「所要限界收益率」について

——研究ノート——

木村増三

1

本稿は，前稿『会社証券発行決意の分析』(1) と同一の問題を取り扱う一の研究ノートである。前稿では，会社金融についての Modigliani および Zeman 両氏の理論的仮説(2)を手がかりとしてこの問題に接近したが，ここでは David Durand の論文『企業の借入資金および自己資金のコスト』(3)において提示された「所要限界收益率」(4)の概念を中心にこの問題を考えてみたいと思う。

前稿で述べたように，Modigliani および Zeman の仮説では，社内留保の問題が考慮外におかれている。これに対し Durand にあっては，社内留保の問題もとり上げられているので，この点に関連して Modigliani および Zeman の仮説に一の修正を試みることも，本稿の意図の一部分をなしている。

2

Durand は上記の論文において，次のような仮定の上に立ってその分析を進めている。——会社はその資本調達について決意するさいに，現存普通株の「投資価値」を極大にするように決定を行うものとする。ここに現存普通株の「投

(1) 「一橋論叢」第40巻第4号（昭和33年10月），83～89頁。
(2) Franco Modigliani and Morton Zeman, "The Effect of the Availability of Funds, and the Terms thereof, on Business Investment," in *Conference on Research in Business Finance* (held under the auspices of Universities-National Bureau Committee for Economic Research), National Bureau of Economic Research, New York, 1952, pp. 263～309.
(3) David Durand, "Cost of Debt and Equity Funds for Business : Trends and Problems of Measurement," in *Conference on Research in Business Finance, op. cit.*, pp. 215～247.
(4) Durand はこれを簡単に 'required return' と名づけているが，その意味内容からいつて，「所要限界収益率」と訳すことにする。

資価値」というのは，現在の普通株主に帰属すべき将来の予想純収益（利子および会社所得税控除後）の系列の割引現価を意味し，[(5)] そのさい用いられる割引率（すなわち資本還元率）には，すでに危険の度合が加味されているものとする。[(6)]——

Durand の分析は，「所要限界収益率」という概念を用いて行われる。「所要限界収益率」というのは，ある金融方法を用いて新資本1単位を調達することを会社に決意させるためには，資本の限界収益率（利子および税込み）が最小限どれだけなければならないかということ，すなわちそのさいの資本の限界収益率の最低所要値を意味する。いいかえればそれは，ある金融方法により新資本1単位を調達するさいに，現存普通株の投資価値を減少させないために必要とされる資本の限界収益率の最低所要値のことである。これは，新資本調達の一種の費用——一種の機会費用 (opportunity cost)——であって，他人資本の調達の場合だけでなく，株式の発行あるいは純収益の社内留保による自己資本調達の場合にも存在するものであることを，Durand は指摘している。

以上のような仮定および概念を用いて，彼は，会社の資本調達に関する最適計画を次のように規定する。——会社の最適金融計画は現存普通株の投資価値を極大にするそれであり，その極大化の条件は，資本の限界収益率が「所要限界収益率」に一致することである。なぜなら，前者が後者より大なる限り資本を増すことによって現存普通株の投資価値は増大し，逆に前者が後者より小なる限り資本を増すことによって現存普通株の投資価値はかえって減少することになるからである。

Durand の上記の論文は，いくつかの図と仮設的な数字例を用いて，「所要限界収益率」にもとづく分析を提示しているが，その提示の仕方は例示的にとどまり，一般的な数式化にまでいたっていない。本稿では，彼の説明方法から若干離れて，議論をあまり複雑にしない程度において，できるだけ一般的な取り扱いを試みることにする。

---

(5) 正確にいえば，そのような割引現価に，当年の配当金の額を加えたものである。後述3を参照。
(6) したがつてこの「投資価値」は，不確定予想値の確定等価 (certainty equivalent) である。

3

まず，本稿で用いる記号を次のようにきめておこう。[7]

π……現在の普通株主に帰属すべき将来の長期的・平均・年当り予想純収益（利子および会社所得税控除後）——以下たんに「予想純収益」と呼ぶ——の期待値。

c……現存普通株の投資価値を計算するさいに，π に適用されるべき割引率（資本還元率）。これは，「予想純収益」にまつわる危険が大なるほど，ヨリ大なる値をとるものとする。ゆえに c は，後掲の S, B および R の函数と考えられる。

π/c……「予想純収益」の系列の割引現価（確定等価）。

π_0 ……当年の純収益（利子および会社所得税控除後）。

R……π_0 のうち社内留保される額。したがって当年の配当金は〔π_0-R〕で表わされる。いうまでもなく，$\pi_0-R\geqq 0$, $R\geqq 0$

V……現存普通株の投資価値。これは，現存普通株の所有者に帰属する現在価値の総体であって，$V=\pi/c+\pi_0-R$

S……普通株の発行によって調達されるべき新資本の額。既発行普通株は償還しえないものとする。したがって，$S\geqq 0$

B……社債の発行によって調達されるべき新資本の額（または，現存社債の償還ないし買入消却によって減少すべき資本の額——この場合は負の値をとる）。いま，現存社債全部の償還ないし買入消却に必要な資金額を B_0 で表わせば，$B\geqq -B_0$

F……総体としての新資本の純調達額（正または負の値をとる）。ただし，用いられる金融方法は，普通株の発行，純収益の社内留保および社債の発行（または償還・買入消却）に限られるものとする。したがって，$F=S+B+R$, $F\geqq -B_0$

$Y(F)$……新資本 F の追加によって生ずるべき「予想収益」増加分（正または

（7） これらの記号の大部分は，前掲拙稿『会社証券発行決意の分析』で用いた記号をそのままうけついだものである。

負）の期待値。ただしここに「予想収益」というのは，将来の長期的・平均・年当り予想収益（利子および税込み）をさすものとする。

$\rho(F)$……$Y'(F)$，すなわち，新資本1単位の追加によって生ずるべき「予想収益」増分の資本1単位に対する比率。以下これを資本の「限界収益率」と呼ぶことにする。

Z_0……普通株の発行も社内留保も社債の発行（または償還等）も行われない場合（$S=0,\ B=0,\ R=0$）における将来の長期的・平均・年当り税込み純収益（利子を含まず）の期待値。

r……現行の社債利率（発行差額および発行費用を考慮に入れる)。

n……現存普通株の数。

P……現在の市場で普通株を発行することにより得らるべき一株当り発行手取金（発行価格マイナス発行費用)。

α……〔$1-t$〕。ここに t は予想される会社所得税率を示し，それは所得の大小にかかわりなく一定率であり，また確定値で予想されるものと仮定する。

以上の記号を用いるならば，定義により

(1)　$F=S+B+R$

(2)　$\pi=\dfrac{\alpha n}{n+\dfrac{S}{P}}\left[Z_0+Y(F)-Br\right]$

(3)　$c=c(S,\ B,\ R)$

(4)　$V=\dfrac{\pi}{c}+\pi_0-R$

$$=\frac{\alpha nP}{nP+S}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}+\pi_0-R$$

Durand によれば，会社は(2)式の π（「予想純収益」の期待値）を極大にするのではなく，(4)式の V（現存普通株の投資価値）を極大にするように決定を行うものと仮定されるのである。

4

Durand は，(i) 会社にとって利用可能な金融方法が社債の発行のみである

場合，(ii) それが普通株の発行のみである場合，および (iii) それが社内留保のみである場合，の三つの場合について最適金融計画の内容と条件を分析しているが，二種以上の金融方法が利用可能である場合については特別にふれるところがない。そこでまず，彼の扱っている三つの場合について考えてみることにする。

4・1　会社にとって利用可能な金融方法が社債の発行（または償還等）のみである場合。

この場合には，$S=0$，$R=0$，$F=B$ であるから，$c=c(B)$ であり，極大化されるべき現存普通株の投資価値 V は次式のようになる。

(5)　$$V=\frac{\alpha}{c}[Z_0+Y(B)-Br]+\pi_0$$

これの一次の極大化条件は，

(6)　$$\frac{dV}{dB}=\frac{\alpha}{c}\left[\rho(B)-r-\frac{dc}{dB}\cdot\frac{Z_0+Y(B)-Br}{c}\right]$$

を零とおくことによって求められる。すなわちそれは，

(7)　$$\rho(B)=r+\frac{dc}{dB}\cdot\frac{Z_0+Y(B)-Br}{c}$$

$$=r+\frac{dc}{dB}\cdot\frac{V-\pi_0}{\alpha}$$

である。

ここで，Durand のいう資本の「所要限界収益率」について考えてみよう。いまの場合の所要限界収益率は，社債により新資本1単位を追加するさいに，現存普通株の投資価値 V を不変に保つためには資本の限界収益率 $\rho(B)$ はいくらでなければならないかということであり，いいかえれば dV/dB を零にするために必要とされる $\rho(B)$ の値である。したがってこの場合の所要限界収益率を $q(B)$ で表わすことにすれば，(6)式から明らかなように，

(8)　$$q(B)=r+\frac{dc}{dB}\cdot\frac{Z_0+Y(B)-Br}{c}$$

$$=r+\frac{dc}{dB}\cdot\frac{V-\pi_0}{\alpha}$$

であって，[8][9] (7)式の極大化条件は次のように書き直すことができる。

(7)′　$\rho(B)=q(B)$

ところで Durand は，$B\geqq 0$ なる範囲内においては，資本の限界収益率 $\rho(B)$ は B の減少函数――すなわち $\rho'(B)<0$――であり，他方において所要限界収益率 $q(B)$ は B の増加函数――すなわち $q'(B)>0$――であると想定しているようである。[10] いまこのような想定が $B\geqq -B_0$ なる範囲内においても妥当するものと仮定すれば，この場合の最適金融計画，すなわち現存普通株の投資価値を極大にする金融計画は，次のようになる。

（以下において，$F=B=-B_0$ の場合における c および dc/dB の値をそれぞれ $\hat{c}$ および $\hat{c}_B$ で表わすことにする。）

(A)　もしも，$B=-B_0$ における資本の限界収益率 $\rho(-B_0)$ がその場合の所要限界収益率 $q_B(-B_0)$ よりも小であるならば，すなわち

$$\rho(-B_0)<r+\hat{c}_B\frac{Z_0+Y(-B_0)+B_0r}{\hat{c}}$$

ならば，$B=-B_0$ のときに現存普通株の投資価値 V は極大となり，これが最適金融計画となる。

(B)　もしも，$\rho(-B_0)$ が $q_B(-B_0)$ に等しいかまたはそれよりも大であるならば，すなわち

$$\rho(-B_0)\geqq r+\hat{c}_B\frac{Z_0+Y(-B_0)+B_0r}{\hat{c}}$$

（8）　Durand, *op. cit.*, p. 225 に示されている式は，本稿の記号に直せば

$$q(B)=r+\frac{dc}{dB}V$$

であるが，これは当年の配当金および会社所得税を考慮外においた場合である。

（9）　後述 **5・2** のように，「予想純収益」にまつわる危険の度合をその標準偏差で測ることにするならば，自己資本を一定にしておいて B を増すときは，一般に「予想純収益」にまつわる危険が増大することになるから　(後註 (20) 参照)，ヨリ大なる資本還元率 c が適用されることになる。ゆえにこの場合，一般に dc/dB は正であろう。また $Z_0+Y(B)-Br$ は，問題となる範囲内では正であろう。したがつて，この場合の所要限界収益率 $q(B)$ は，一般に利子率 r よりも大であることになる。これに対し，もしも「予想純収益」の変異係数をもつて危険の尺度とするならば，これとは異なつた帰結に導かれる（後註 (27) 参照)。

(10)　このことは，彼の描いている図から推察される――Durand, *op. cit.*, p. 223 の第2図を参照。

ならば，(7)式の条件をみたす B の値を B^* で表わすことにして，$B=B^*$ のときに V は極大となり，これが最適金融計画となる。等号が成り立つときはもちろん $B^*=-B_0$ である。

なおこの場合，B の最適値が正となるための条件（すなわち社債の追加発行が行われるための条件）は，$F=B=0$ の場合のおける $q(B)$，c および dc/dB の値を $q_B(0)$，c_0 および c_{B0} で表わすことにしてで，

$$\rho(0)>q_B(0)=r+c_{B0}\frac{Z_0}{c_0}$$

である。もしも不等号が逆ならば B の最適値は負，すなわち社債の償還または買入消却を行う計画が最適となり，また等号が成り立つときは B の最適値は零，すなわち現状のままが最適となる。

4・2 会社にとって利用可能な金融方法が普通株の発行のみである場合。

この場合には，$B=0$，$R=0$，$F=S$ であるから，$c=c(S)$ であり，極大化されるべき現存普通株の投資価値 V は，次式のようになる。

(9) $$V=\frac{\alpha nP}{nP+S}\cdot\frac{Z_0+Y(S)}{c}+\pi_0$$

これの一次の極大化条件は，

$$\frac{dV}{dS}=\frac{\alpha nP}{c(nP+S)}\left[\rho(S)-\frac{Z_0+Y(S)}{nP+S}-\frac{dc}{dS}\cdot\frac{Z_0+Y(S)}{c}\right]$$

を零とおくことによって求められる。すなわちそれは，

(10) $$\rho(S)=\frac{Z_0+Y(S)}{nP+S}+\frac{dc}{dS}\cdot\frac{Z_0+Y(S)}{c}$$

である。以上から明らかなように，この場合の所要限界収益率 $q(S)$ は(10)式の右辺にほかならないのであって，(11) 限界収益率 $\rho(S)$ がこれに一致することによ

(11) $q(S)$ ——(10)式の右辺——は二つの項から成る。第一項の

$$\frac{Z_0+Y(S)}{nP+S}=\frac{Z_0+Y(S)}{n+\frac{S}{P}}\cdot\frac{1}{P}$$

は，「予想収益 / 価格」比率 (expected-earnings / price ratio)，すなわち，普＊

って，V の一次の極大化条件がみたされる。

この場合の最適金融計画は，次の仮定——

(i) もしも $S=0$ における資本の限界収益率 $\rho(0)$ とその場合の所要限界収益率

$$q_S(0)=\frac{Z_0}{nP}+c_{S0}\frac{Z_0}{c_0}$$

(ただし c_{S0} は $F=S=0$ の場合における dc/dS の値を示し，c_0 は同じ場合における c の値を示す)[12]

とを比較して，$\rho(0)\leqq q_S(0)$ であるときは，$S\geqq 0$ なる範囲内において dV/dS は終始マイナスであり，

(ii) もしも $\rho(0)$ が $q_S(0)$ よりも大であるならば，S が零から正のある一定値に達するまでは $dV/dS>0$ であり，その一定値において $dV/dS=0$ であり，S がその値を越えると dV/dS は負となり，その後は引続き負のままである，

という仮定が妥当とするとするならば，[13]次のようにして決定されることにな

---

* 通株（現存普通株のみならず新規発行分をも含めた）一株当りの予想税込み純収益（期待値）の株価 P に対する比率である。いまこれを e で表わせば，

$$\frac{de}{dS}=\frac{1}{nP+S}\left[\rho(S)-\frac{Z_0+Y(S)}{nP+S}\right]$$
$$=\frac{1}{nP+S}\left[\rho(S)-e\right]$$

であるから，限界収益率 $\rho(S)$ が「予想収益 / 価格」比率 e より大なる限り S を増すほど e はヨリ大となり，逆に $\rho(S)$ が e より小なる限り S を増すとかえつて e は減少するということになる。

次に $q(S)$ の第二項

$$\frac{dc}{dS}\cdot\frac{Z_0+Y(S)}{c}$$

は，正の値をとることもあり負の値をとることもある。なぜなら，「予想純収益」の標準偏差または変異係数のいずれを危険性の尺度に用いる場合でも，他の資本を一定にしておいて S を増すときは，危険が増大することもあり，また減少することもあるからである（後註 (20) および (27) 参照)。ゆえに，所要限界収益率 $q(S)$ は「予想収益 / 価格」比率 e より大なることもあり，小なることもある。

(12) この c_0 は，先の **4・1** における $F=B=0$ の場合の c_0 と同じである。要するにこれは，$S=0$, $B=0$, $R=0$ の場合における c の値である。

(13) Durand はこの条件については何もふれていない。なお **4・1** の場合においてもこれと同様の仮定をすれば足りるのであつて，必ずしも，$B\geqq -B_0$ なる範囲内において $\rho'(B)<0$, $q'(B)>0$ であると仮定することは必要でない。

る。

(A) $\rho(0)<q_S(0)$ ならば，$S=0$ のときに現存普通株の投資価値 V は極大となり，現状のままが最適金融計画となる。

(B) $\rho(0)\geqq q_S(0)$ ならば，(10)式の条件をみたす S の値を S^* で表わすことにして，$S=S^*$ のときに V は極大となり，これが最適金融計画となる。等号が成り立つときはもちろん $S^*=0$ である。

4・3 会社にとって利用可能な金融方法が社内留保のみである場合。

この場合には，$S=0$, $B=0$, $F=R$（ただし $0\leqq R\leqq\pi_0$）であるから，$c=c(R)$ であり，極大化されるべき現存普通株の投資価値 V は，次式のようになる。

(11) $$V=\alpha\frac{Z_0+Y(R)}{c}+\pi_0-R$$

これの一次の極大化条件は，

(12) $$\frac{dV}{dR}=\frac{\alpha}{c}\left[\rho(R)-\frac{c}{\alpha}-\frac{dc}{dR}\cdot\frac{Z_0+Y(R)}{c}\right]$$

を零とおくことによって求められる。すなわちそれは，

(13) $$\rho(R)=\frac{c}{\alpha}+\frac{dc}{dR}\cdot\frac{Z_0+Y(R)}{c}$$

である。以上から明らかなように，この場合の所要限界収益率 $q(R)$ は(13)式の右辺にほかならないのであって，[14] 限界収益率 $\rho(R)$ がこれに一致することによって V の一次の極大化条件がみたされる。

いま，次の仮定——

(i) $\rho(0)\leqq q_R(0)=\dfrac{c_0}{\alpha}+c_{R0}\dfrac{Z_0}{c_0}$

（ただし，$q_R(0)$ はいまの場合の $R=0$ における所要限界収益率，c_0 およ

(14) この場合の所要限界収益率 $q(R)$ は，「予想純収益」にまつわる危険をその標準偏差で測るならば，c/α より大であろう。なぜならこの場合，dc/dR は一般に正であろうから（後註 (25) 参照)。またもし，「予想純収益」の変異係数により危険の度合を測るならば，dc/dR は正となることもあり負となることもあるから（後註 (27) 参照)，$q(R)$ は c/α より大なることも小なることもある。

び c_{R0} は $F=R=0$ における c および dc/dR の値を示す)[15]

ならば，$0 \leqq R \leqq \pi_0$ なる範囲内において dV/dR は終始マイナスであり，

(ii) $\rho(0)>q_R(0)$ ならば，$0 \leqq R \leqq \pi_0$ なる範囲内において，dV/dR が終始正であるか，または R の一定値までは正，一定値において零，一定値を越えると負となる，

という仮定が妥当するものとすれば，この場合の最適金融計画は次のようになる。

(A) $\rho(0)<q_R(0)$ ならば，$R=0$ が最適となり，

(B) $\rho(0)\geqq q_R(0)$ ならば，$R=\pi_0$ における dV/dR の値が負または零なるとき[16]は $R=R^*$（ただし R^* は(13)式の条件をみたす R の値であって，$R^*=0$ および $R^*=\pi_0$ の場合を含む）が最適となり，また，$R=\pi_0$ における dV/dR の値が正であるときは[17] $R=\pi_0$ が最適となる。

5

Durand の論文でとり上げられている範囲は以上の場合につきるが，次に二種以上の金融方法が利用可能である場合について考えてみよう。

5・1 まず，Modigliani, Zeman 両氏の仮説との比較を容易にするため，利用可能な金融方法が株式の発行および社債の発行（または償還等）に限られている場合（すなわち社内留保を考慮外におく場合）をとり上げてみよう。

この場合には，$F=S+B$，$R=0$ であるから，

(14) $c=c(S, B)$

---

(15) c_0 については前註 (12) 参照。

(16) これは次のことに帰着する。

$$\rho(\pi_0) \leqq q_R(\pi_0) = \frac{\mathring{c}}{a} + \mathring{c}_R \frac{Z_0+Y(\pi_0)}{\mathring{c}}$$

ただし，$\mathring{c}$ および $\mathring{c}_R$ はそれぞれ $F=R=\pi_0$ の場合における c および dc/dR の値を示し，$q_R(\pi_0)$ はその場合における所要限界収益率 $q(R)$ の値を示す。

(17) これは次のことに帰着する。

$$\rho(\pi_0) > q_R(\pi_0) = \frac{\mathring{c}}{a} + \mathring{c}_R \frac{Z_0+Y(\pi_0)}{\mathring{c}}$$

(15) $$V=\frac{\alpha nP}{nP+S}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}+\pi_0$$

であって，境界条件 $S\geqq 0$，$B\geqq -B_0$ の範囲内で V を極大化する S および B の値をみいだすことが問題となる。

(15)式において，

(16) $$\frac{\partial V}{\partial B}=\frac{\alpha nP}{c(nP+S)}\left[\rho(F)-r-\frac{\partial c}{\partial B}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}\right]$$

(17) $$\frac{\partial V}{\partial S}=\frac{\alpha nP}{c(nP+S)}\left[\rho(F)-\frac{Z_0+Y(F)-Br}{nP+S}-\frac{\partial c}{\partial B}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}\right]$$

であるから，V の一次の極大化条件は，

(18) $$\rho(F)=r+\frac{\partial c}{\partial B}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$$

(19) $$\rho(F)=\frac{Z_0+Y(F)-Br}{nP+S}+\frac{\partial c}{\partial S}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$$

である。(18)式および(19)式の右辺はそれぞれ，社債発行および普通株発行についての所要限界収益率である。

いま，二次の極大化条件が満たされているとすれば，$S\geqq 0$，$B\geqq -B_0$ なる範囲内において連立方程式(18)，(19)を満足する S および B の値をみいだすことができるならば，それが最適金融計画である。これに対し，境界条件の範囲内においてそのような値がみいだされない場合には，株式発行か社債発行かのいずれか一方のみを用いるのが最適であって，**4・1** の $F=B=B^*$ における V の値と **4・2** の $F=S=S^*$ における V の値とを比較し，V の値のヨリ大なる方が最適金融計画ということになる。(18)

(18) 境界条件の範囲内で連立方程式 (18)，(19) を満足する S および B の値がみいだされない場合，もしも **4・1** の F の最適値 (B^*) が正ならば，株式と社債のいずれによるべきかは，次のようにして判定することもできる。すなわち，F の値を B^* に固定しておいて，

$$\frac{dV}{dS}=\frac{\alpha nP}{c(nP+S)}\left[\rho(B^*)-\frac{Z_0+Y(B^*)-(B^*-S)r}{nP+S}-\frac{dc}{dS}\cdot\frac{Z_0+Y(B^*)-(B^*-S)r}{c}\right]$$

（ただし，*

5・2 Modigliani, Zeman 両氏の仮説は,「予想純収益」にまつわる危険について明示的な尺度を導入している点において上述の **5・1** の場合と異なっている。そこで,比較のために, Modigliani, Zeman 両氏によって用いられたと同じ危険性の尺度を **5・1** に導入して,これを再構成してみることにしよう。

「予想純収益」の標準偏差をもってその危険性の尺度とし,これを σ で示す。そこで,総体としての資本(既存資本プラス F)から生ずるべき「予想収益」総額の標準偏差を $\phi(F)$ で表わせば,(19)

(20)　$$\sigma=\frac{\alpha nP}{nP+S}\phi(F)$$

であり,c は σ の函数であるから,

(21)　$$c=c(\sigma)$$

である。ここに,

$$\frac{\partial\sigma}{\partial B}=\frac{\alpha nP}{nP+S}\phi'(F)$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial S}=\frac{\alpha nP}{nP+S}\left[\phi'(F)-\frac{\phi(F)}{nP+S}\right]$$

であるから,(20) 先の(18)および(19)式は次のように変形される。

(18)′　$$\rho(F)=r+c'(\sigma)\frac{\alpha nP}{nP+S}\phi'(F)\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$$

(19)′　$$\rho(F)=\frac{Z_0+Y(F)-Br}{nP+S}$$

$$^{*}\rho(B^*)=r+c_{B^*}\frac{Z_0+Y(B^*)-B^*r}{c}$$

c_{B^*} は $F=B=B^*$ における dc/dB の値)

を計算すれば,いまの場合これは S の値のいかんにかかわらず正であるか,または負であるかのいずれかであろう。これが正ならば $F=S=S^*$ が最適であり,負ならば $F=B=B^*$ が最適である。なおこの点については, Modigliani and Zeman, *op. cit.*, pp. 300, 301, Note 3参照。

(19) いうまでもなく,「予想純収益」の期待値は π であり,「予想収益」総額の期待値は $Z_0+B_0r+Y(F)-Br$ である。なお「予想収益」総額の標準偏差は,予想税込み純収益の標準偏差に等しい。

(20) 通常の場合,F が大なるほど企業活動の規模が大となり,その結果「予想収益」の標準偏差 $\varphi(F)$ も大になる——すなわち,$\varphi'(F)>0$——と考えられるから,$\partial\sigma/\partial B$ は一般に正であろう。これに対し $\partial\sigma/\partial S$ は,$\varphi'(F)$ が $\varphi(F)/(nP+S)$ より大であるか小であるかによつて,正または負となる。

$$+ c'\ \sigma)\frac{\alpha nP}{nP+S}\left[\phi'(F)-\frac{\phi(F)}{nP+S}\right]\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$$

これはけっきよく，次の二式に帰着する。

(22) $$\frac{\rho(F)-r}{\phi'(F)}=\frac{c'(\sigma)}{c}\cdot\frac{\alpha nP}{nP+S}\left[Z_0+Y(F)-Br\right]$$

（この式の右辺は$c'(\sigma)\dfrac{\pi}{c}$にほかならない）

(23) $$\frac{\rho(F)-r}{\phi'(F)}=\frac{Z_0+Y(F)-(nP+F)r}{\phi(F)}$$

この(22)，(23)式を連立させて解くことによって最適金融計画を求めることが，この場合の問題となるわけである。

以上の帰結は，ただ次の一点を除いて，Modigliani，Zeman の場合と同じである——(22)式の右辺は π,σ 平面における V の等高曲線の傾斜を示すものであるのに対して，[21] Modigliani，Zeman の場合におけるそれの対応物は π,σ 平面における効用無差別曲線の傾斜である。[22]

5・3 次に，純収益の社内留保をも考慮に入れた場合を考えてみよう。この場合の問題は，$F=S+B+R$，$S\geqq 0$，$B\geqq -B_0$，$\pi_0\geqq R\geqq 0$，$c=c(S,B,R)$ ——(3)式——という条件のもとで，

(4) $$V=\frac{\alpha nP}{nP+S}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}+\pi_0-R$$

を極大にすることである。この場合，一次の極大化条件は，

(18) $$\rho(F)=r+\frac{\partial c}{\partial B}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$$

---

(21) なぜなら，

$$V=\frac{\pi}{c}+\pi_0$$

であるから，

$$\frac{\partial V}{\partial \pi}=\frac{1}{c},\quad \frac{\partial V}{\partial \sigma}=-\frac{c'(\sigma)}{c^2}\pi$$

したがつて

$$-\frac{\partial V}{\partial \sigma}\Big/\frac{\partial V}{\partial \pi}=c'(\sigma)\frac{\pi}{c}$$

だからである。

(22) 前掲拙稿『会社証券発行決意の分析』85，86頁参照。

(19) $\rho(F)=\dfrac{Z_0+Y(F)-Br}{nP+S}+\dfrac{\partial c}{\partial S}\cdot\dfrac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$

(24) $\rho(F)=\dfrac{c(nP+S)}{\alpha nP}+\dfrac{\partial c}{\partial R}\cdot\dfrac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$

である。[23] これらの右辺はそれぞれ，社債発行，普通株発行および社内留保についての所要限界収益率である。

いま，二次の極大化条件がみたされているとすれば，境界条件の範囲内において連立方程式(18)，(19)，(24)を満足する S，B および R の値をみいだすことができるならば，それが最適金融計画である。これに対し，もしも境界条件の範囲内でそのような値がみいだされないならば，

(i) $F=S+B$，$R=0$ の場合における最適金融計画およびそれにより得られる V の値

(ii) $F=S+R$，$B=0$ の場合における最適金融計画およびそれにより得られる V の値

(iii) $F=B+R$，$S=0$ の場合における最適金融計画およびそれにより得られる V の値

を比較して，これら三つのうちで V の値の最も大きい金融計画がいまの場合の最適金融計画だということになる。これらのうち (i) の場合の最適金融計画の求め方については，すでに **5・1** で取り扱ったが，(ii) および (iii) の場合についてもこれと同様の方法によって最適金融計画を求めればよい。[24]

---

(23) なぜなら，

$$\frac{\partial V}{\partial R}=\frac{anP}{c.(nP+S)}\left[\rho(F)-\frac{c(nP+S)}{anP}-\frac{\partial c}{\partial R}\cdot\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}\right]$$

(24) まず (ii) の場合には，

$$V=\frac{anP}{nP+S}\cdot\frac{Z_0+Y(F)}{c}+\pi_0-R$$

その一次の極大化条件は，

$$\begin{cases}\rho(F)=\dfrac{Z_0+Y(F)}{nP+S}+\dfrac{\partial c}{\partial S}\cdot\dfrac{Z_0+Y(F)}{c}\\[2ex]\rho(F)=\dfrac{c(nP+S)}{anP}+\dfrac{\partial c}{\partial R}\cdot\dfrac{Z_0+Y(F)}{c}\end{cases}$$

次に (iii) の場合には，

$$V=a\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}+\pi_0-R$$

5・4 Modigliani, Zeman 両氏によって用いられたと同じ危険性の尺度 (**5・2** 参照) を, 以上の **5・3** の場合に導入して, これを再構成してみよう。

$$\frac{\partial\sigma}{\partial R}=\frac{\alpha nP}{nP+S}\phi'(F)$$

であるから[25], V の一次の極大化条件は, 前掲の (18)′ 式, (19)′ 式および次の (24)′ 式である。

$$(24)'\quad \rho(F)=\frac{c(nP+S)}{\alpha nP}+c'(\sigma)\frac{\alpha nP}{nP+S}\phi'(F)\frac{Z_0+Y(F)-Br}{c}$$

この条件はけつきよく次のことに帰着する。

$$(22)\quad \frac{\rho(F)-r}{\phi'(F)}=\frac{c'(\sigma)}{c}\cdot\frac{\alpha nP}{nP+S}[Z_0+Y(F)-Br]$$

$$(25)\quad \frac{\rho(F)-r}{\phi'(F)}=\frac{Z_0+Y(F)-(nP+S+B)r}{\phi(F)}$$

$$(26)\quad r=c\frac{nP+S}{\alpha nP}$$

この連立方程式を解くことによって最適金融計画を求めることが, この場合の問題となるわけである[26]。

5・5 以上の **5・4** の仮説は, 「予想純収益」にまつわる危険の度合をその標準偏差をもって測ろうとするものであるが, それは次のような重要な欠点をもつ。すなわち, $\partial\sigma/\partial B$ と $\partial\sigma/\partial R$ とが等しいために, 社債発行と社内留保

---

* その一次の極大化条件は,

$$\begin{cases}\rho(F)=r+\dfrac{\partial c}{\partial B}\cdot\dfrac{Z_0+Y(F)-Br}{c}\\[2ex]\rho(F)=\dfrac{c}{\alpha}+\dfrac{\partial c}{\partial R}\cdot\dfrac{Z_0+Y(F)-Br}{c}\end{cases}$$

(25) これは $\partial\sigma/\partial B$ とかかわりなく, したがつて一般に正である (前註 (20) 参照)。

(26) 前掲拙稿『会社証券発行決意の分析』85, 86頁で述べたように, Modigliani, Zeman 両氏の場合にあつては, (境界条件を考慮外におけば) F の最適値は経営者の危険回避の態度からは独立に決定されるという単純な関係が成り立つが (本稿の (23) 式を参照), いまの場合のように社内留保を考慮に入れるならば, これは成り立たないことになる。いまの場合における (23) 式の対応物は (25) 式であるが, (23) 式は F 以外の変数を含まないのに対して, (25) 式はそうでない。

なお, (22) 式の右辺 (π,σ 平面における V の等高曲線の傾斜) に, π,σ 平面における効用無差別曲線の傾斜を入れ換えれば, Modigliani, Zeman の仮説に社内留保を補足導入した場合の連立方程式が得られることになる。

とが危険の度合に関して同じ影響をもつことになってしまうのである。その上，「予想純収益」にまつわる危険の度合がその期待値から独立に評価されるとみなすことは当を得ていないように思われる。

そこで以下においてはこの点を修正して，「予想純収益」の変異係数で危険の度合を測ることにしよう。これを v で表わせば，

$$(27)\quad v=\frac{\sigma}{\pi}=\frac{\phi(F)}{Z_0+Y(F)-Br}$$

であって，

$$\frac{\partial v}{\partial B}=\frac{\phi(F)}{Z_0+Y(F)-Br}\left[\frac{\phi'(F)}{\phi(F)}-\frac{\rho(F)-r}{Z_0+Y(F)-Br}\right]$$

$$\frac{\partial v}{\partial S}=\frac{\phi(F)}{Z_0+Y(F)-Br}\left[\frac{\phi'(F)}{\phi(F)}-\frac{\rho(F)}{Z_0+Y(F)-Br}\right]$$

$$\frac{\partial v}{\partial R}=\frac{\phi(F)}{Z_0+Y(F)-Br}\left[\frac{\phi'(F)}{\phi(F)}-\frac{\rho(F)}{Z_0+Y(F)-Br}\right]$$

となり，[(27)] $\partial v/\partial S$ と $\partial v/\partial R$ とは等しくなる。普通株の発行と社内留保と——その方法は異なっているが，いずれも自己資本調達の方法であるから，その危険性に及ぼす影響が同じであることは，いちおう首肯することができるであろう。

資本還元率 c を v の函数として，

$$(28)\quad c=c(v)$$

---

(27) $\partial v/\partial B$ は，

(a) $$\frac{\phi'(F)}{\phi(F)}>\frac{\rho(F)-r}{Z_0+Y(F)-Br}$$

なる限り——すなわち，予想税込み純収益の標準偏差の増加率が，その期待値の増加率（ただし社債により資本1単位を追加する場合における）よりも大なる限り——正であり，逆の場合には負である。これは前註（20）の場合の帰結とは異なる。

また $\partial v/\partial S$ および $\partial v/\partial R$ は，

(b) $$\frac{\phi'(F)}{\phi(F)}>\frac{\rho(F)}{Z_0+Y(F)-Br}$$

なる限り——すなわち，予想税込み純収益の標準偏差の増加率が，その期待値の増加率（ただし普通株式または社内留保により資本1単位を追加する場合における）よりも大なる限り——正となり，逆の場合には負となる。ただし，(a) の右辺と (b) の右辺とを比較してみればすぐわかるように，同じ状況のもとでは前者は必ず後者よりも小であるから，$\partial v/\partial S$ および $\partial v/\partial R$ と比較して，$\partial v/\partial B$ は正になりやすい。

と表わすことにすれば，V の一次の極大化条件は，

$$(29)\quad \rho(F)=r+\frac{c'(v)}{c}\left[\phi'(F)-\frac{\rho(F)-r}{Z_0+Y(F)-Br}\phi(F)\right]$$

$$(30)\quad \rho(F)=\frac{Z_0+Y(F)-Br}{nP+S}+\frac{c'(v)}{c}\left[\phi'(F)-\frac{\rho(F)\phi(F)}{Z_0+Y(F)-Br}\right]$$

$$(31)\quad \rho(F)=\frac{c(nP+S)}{\alpha nP}+\frac{c'(v)}{c}\left[\phi'(F)-\frac{\rho(F)\phi(F)}{Z_0+Y(F)-Br}\right]$$

となる。これはけっきよく，次の条件に帰着する——すなわち，(29)，(30)および

$$(32)\quad c(nP+S)=\frac{\alpha nP}{nP+S}[Z_0+Y(F)-Br]$$

である。この連立方程式を解くことによって S, B および R の最適値を求めることが，この場合の問題となるわけである。

σ または v のいずれを危険性の尺度とするにせよ，社内留保を考慮に入れる場合には，これを考慮に入れない Modigliani，Zeman の場合よりも問題が複雑となることをまぬがれない。(28) —1959. 2. 1—

(28) 前註 (26) 参照。