な効用関数）

効用関数は、厳密に準凹、連続微分可能、そして、単調増加な関数である。

仮定S（定常的期待）

もし、過去T期間および現在の市場価格が

$p^m(t)=(\mu^{-t})p^m,\ t=T,T-1,\ldots\ldots,2,1,0$

なる関係を満たすならば、次期の期待価格（前に述べたようにこれが実現価格と一致することを仮定）は、μp^m である。

仮定M（正の貨幣需要）

$$\frac{\partial U(\omega(1),\omega(2))}{\partial\omega(1)}\bigg/\frac{\partial U(\omega(1),\omega(2))}{\partial\omega(2)}<\mu$$

注意：仮定Mにより、初期賦存量の状態は、利子要素（1プラス利子率）μと、貨幣経済に関してパレート効率的でないことがわかる。即ち、実行可能な配分で、より効用水準の高いものが存在する。また、貨幣に対する需要が正であることも導出される。

〔t期における若い世代の行動〕

若い世代の目的関数は、二期間にわたる効用極大にある。即ち、

(一) $\mathrm{Max}\ U(q(1,t), q(2,t+1))$

subject to $q(1,t)+p^m m^d(t) \leqq \omega(1)$

$q(2,t+1) \leqq (\mu p^m)m^d(t)+\omega(2)$

$m^d(t) \geqq 0$

である。付録で示すように、右の問題の解は存在し、しかも、貨幣に対する需要は正である。ここで、その解を

$(q(1,t;p^m,\mu), q(2,t+1;p^m,\mu), m^d(t;p^m,\mu))$

とし、改めて、

$x(1,t;p^m,\mu) \equiv (q(1,t;p^m,\mu), m^d(t;p^m,\mu))$

とおく。但し、$m^d(t;p^m,\mu) = \frac{1}{p^m}(\omega(1)-q(1,t;p^m,\mu))$

である。

〔t期における老いた世代の行動〕

老いた世代の目的関数は、若い世代のときの行動を所与として、現在の効用を極大にするものとする。即ち、

(二) $\mathrm{Max}\ U(q(1,t-1;p^m,\mu), q(2,t))$

subject to $q(2,t) \leqq p^m m^s(t;p^m,\mu)+\omega(2)$,

ここで、$m^s(t;p^m,\mu) \equiv m^d(t-1;p^m,\mu)$

$= \frac{\mu}{p^m}(\omega(1)-q(1,t-1;p^m,\mu))$。

従って、求める解は、

$q(2,t;p^m,\mu) = \omega(2)+\mu(\omega(1)-q(1,t-1;p^m,\mu))$

である。いま改めて、

$x(2,t;p^m,\mu) \equiv (q(2,t;p^m,\mu), 0)$

とおく。

〔定常的市場均衡〕

さて、ここで基本モデルの定常的市場均衡を定義する。

(一) $p^m(t)^* = p^{m*}$ for all t,

$q(i,t;p^{m*},\mu^*) = q(i,t-1;p^{m*},\mu^*) = q(i;p^{m*},\mu^*)$

for all t, $i=1, 2$,

(二) $x(1,t;p^{m*},\mu^*)$ は問題(一)の最適解

$x(2,t;p^{m*},\mu^*)$ は問題(二)の最適解

(三) $x(1,t;p^{m*},\mu^*)+x(2,t;p^{m*},\mu^*)$

$=(\omega(1)+\omega(2), M)$

(ここでMは正で貨幣量を示す)

が成立するとき、$x(1,t;p^{m*},\mu^*)$, $x(2,t;p^{m*},\mu^*)$, p^{m*}, μ^* は、定常的市場均衡を構成するという。

〔命題一〕

定常的市場均衡が存在するための必要十分条件は、

$\mu^*=1$ である。

証明：定常的市場均衡の条件(一)、(三)より

$$\mu^*q(1;p^{m*},\mu^*)+q(2;p^{m*},\mu^*)=\mu^*\omega(1)+\omega(2)。$$

他方、条件(三)より

$$q(1;p^{m*},\mu^*)+q(2;p^{m*},\mu^*)=\omega(1)+\omega(2)。$$

従って、$q(1;p^{m*},\mu^*)\neq\omega(1)$ および $p(2;p^{m*},\mu^*)\neq\omega(2)$ を考慮すれば $(m^d(p^{m*},\mu^*)\equiv\frac{1}{p^{m*}}(\omega(1)-q(1;p^{m*},\mu^*))>0$ から導出される)、

$$\mu^*=1$$

である。

逆に、$\mu^*=1$ のときは、明らかに定常的市場均衡は存在する。なぜならば、このときは世代の構造は解消され、通常の純粋交換経済モデルと同一になるからである。換言すれば、同一期間に存在する若い世代の行動と老いた世代の行動が、若い世代の行動とその経済主体が老いた世代として行動することと同値になっている。(つまり、自分自身と取引するものと考えてよい。) このような交換経済の均衡存在は、我々がまえに述べた仮定のもとに保証されている。世代の構造が解消されていることを考えると、この均衡が、実は定常的市場均衡に他ならない。

〔命題一の解釈〕

消費財の価格（指数）$\pi(t)$ は、

$$\pi(t)\equiv\frac{1}{p^m(t)}$$

と表わされるので、インフレーションの率は、

$$\{\pi(t+1)-\pi(t)\}/\pi(t)$$

$$=\{p^m(t)/p^m(t+1)\}-1$$

$$=\frac{1}{\mu}-1$$

で与えられる。

従って、基本モデルにおいては、定常的市場均衡が成立しているとき、インフレーションは存在しない。即ち、

$$\frac{\pi(t+1)^*-\pi(t)^*}{\pi(t)^*}=0$$

である。同様の理由により、貨幣に支払われる利子率はない。即ち、

$$\frac{p^m(t+1)^*-p^m(t)^*}{p^m(t)^*}=\frac{p^{m*}-p^{m*}}{p^{m*}}=0$$

である。

次節で、我々は、利子率の生まれる理由（あるいは、インフレーションの発生原因）を、三つとりあげ、定常

的市場均衡の概念を拡張して、その経済的意義を明らかにする。

三つの要因とは、

(i)経済主体数の増加、即ち、世代の成長要素

(ii)政府移転による貨幣供給量の増減

および

(iii)初期賦存量の増減

をいう。

第二節　利子率（インフレーション）の三つの要因について

まず最初に、

(i)老いた世代に対して若い世代が毎期毎期、相対的に g の成長要素（一プラス成長率）で成長し、かつ、

(ii)老いた世代は、政府から、彼らが保蔵していた前期からの古い貨幣一単位に対して、今期使用できる f 倍の新しい貨幣を支給される、という貨幣的交換経済を考える。このような変化によって、後に定義する拡張された意味での定常的市場均衡（$g|f$）は、どのような特徴をもつことになるかを明らかにする。

t 期における若い世代の問題は、

㈢　Max $U(q(1,t),q(2,t+1))$

subject to　$q(1,t)+p^m\cdot m^d(t)\leqq\omega(1)$

$q(2,t+1)\leqq(\mu p^m)(fm^d(t))+\omega(2)$

$m^d(t)\geqq 0$

である。前と同様に、最適解を $(q(1,t;p^m,\mu),q(2,t+1;p^m,\mu),m^d(t;p^m,\mu))$ とし、改めて、

$x(1,t;p^m,\mu)\equiv(q(1,t;p^m,\mu),m^d(t;p^m,\mu))$

とおく。ここで、$m^d(t;p^m,\mu)=\dfrac{1}{p^m}(\omega(1)-q(1,t;p^m,\mu))$ である。

t 期における老いた世代の問題は、

㈣　Max $U(q(1,t-1;p^m,\mu),q(2,t))$

subject to　$q(2,t)\leqq p^m\cdot m^s(t;p^m,\mu)+\omega(2)$

ここで、$m^s(t;p^m,\mu)\equiv m^d(t-1;p^m,\mu)$

$=\dfrac{\mu}{fp^m}(\omega(1)-q(1,t-1;p^m,\mu))$

である。最適解は、$q(2,t;p^m,\mu)=\dfrac{\mu}{f}(\omega(1)-q(1,t-1;p^m,\mu))+\omega(2)$

となり、改めて、

$x(2,t;p^m,\mu)\equiv(q(2,t;p^m,\mu),0)$

とおく。

〔定常的市場均衡 $(g|f)$〕

さて、拡張したモデルに関して、定常的市場均衡 $(g|f)$ を定義する。

(一) $p^m(t)=\mu^{*t}p^{m*}$ for all t

$$q(i,t;p^{m*},\mu^*)=q(i,t-1;p^{m*},\mu^*)$$
$$=q(i;p^{m*},\mu^*)$$
for all t, $i=1,2,$

(二) $x(1,t;p^{m*},\mu^*)$ は、問題(三)の最適解

$x(2,t;p^{m*},\mu^*)$ は、問題(四)の最適解

(三) $gq(1,t;p^{m*},\mu^*)+q(2,t;p^{m*},\mu^*)$

$=g\omega(1)+\omega(2)$

$$m^d(t;p^{m*},\mu^*)=fM>0$$

が成立するとき、$x(1,t;p^{m*},\mu^*), x(2,t;p^{m*},\mu^*), p^{m*}, \mu^*$ は、定常的市場均衡 $(g|f)$ を構成するという。

〔命題二〕

定常的市場均衡 $(g|f)$ が存在するための必要十分条件は、

$$\mu^*=\frac{g}{f}$$

である。

証明：条件(一)、(二)より

$$(\mu^*f)q(1;p^{m*},\mu^*)+q(2;p^{m*},\mu^*)=(\mu^*f)\omega(1)+\omega(2)$$

を得る。他方、条件(三)より

$$gq(1;p^{m*},\mu^*)+q(2;p^{m*},\mu^*)=g\omega(1)+\omega(2)$$

を得る。従って、$q(1;p^{m*},\mu^*)\neq\omega(1), q(2;p^{m*},\mu^*)\neq\omega(2)$（これは、$m^d(t;p^{m*},\mu^*)>0$ より導出される）を考慮すれば、

$$\mu^*=\frac{g}{f}$$

が得られる。

逆に、$\mu^*=\frac{g}{f}$ ならば、命題一のときと同様に、世代の構造は解消されるから、定常的市場均衡 $(g|f)$ は存在する。

〔命題二の解釈〕

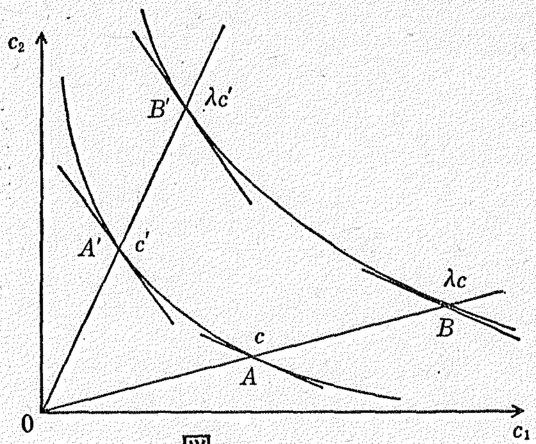
政府の移転による貨幣供給量の増加率が、経済主体数（世代）の成長率よりも大きければ、定常的市場均衡 $(g|f)$ において、インフレーション過程が生じていることになる。なぜならば、このとき、消費財価格（指数）は、増加しているから。従って、このようなインフレーション過程を終止させるためには、移転による政府

の貨幣供給量を減少させるか、あるいは、より生産的な人口増加をはかる必要がある。というのは、このモデルでは、初期賦存量がある意味での生産性を表わしているからである。

さて次に、初期賦存量の増減が、後に定義される拡張された意味での定常的市場均衡（e）に、どのような特徴をもたらすかを考えてみる。即ち、

(iii) t期に生まれた経済主体の初期賦存量が、$(t-1)$期に生まれた経済主体の初期賦存量を（$\omega(1), \omega(2)$）とするとき、相対的にe倍、即ち、（$e\omega(1), e\omega(2)$）で与えられる、

という場合を考える。



図一

効用関数 $u(c)$ を表わす選好関係が相似拡大的であるとき，点Aと点Bにおける限界代替率は等しい。
同様に，点A'と点B'における限界代替率は等しい。
さらに，
$\frac{OB}{OA}=\frac{OB'}{OA'}=\lambda$
となっている。

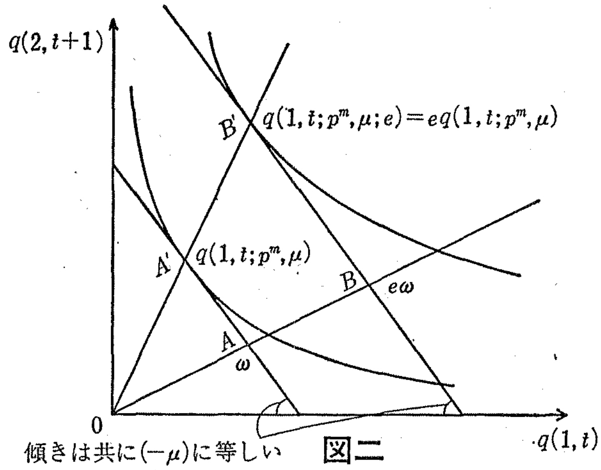
この問題に明確に答えるためには、効用関数のクラスを、それによって示される選好関係が相似拡大的(homothetic) なものに限定する必要がある。ここで、選好関係が相似拡大的とは、次のことをいう。いま、選好関係を表現する効用関数を$u(c)$で表わす。いま、任意の消費計画cとc'をそれぞれn次元ユークリッド空間の非負象限からとり、任意の正数λに対して、

$$u(c)=u(c') \Longleftrightarrow u(\lambda c)=u(\lambda c')$$

が成立するとき、効用関数によって表わされる選好関係が相似拡大的であるという。従って、例えば、効用関数が同次関数であれば、その選好関係は相似拡大的である。平易にいえば、無差別曲線が平行になっていることであり、限界代替率が、消費の絶対水準に依存しないで、その相対的水準のみによって定まるときである。（今井・宇沢・小宮・根岸・村上〔11〕二十三頁及び、図一を参照。）

仮定Rのかわりに

仮定RH



図二

効用関数 $U(q(1,t),q(2,t+1))$ を表わす選好関係が相似拡大的であるから

$$\frac{OB}{OA}=\frac{OB'}{OA'}=e$$

が成立している。従って，

$OB'=OA'$ の e 倍

がいえる。

効用関数は、厳密に準凹、連続微分可能、単調増加、そして、その選好関係が相似拡大的である関数である、を採用する。

t 期における若い世代の問題は、

(五)　Max $U(q(1,t),q(2,t+1))$

subject to　$q(1,t)+p^m\cdot m^d(t)\leqq e\omega(1)$

$$q(2,t+1)\leqq(\mu p^m)m^d(t)+e\omega(2)$$

$$m^d(t)\geqq 0$$

である。最適解を $q(1,t;p^m,\mu;e)$, $q(2,t+1;p^m,\mu;e)$, $m^d(t;p^m,\mu;e)$ とし、改めて、

$$x(1,t;p^m,\mu;e)\equiv(q(1,t;p^m,\mu;e),m^d(t;p^m,\mu;e))$$

とおく。

効用関数を表わす選好関係が相似拡大的であるから、問題(一)の最適解を $q(1,t;p^m,\mu)$, $q(2,t+1;p^m,\mu)$, $m^d(t;p^m,\mu)$ とすれば、

$$q(1,t;p^m,\mu;e)=eq(1,t;p^m,\mu)$$

$$q(2,t+1;p^m,\mu;e)=eq(2,t+1;p^m,\mu)$$

$$m^d(t;p^m,\mu;e)=em^d(t;p^m,\mu)$$

となることがわかる。なぜなら、相対価格比 μ に限界代替率が等しくなるように $x(1,t;p^m,\mu;e)$ および $x(1,t;p^m,\mu)$ が決定されているからである（図二を参照せよ）。

t 期における老いた世代の問題は、

(六)　Max $U(q(1,t-1;p^m,\mu),q(2,t))$

subject to　$q(2,t)\leqq p^m\cdot m^s(t;p^m,\mu)+\omega(2)$

ここで、

$$m^s(t;p^m,\mu)\equiv m^d(t-1;p^m,\mu)$$

$$\equiv\frac{\mu}{p^m}(\omega(1)-q(1,t-1;p^m,\mu))$$

である。最適解を $q(2,t;p^m,\mu)$ とすれば、

$$q(2,t;p^m,\mu)=\mu(\omega(1)-q(1,t-1;p^m,\mu))+\omega(2)$$

である。明らかなように、これは問題(二)の最適解そのものである。改めて、

$$x(2,t;p^m,\mu)\equiv(q(2,t;p^m,\mu),0)$$

とおく。

さて、このモデルに関して、定常的市場均衡（e）を定義する。

(一) $p^m(t)=\mu^{*t}p^{m*}$ for all t,

$$q(i,t;p^{m*},\mu^*;e)=eq(i,t;p^{m*},\mu^*)$$

for all t, $i=1,2$,

(二) $x(1,t;p^{m*},\mu^*;e)$ は、問題(五)の最適解。

$x(2,t;p^{m*},\mu^*)$ は、問題(六)の最適解。

(三) $q(1,t;p^{m*},\mu^*;e)+q(2,t;p^{m*},\mu^*)$

$$=e\omega(1)+\omega(2),$$

$$m^d(t;p^{m*},\mu^*;e)=M>0$$

が成立するとき、$x(1,t;p^{m*},\mu^*;e),x(2,t;p^{m*},\mu^*)$, p^{m*},μ^* は、定常的市場均衡（e）を構成するという。

〔命題三〕

定常的市場均衡（e）が存在するための必要十分条件は、

$$\mu^*=e$$

である。

証明：条件(一)、(二)から

$$\mu^*q(1,t;p^{m*},\mu^*)+q(2,t;p^{m*},\mu^*)$$

$$=\mu^*\omega(1)+\omega(2)$$

を得る。他方、条件(三)より、前に注意した関係を考慮すれば、

$$eq(1,t;p^{m*},\mu^*)+q(2,t;p^{m*},\mu^*)$$

$$=e\omega(1)+\omega(2)$$

が得られる。$q(1,t;p^{m*},\mu^*)\neq\omega(1),q(2,t;p^{m*},\mu^*)\neq\omega(2)$（これは $m^d(t;p^{m*},\mu^*;e)>0$ から導出される）であるから、二つの式より容易にわかるように

$$\mu^*=e$$

を得る。

逆に、$\mu^*=e$ ならば、命題一および命題二のときと同様に、世代の構造は解消される。従って、同じ理由により、定常的市場均衡（e）は存在する。

〔解釈〕

経済主体数（世代）の成長から得られる結果と、初期賦存量の増加によって得られる結果は、命題三と命題二（fを一にした場合を想定）から明らかなように、みかけは似ているけれども、経済的意義は若干異なる。

㈠経済主体数（世代）の成長から、我々は、利子率の生まれる理由を明らかにできた。若干異なった観点からの研究は、既に、サミュエルソン〔8〕によってなされており、生物学的利子論として提示されている。

㈡初期賦存量の増加から、我々は、技術進歩ないし技術変化が利子を生み出す要因となることを明らかにした。即ち、初期賦存量の成長率が（$e-1$）ならば、そのとき、利子率は（μ^*-1）=（$e-1$）となり、また、インフレーションの率は、$\left(\frac{1}{e}-1\right)$に等しい。つまり、$e$が一より小さければ、インフレーション過程が進んでいることになる。

命題一、二、三から明らかなように次の系が得られる。

〔系〕

仮定P、RH、S、Mのもとで、(i)、(ii)、(iii)全ての要因を含むモデルに定常的市場均衡（$\frac{ge}{f}$）が存在するための必要十分条件は、

$$\mu^*=\frac{ge}{f}$$

である。

〔系の解釈〕

インフレーションを回避または弱めるためには、実質生産量の増加の方が移転による貨幣の増加よりも大きくすることが大切である。

第三節　結語

以上の議論は簡単化のために、一種類の消費財および一種類の経済主体に限定して進められてきたが、これは多種類の経済主体について展開しうる。なお、多種類の消費財を考えることは難しい点が出てくる。明らかなことは、このような消費財貸借モデルにおいてもやはり貨幣数量説は成立することである。なお、このモデルにおいて仮定Mは本質的に重要で、これによって貨幣に対する需要が保証される。これは、貨幣需要が正となるための一つの十分条件であり、例えば、グランモン＝ラロー

ク〔4〕などの条件は、

㈠初期賦存量は若い世代の受取量の方が老いた世代の受取量よりも大きい。

㈡無差別曲線が厳密に凸である。

および

㈢時間選好率がゼロ、即ち、効用関数を$u(q^1, q^2)$とするとき、q^1およびq^2がそれぞれ若い世代、老いた世代のときの消費量ならば、

$$u(q^1, q^2)=u(q^2, q^1)$$

が任意のq^1、q^2について成立する。

ということである。明らかなように、この条件からも初期賦存量配分がパレート効率的でないことが導出される。（詳しいことは、一般均衡分析の枠組における貨幣理論についてサーベイを行っている筆者の論文〔12〕を参照されたい。）

本論文で考えている貨幣交換経済では、政府を除き、借金をする経済主体はいない。より意味のある貨幣交換経済を考えるためにも、貸付者と借入者とが併存する状態を想定し、貨幣以外に、債券や株式などの存在を仮定したうえで、どのような取引が行なわれ、そして、定常的市場均衡がいかに定義され、特徴づけられるかは、今後に残された問題である。特に、政府の介入活動を陽表的に考慮したり、取引制約によって規定される各経済主体の行動分析などが重要となるであろう。

〔付録〕

〔命題〕

仮定P、R、S、Mのもとで、貨幣に対する需要量は正である。

証明：簡単化のために、期間を示すtは省略する。次の集合を定義する。

$$S(\omega)=\{(q(1), q(2)) \in R^2_+ \mid U(q(1), q(2)) \geqq U(\omega(1), \omega(2))\}$$

これは、初期賦存量よりも同等または好まれる消費集合である。

$$B(\omega)=\{(q(1), q(2)) \in R^2_+ \mid \mu q(1)+q(2) \leqq \mu\omega(1)+\omega(2), q(1) \leqq \omega(1)\}$$

これは、借金をしないで選択できる消費集合、即ち、予算制約集合である。

この二つの集合から次の集合、即ち、予算制約を満た

し、かつ、初期賦存量よりも同等または好まれる消費集合を定義する。

$$R(\omega)\equiv S(\omega)\cap B(\omega).$$

$S(\omega)$ は、非空、閉凸集合で、$B(\omega)$ は、非空、コンパクトな凸集合であるから、仮定Mを考慮すれば、$R(\omega)$ は、非空、コンパクトな凸集合となる。従って、極大効用を、点 $(q(1;p^m,\mu), q(2;p^m,\mu))\in R(\omega)$ で達成する。集合の作り方から明らかなように、

$$\omega(1)-q(1;p^m,\mu)>0$$

である。即ち、貨幣に対する需要量は正である。なぜならば、

$$m^d(p^m,\mu)=\frac{1}{p^m}(\omega(1)-q(1;p^m,\mu))$$

であるから。

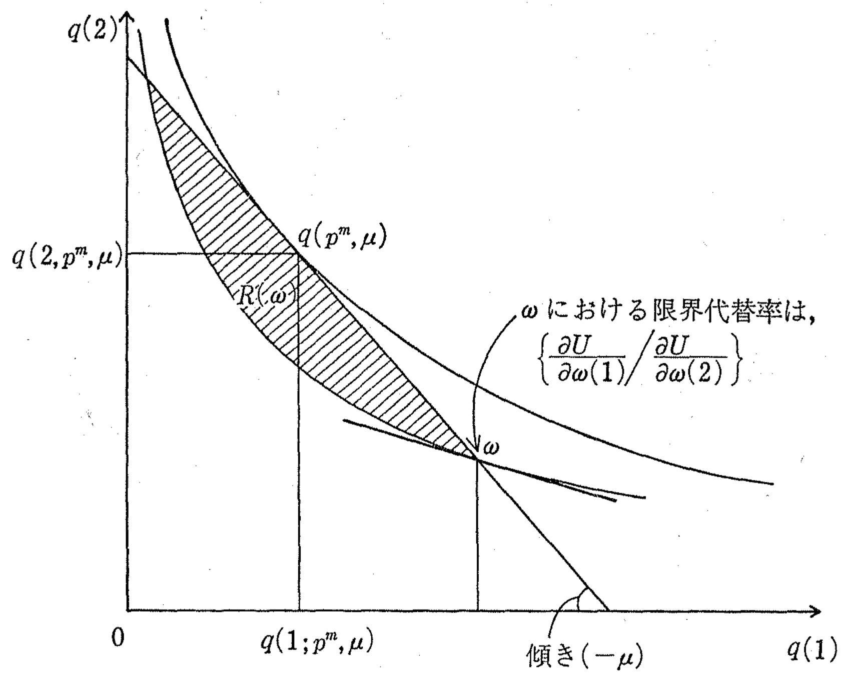
点 $(q(1;p^m,\mu), q(2;p^m,\mu))$ は、実は、次の問題の最適解であることも、命題から明らかである。

$$\text{Max}\ U(q(1),q(2))$$

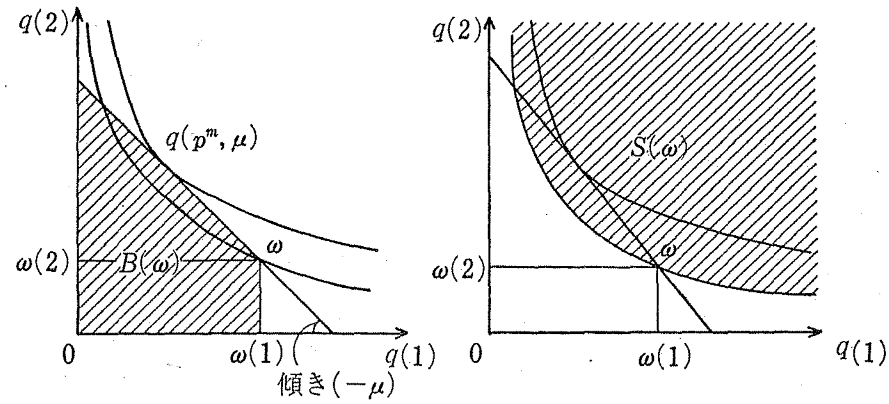
$$\text{subject to}\quad \mu q(1)+q(2)\leqq\mu\omega(1)+\omega(2)$$

$$(q(1),q(2))\in R^2_+.$$

以上の議論には、図三が参考になる。



図三



参考文献

〔1〕 D. Cass and M. E. Yaari, "A Re-Examination of the Pure Consumption Loans Model", *Journal of Political Economy*, Vol. 74, 1966, pp. 353—367.

〔2〕 P. A. Diamond, "National Debt in a Neoclassical Growth Model", *American Economic Review*, Vol. 55, 1965, pp. 1126—1150.

〔3〕 D. Gale, "Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Models", *Journal of Economic Theory*, Vol. 6, 1973, pp. 12—36.

〔4〕 J-M. Grandmont and G. Laroque, "Money in the Pure Consumption Loan Model", *Journal of Economic Theory*, Vol. 6, 1973, pp. 382—395.

〔5〕 J-M. Grandmont, "On the Short-Run Equilibrium in a Monetary Economy", in J. Drèze (ed.), *Allocation under Uncertainty: Equilibrium and Optimality*, Macmillan, London, 1974, pp. 213—228.

〔6〕 J-M. Grandmont and G. Laroque, "Money and Banking", *Review of Economic Studies*, Vol. 42, 1975, pp. 207—236.

〔7〕 T. Hayashi, "The Non-Pareto Efficiency of Initial Allocation of Commodities and Monetary Equilibrium: An Inside Money Economy", *Journal of Economic Theory*, Vol. 7, 1974, pp. 173—187.

〔8〕 P. A. Samuelson, "An Exact Consumption Loan Model of Interest With or Without the Social Contrivance of Money", *Journal of Political Economy*, Vol. 66, 1958, pp. 467—482.

〔9〕 R. M. Starr, "Equilibrium and Demand for Media of Exchange in a Pure Exchange Economy with Transaction Costs", Cowles Foundation Discussion Paper, No. 300, October 1, 1970.

〔10〕 R. M. Starr, "The Price of Money in a Pure Exchange Monetary Economy with Taxation", *Econometrica*, Vol. 42, 1974, pp. 45—54.

〔11〕 今井・宇沢・小宮・根岸、村上『価格理論III』一九七一年、岩波書店。

〔12〕 鵜沢「一般均衡分析における貨幣理論の展望——取引費用アプローチ、一時均衡アプローチおよび交換の分権化アプローチ」一九七七年、四十五頁、未刊。

（一九七七年一月一八日）（一橋大学助手）