

レジームスイッチングと景気動向指数の有効性

西 山 茂

1 最近の経済危機と景気動向指数

マクロ経済の動向を傾向成分 (Trend)、循環成分 (Cycle)、季節成分 (Seasonal)、不規則成分 (Irregular) という四つの基本成分 (Component) に区分したうえで、特に循環成分の動向を「拡大期」と「後退期」の二つの局面に分け、拡大局面から後退局面への変化を「景気の山」、後退局面から拡大局面への変化を「景気の谷」と呼んでいることは景気循環を分析する際に広く採られている見方である。

近年、景気拡大期と景気後退期では、民間企業、家計部門の需要予測、所得予測等の形成メカニズムが異なるものと想定され、生産や販売の動きもそれまでとは異なったパターンで変化するというレジームスイッチングが注目されている。しかもレジームスイッチングは既知の時点で起こるわけではなく、経済のファンダメンタルズに応じて内生的に発生するものであると強調されている。

昨秋以来の景気悪化を称して「経済危機」という用語を使うことが多い。言うまでもなく本稿執筆時点は景気が低迷している。確かに経済報道の傾向を振り返ると、社会の論調は、昨年9月15日に米大手投資銀行の一角を占めていたリーマン・ブラザーズ社が連邦裁判所に連邦倒産法の適用を申請した（いわゆるリーマン・ショック）ことに端を発した後、世界各国で進行した急激な需要縮小、生産水準の低下、並びに市況、株価の下落、雇用の急速な悪化など一連の動きを「危機」と称している。

その経済危機であるが、今回の景気後退の開始時点として、米国 NBER は、2007年12月を景気の山として認定している（参考文献 [1]）。この判定はアメリカ経済についてだが、日本経済については、内閣府に設置されている「景気動向指数研究会」が2009年1月29日開催時において今回の景気の山を2007年10月に暫定設定することが妥当との結論を出している（参考文献 [2]）。いずれも金融危機が实体经济に与えるマイナスの影響が懸念されている期間に公表されている。

つまり、昨秋のリーマン・ショック自体は、今回の景気循環が後退局面に入ってから、10ヶ月程度経過した時点で発生した事柄と言える。日本の生産水準も世界的な金融危機の中でそれまで以上に急速な悪化を辿ったわけであるが、それは実際に拡大局面から後退局面に移行してから1年程度を経過してから初めて見られた現象である。

現在、主要国の政府・中央銀行により様々の景気回復策が実施されているが、経済危機への政策的対応をいかに評価するかという問いかけの前に、実際に景気拡大から後退へ景気レジームの変化が生じた前後において、その局面変化を認識していたのか、あるいはもっと以前にレジームスイッチングを事前に予想することは可能であったのか、という問題を十分吟味しておく必要がある。実際、図1を見ても、景気動向指数（CI）の一致指数が急激に低下する前に、先行指数が大きく低下していることが分かる。

本稿では、まず内閣府が公表している景気動向指数の特徴を確認しておく。特に、2008年4月分から従来の Diffusion Index（DI）に置き換えられる形で利用されるようになった Composite Index（CI）を吟味し、その上で統計情報としての CI の特徴や留意点をまとめておく。その後、第2節では、景気動向指数が伝える情報の中で見落としがちな側面を時変回帰係数モデルによって整理する。第3節では、レジームスイッチング理論の嚆矢として知られている Hamilton モデルを日本経済について推定するとどのような問題点があるかを指摘する。その後、景気レジームの変化をマルコフ過程として構造化することはせず、異なった二つの時系列モデルがプロビットモデルにより確率的に選択

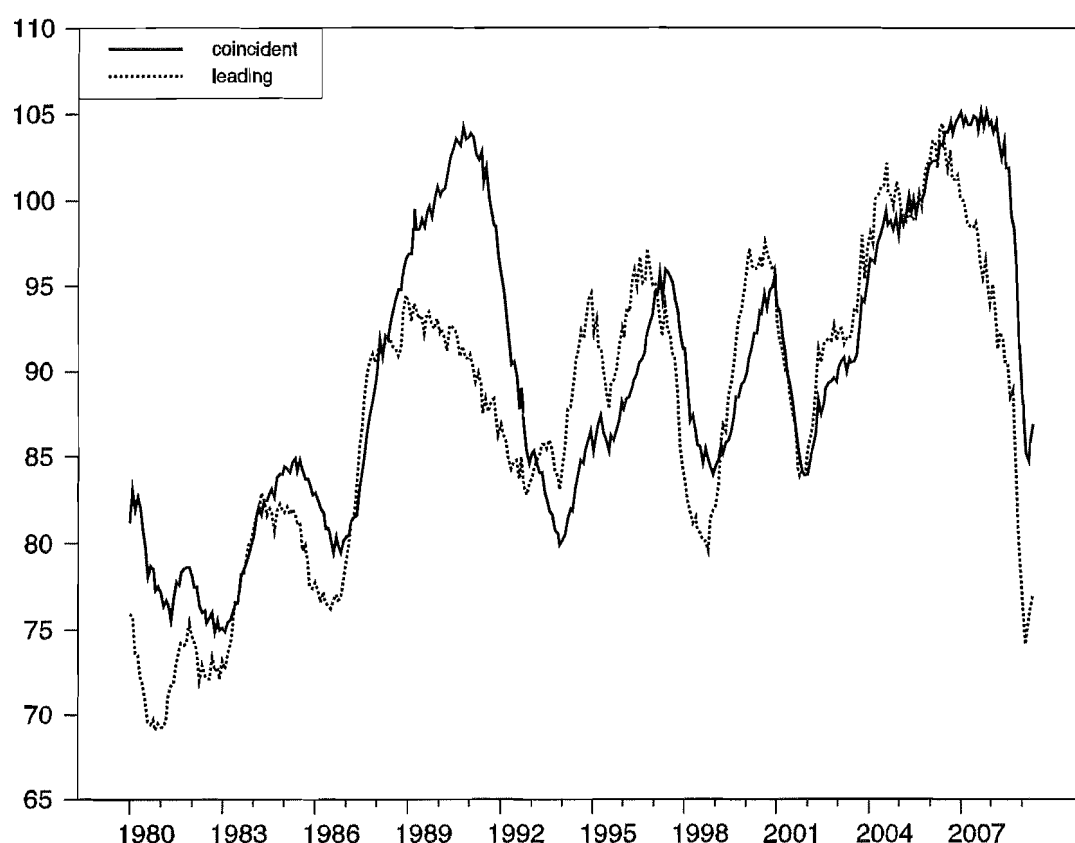


図1 一致指数と先行指数（1980年1月～2009年5月）

されるという一層操作的なモデルが有用な景気情報を提供しうることを示す。

1. 1 一致指数と先行指数の推移

現在、景気動向指数として毎月公表されているのは、CI（Composite Index）とDI（Diffusion Index）の二つであり、それぞれ先行指数、一致指数、遅行指数に分かれている。海外では、実際の生産、販売等に先駆けて変動する先行指数がより重要視されることもあるが、日本では基本的に一致指数の方が景気判断に利用されている。

DIは伝統的に公表されてきたもので、先行、一致、遅行の各系列ごとに複数の個別統計データを選択し、上昇を示しているデータが全体のどの程度の割合を占めるかで指数の値が定義されている。景気後退期では、ほぼ全てのデータが下降を示し（DIは約0%）、景気拡大期ではデータは概ね上昇を示す（DIは約100%）。景気の谷はDIが50%未満から50%を超える時点に設定され、

景気の山は逆に DI が50%超から50%を下回る時点に決められる。

DI は景気変動の浸透度に着目し、変化の方向を示す統計情報として作成されてきたものだが、これに対して CI は変化の方向に加えて変化の量感も併せて伝える情報として算出されている。その方法の詳細は内閣府が提供している文献〔3〕に譲るが、概略としては以下のような方法で算出されている。

- (1) 個別統計データを変化率に変換する。
- (2) 変化率のトレンドを後方60月移動平均として算出する。
- (3) 各データについてトレンド値からの乖離を求め、その乖離を四分位範囲によって基準化する（基準化変化率）。
- (4) 個別データ系列から求められたトレンド、四分位範囲、基準化変化率を平均する。
- (5) 上で求められた平均トレンド、平均四分位範囲、平均基準化変化率を用いて、基準時点を100と置いた後、和分系列を計算し、これを CI 指数とする。（詳細は文献〔3〕を参照）。

以上の手順に従って作成されているのが CI 指数であり、多くの個別統計データの動きをある意味で平均化した指数になっている。したがって、指数作成時に採用される個別の統計データによって結果に大きな違いが出てくることは当然である。実際、採用系列の選択については内閣府「景気動向指数研究会」の場でも頻繁に検討課題として指摘されている。

この辺りを実際に吟味するため、まず公式の CI 一致指数を内閣府方式に沿って再計算し、その結果を公表系列と比較したのが図2である。

概ね両者は一致してはいるが、完全に重なっているわけではない。期間ごとに一方が他方より高い（あるいは低い）数値を示していることが分かる。これは、各データ系列の基準化変化率を求める際に、特に大きい増減率を示している場合、それを外れ値として認定し、ある上限値（あるいは下限値）に置換するのであるが、その判定に使用する四分位範囲が全期間を通じて一定であるのか、時間を通して変化しているのか文献〔3〕からは判然としないことが手伝っ

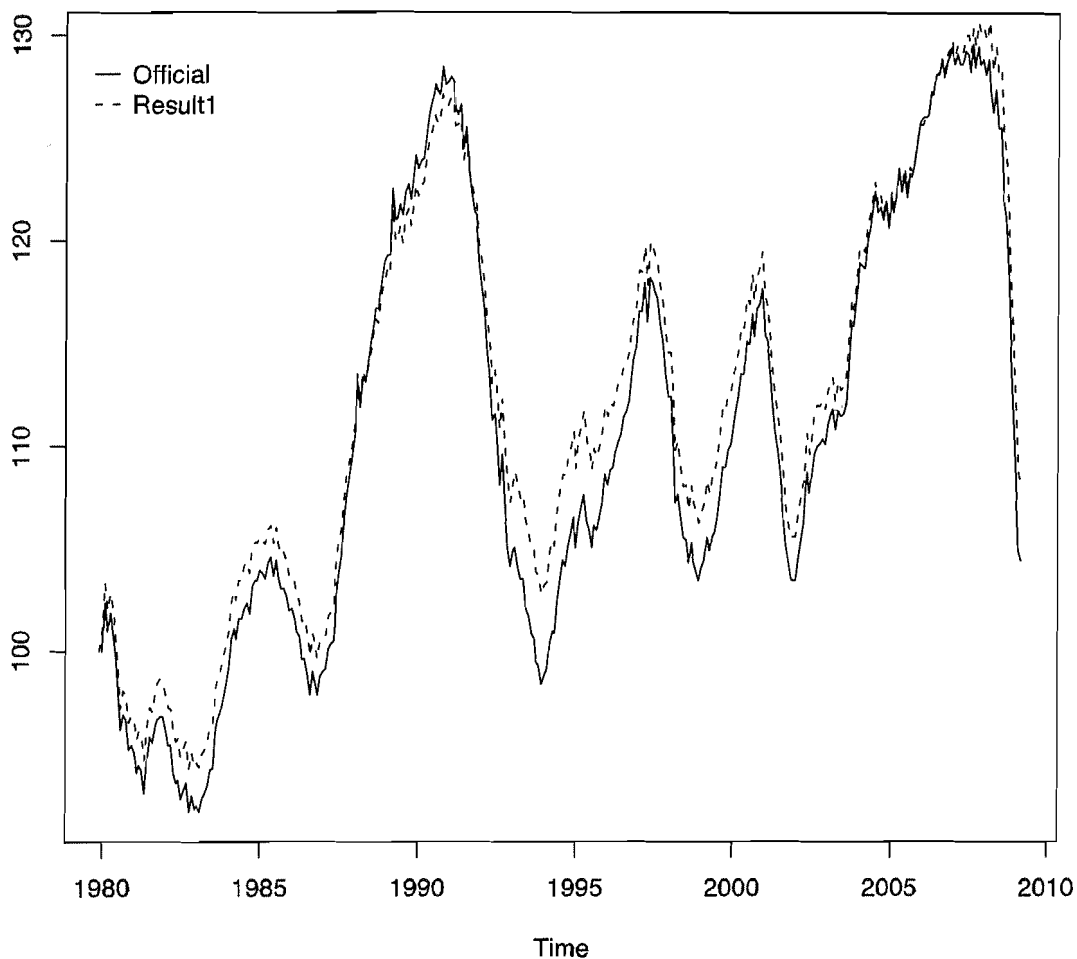


図2 一致指数（内閣府）と再計算値の比較（1980年1月～2009年3月）

ているかもしれない。更に、一致系列に含まれる有効求人倍率はその前期差をとってから四分位範囲を求めるものと思われるが、そうすると四分位範囲がゼロになり基準化変化率を確定できない。他の何らかの方法を採っていると思われるが、この点が明らかでない。こうした点が公表値と再計算値との違いの原因になっている可能性があるものの、この後の実験作業を進めるのに十分な近似は得られていると判断してよいであろう。

一致指数の算出には、鉱工業生産指数、大口電力使用量等11系列が利用されている。また先行指数に採用されているのは、最終需要財在庫率指数、新規求人数等12系列である（詳細は文献〔4〕を参照）。図2で再計算した一致指数は採用11系列全体を用いて計算した結果だが、図3では個別データ系列の選択によって、得られるCI一致指数がどの程度変更されるのかという点を示して

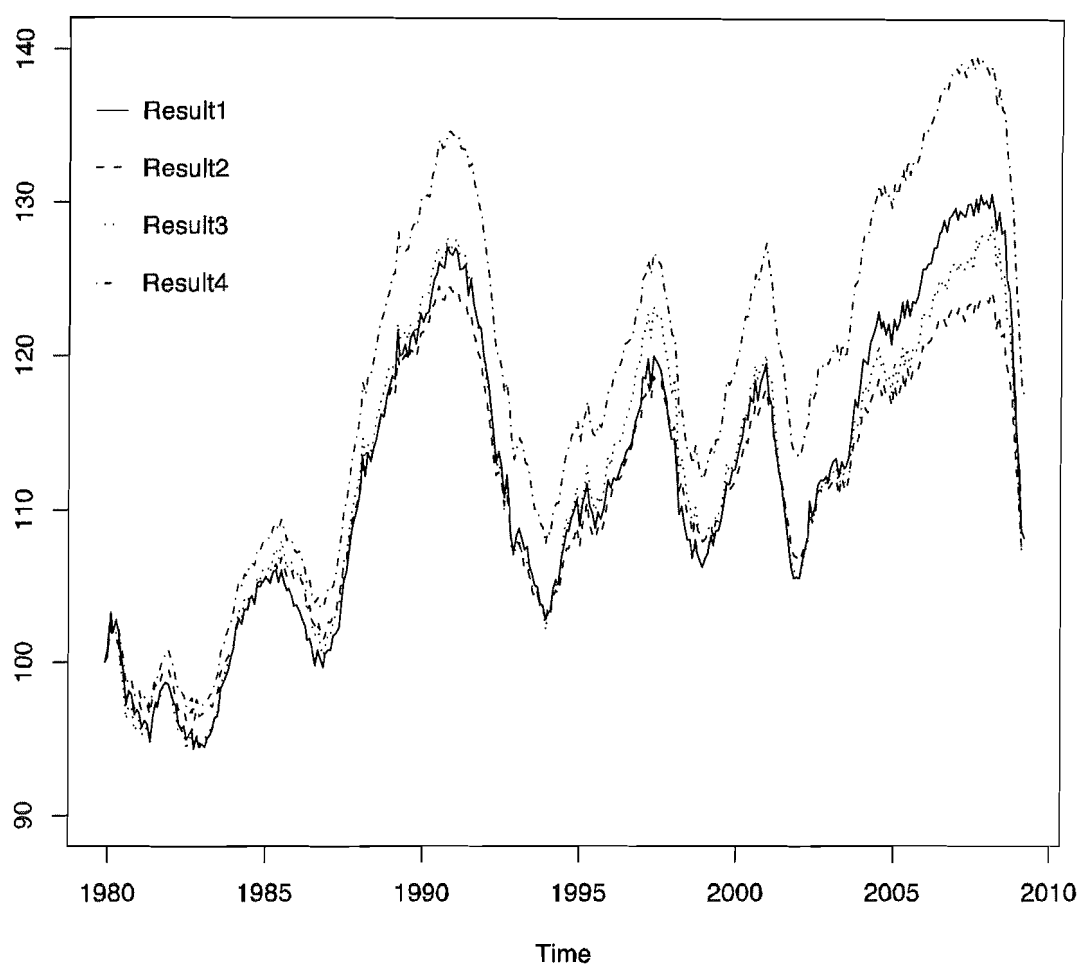


図3 4方式の比較（1980年1月～2009年3月）

いる。

図3の中のResult1は図2に示した再計算値と同じである。Result1からResult4はそれぞれ以下のデータ系列を内閣府方式によって総合した一致指数である。データ名称の後ろに括弧付きで付している記号は内閣府が個別データ系列に付けているコード番号である。

Result1 鉱工業生産指数 (C1), 鉱工業生産財出荷指数 (C2), 大口電力使用量 (C3), 稼働率指数 (C4), 所定外労働時間指数 (製造業) (C5), 投資財出荷指数 (除輸送機械) (C6), 商業販売額 (小売業) (C7), 商業販売額 (卸売業) (C8), 営業利益 (全産業) (C9), 中小企業売上高 (製造業) (C10), 有効求人倍率 (除学卒) (C11)

Result2 鉱工業生産指数 (C1), 大口電力使用量 (C3), 所定外労働時間指数 (製造業) (C5), 投資財出荷指数 (除輸送機械) (C6), 商業販売額 (小売業) (C7), 有効求人倍率 (除学卒) (C11)

Result3 Result2から最後の「有効求人倍率」を除く

Result4 Result2に「営業利益 (全産業)」(C9) を加える。

景気動向指数を作成する際の個別データ系列の選択が得られる CI 指数を大きく左右することは図3の通りであるが、このような違いが生まれるにも拘わらず、変化の方向に着目すればどの CI・一致指数も景気の山や谷の時期についてそれ程大きな違いを示しているわけではない。違いは変化の方向というより、寧ろ変化の量感、つまりどの程度の景気拡大であるか、あるいは景気後退であるかという量的次元において生まれている。この点は、再度、指摘しておいても良いかもしれない。換言すれば、景気の現状を伝える一致指数をどのような個別データ系列から総合するかによらず、日本経済の場合、今回の「経済危機」の到来に先んじて、概ね2007年第4四半期前後に景気の山が認められることは概ね確かであろう。¹⁾

2 経済指標から測定される不確実性

CI 指数は、景気の現状について「変化の方向」と「変化の量感」という二つの側面から情報を提供することが目的である。採用データや算出方式によっては、

1) Result1から Result3を吟味すると、景気は暫定設定された2007年10月より遅い時点で景気の山に到達しているようである。利益を含めた Result4は暫定設定された景気の山にはほぼ一致する時点でピークを形成している。もう一つ、現在、個別統計データとして採用されていないデータがあり、ここで述べたことを覆すに足る一致指数を得られることもあるという問題は残る。また、各個別系列のトレンド成分の抽出において後方60月移動平均とは別に Hodrick-Prescott フィルターあるいは Band-Pass フィルターを用いた時の結果を内閣府「景気動向指数研究会」で検討している。そこではフィルターのパラメーター設定により景気の山・谷の形成に相当の違いが出てくることが示唆されている。

変化の方向自体において異なった判断が形成される可能性があるものの、ここでは内閣府より公表されている CI-一致指数を所与として議論を進めよう。

一致指数で示される変化の方向とは、通常、前月との指数のポイント差あるいは増減率の符号を指し、その量感とはポイント差、増減率の大きさであると解釈されている（解釈の具体的方法については文献[5],[6],[7]を参照）。しかしながら、CI から引き出せる情報としてマクロ経済全般の不確実性を軽視することはできない。不確実性とは、いわゆる「不透明感」という用語で形容されるような経済状況を指す。CI 指数と同程度に景気指標として利用されることの多い実質 GDP 系列を利用する際にも同じ事情が当てはまる。

これを確かめるため、本節では1980年以降の日本の実質 GDP を対象に最近における不確実性の高まりをデータから確認してみることにしよう。

日本の季節調整済み実質 GDP 前期比年率を y_t と表記したうえで、 y_t のデータ生成過程として式(1)のような2階の時変回帰係数モデルという比較的簡単なモデルを利用する。

$$y_t = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}y_{t-1} + \beta_{2,t}y_{t-2} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (1)$$

このモデルに含まれる意味は以下のようなものである。各経済主体は、直近半年程度の経済動向を考慮しながら、来期を予測し、経済行動を決める。実際には確率的ショックにより事後的に予測誤差が生じるが、その誤差を新たな情報として加えて翌期の予測を立てる。こうした行動が集計されてマクロ経済の動きが進展していくという見方である。

実質 GDP の変動をこのように眺める時、鍵となるのは第1に第 $t-1$ 期において立てられる y_t に関する事前予測の誤差分散、第2に第 t 期において事後的に生じた予測誤差の2個の数値がどのような軌跡を辿っているかである。この後で使用する変数記号との対応をつけておくと、第 t 期までに確定した情報を Ψ_t と置けば、前者は第 $t-1$ 期における $E[(y_t - y_{t|t-1})^2 | \Psi_{t-1}]$ と同じであり、後者は第 t 期に実際に発生した誤差 $y_t - y_{t|t-1}$ を求めればよい。これらの値は式(1)の時系列モデルを式(2)のように状態空間モデルとして表現すれ

ば、あとは Kalman フィルターを適用することにより容易に推定することができる。

$$\begin{aligned} y_t &= H_t \beta_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, R) \\ \beta_t &= F \beta_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, Q) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで

$$\beta_t = \begin{pmatrix} \beta_{0,t} \\ \beta_{1,t} \\ \beta_{2,t} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$H_t = (1, y_{t-1}, y_{t-2}) \quad (4)$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$R = \sigma_\varepsilon^2 \quad (6)$$

$$\eta_t = \begin{pmatrix} \eta_{1t} \\ \eta_{2t} \\ \eta_{3t} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \sigma_{\eta 1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\eta 2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\eta 3}^2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

更に

$$\beta_{t|t-1} = E[\beta_t | \Psi_{t-1}] \quad (9)$$

$$y_{t|t-1} = E[y_t | \Psi_{t-1}] = H_t \beta_{t|t-1} \quad (10)$$

$$P_{t|t-1} = E[(\beta_t - \beta_{t|t-1})(\beta_t - \beta_{t|t-1})'] \quad (11)$$

$$f_{t|t-1} = E[(y_t - y_{t|t-1})^2 | \Psi_{t-1}] = V[y_{t|t-1} | \Psi_{t-1}]$$

(事前予測誤差分散) (12)

$$\beta_{t|t} = E[\beta_t | \Psi_t] \quad (13)$$

$$P_{t|t} = E[(\beta_t - \beta_{t|t})(\beta_t - \beta_{t|t})'] \quad (14)$$

以上のように変数記号を定める時、状態系列 $\{\beta_t\}$ を推定すれば、それが時変回帰係数となる。システム(2)の特性を決定する母数は σ_ε^2 , $\sigma_{\eta 1}^2$, $\sigma_{\eta 2}^2$, $\sigma_{\eta 3}^2$ の4個である。

初期値 $\beta_{0|0}$ と $P_{0|0}$ を設定すれば、Kalman フィルターのアルゴリズムを利用して、以下のようにして一連の数値が逐次得られる。

- ① $\beta_{t|t-1} = F \beta_{t-1|t-1}$
- ② $y_{t|t-1} = H_t \beta_{t|t-1}$
- ③ $f_{t|t-1} = V[y_{t|t-1}] = H_t V[\beta_{t|t-1}] H_t' + R = H_t P_{t|t-1} H_t' + R$
- ④ $\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + P_{t|t-1} H_t' (H_t P_{t|t-1} H_t' + R)^{-1} (y_t - y_{t|t-1})$
- ⑤ $P_{t|t} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} H_t' (H_t P_{t|t-1} H_t' + R)^{-1} H_t P_{t|t-1}$

但し、上の逐次解は母数 σ_ε^2 , $\sigma_{\eta 1}^2$, $\sigma_{\eta 2}^2$, $\sigma_{\eta 3}^2$ の値が既知であることを前提している。もしも母数が未知の場合は、逐次計算の副産物として各期の対数尤度が次のように得られるので、最初に母数を最尤推定すれば良い²⁾。

$$\log L_t = -\frac{1}{2} \log 2\pi f_{t|t-1} - \frac{1}{2} (y_t - y_{t|t-1})' f_{t|t-1}^{-1} (y_t - y_{t|t-1})$$

$$\log L = \sum_{t=1}^T \log L_t \quad (15)$$

2) 尤度関数の予測誤差分解については文献 [8] を参照

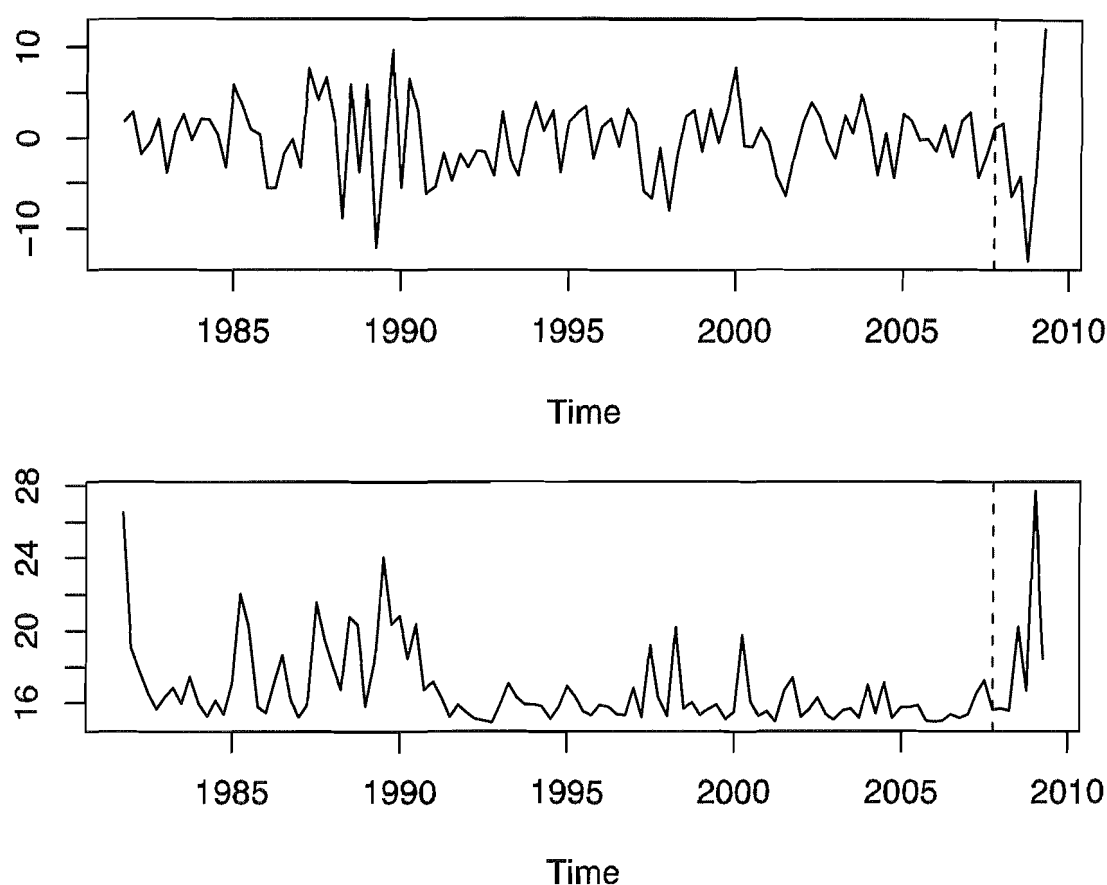


図4 予測誤差と事前予測誤差分散の推移

以上の方法によって、1980年第1四半期から2009年第2四半期までの日本の実質GDP季節調整済み系列前期比年率を対象に推定した結果が図4と図5である。図4（上段）は、各四半期に形成されたGDP予測 $y_{t|t-1}$ に対してどの程度の誤差（ $y_t - y_{t|t-1}$ ）が事後的に発生したかを示している。この事後誤差が大きな正値を示すほど、事前予測よりは経済実績が上振れしたことを表す（逆は逆）。また同図下段は、前期において形成された予測 $y_{t|t-1}$ にどの程度の誤差分散があると評価されていたか、即ち事前誤差分散 $f_{t|t-1}$ の変動を描いたものである。この事前誤差分散が大きいほど来期は予測しがたいことを表し、経済状況の不透明性が高まっていることになる。図中に描き足した点線は今回の景気の山として暫定設定されている2007年第4四半期を示す。

図4（上段）を見ると、2007年第4四半期以降、実質GDPは継続的に事前予測を下回り、それに伴って翌期に関する予測の不確実性が急激に上昇してい

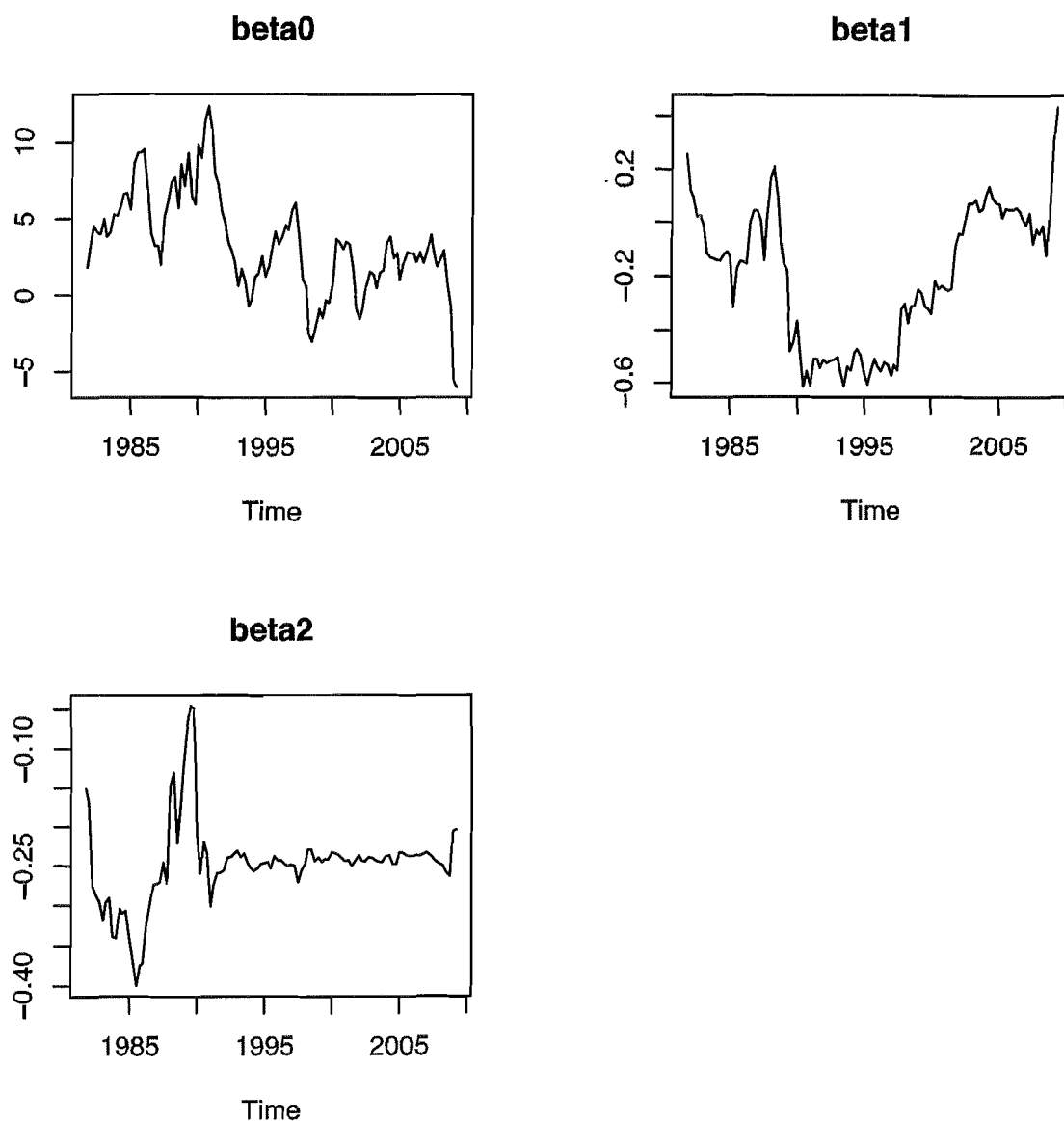


図5 時変回帰係数推定値 ($\hat{\beta}_{0t}$, $\hat{\beta}_{1t}$, $\hat{\beta}_{2t}$ の推移)

ることがわかる。2009年の第1四半期から第2四半期にかけて、予測誤差が正值を示すようになり、直近の2009年第2四半期には事前予測よりも相当に高い実績が示された。同時に予測誤差分散が低下している。これは事前予測に用いられる自己回帰式(1)が実際の経済状況の変動の中で自己修正されたことを示す。

時変回帰係数がどのように自己修正されてきたかを見よう。図5はこのモデルの状態変数である $\beta_{0,t}$, $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$ が每期変化する様子を描いている。状態変数は自己回帰式の定数項、1期ラグ及び2期ラグの係数に対応している。図

を見ると、実質 GDP の実績値に応じて定数項 $\beta_{0,t}$ が激しく変動し、最近に至って大きく切り下げられていることがわかる。これに対して、前期の実績値 y_{t-1} に付与されるウェイトが急上昇している。つまり、通期の平均的成長率が事前予測の目安にはならず、目先の動向から来期を予測する行動へと変化している様子が窺われる。

本節では実質 GDP を対象に最近の経済状況の特徴を引き出して見たが、景気動向指数の一致指数を対象にしても同様の結果が得られる。景気指標が伝える情報としては、変化の方向とその量感だけではなく、不確実性とリスクの増減にも着目しておくべきであろう。特に消費者、企業経営者の心理形成、資産価格の形成においては、経済の不確実性はリスク評価に直結するので大変重要な情報であろう。

3 景気拡大と後退の識別

前節では、時変回帰係数型 AR(2)モデルを用いて、経済の不確実性という側面を測定してみた。図4の予測誤差分散を見ると、1990年前後にも一つのクラスターが認められ、更に程度は低いながらも1995年前後にも予測誤差の分散が上昇している。これらは事前予測と経済の実際の推移との乖離が拡大した時期である。

このように分散という観点から景気変動を特徴づけることは大変重要である。他方、景気拡大期と景気後退期の差異を平均的水準の変化として認識する見方が採られることも非常に多い。本節では、景気拡大期においては観察値 $\{y_t\}$ が景気後退期より平均的に高い伸び率で推移するという観点に立つことにする。

景気拡大期あるいは景気後退期のように経済状態を異なる二つの局面に区分する時、それを一般にレジームと呼んでいる。ここでは二つの景気レジームに経済状態が大きく区分できるという観点に立つわけである。

まず CI 一致指数を $\{y_t\}$ としてとりあげる。

景気レジームによって $\{y_t\}$ の従う時系列モデルに違いがあれば、例えば2

階の自己回帰過程をとる時、以下のようなスイッチング回帰モデルとして記述できる。

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0^0 + \beta_1^0 y_{t-1} + \beta_2^0 y_{t-2} + \varepsilon_t, & \text{if } S_t = 0 \\ y_t &= \beta_0^1 + \beta_1^1 y_{t-1} + \beta_2^1 y_{t-2} + \varepsilon_t, & \text{if } S_t = 1 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$$

変数 S_t は第 t 期の景気レジームを表す二値変数であり、景気後退局面にあれば $S_t = 0$ 、景気拡大局面にあれば $S_t = 1$ とする。ここでは回帰係数 β_i $i = 0, 1, 2$ は時変回帰係数のように每期変化する状態変数ではなく、あくまでも固定された母数である。二値変数 S_t が 0（景気後退期）であるか 1（景気拡大期）であるかによって、係数 β_i が異なった値をとりうると見る点が特徴である。

今回とりあげる観察データ y_t は平均値をとって四半期化した CI 一致指数の対数差、すなわち前期比である。サンプル期間は1980年第1期から2009年第1期までを使用した。

もしも景気レジームの値がサンプル期間全体で既知であれば、モデル(16)の回帰係数を $\{y_t\}$ の観察データから推定するには単純なダミー変数を用いればよいので簡単である。実際に推定してみると、表1のようになる。

表1の第1列、第2列は景気レジームごとに異なった時系列モデルが該当すると前提した結果であり、第3列は無仮説として同一の AR(2)モデルに従っていると前提した時の推定結果である。無制約推定結果と制約下の推定結果の対数尤度差は16であり、明らかに有意な違いが認められる。ところが表中の推定値を吟味すると、景気局面の違いによって大きく異なるのは定数項であり、ラグ変数の係数推定値には顕著な違いは発生していない。換言すると、景気レジームによって CI 一致指数の平均変化率は変わるが、調整プロセスを決める β_1 、 β_2 は同一であると想定することも仮説として十分考慮に値する。Hamilton [1989]（文献 [9]）のレジームスイッチングモデルはこうした発想に立つ分析モデルとして位置づけられよう。ここで示した単純なモデルとの違いは、景気レジームが既知ではなく、マクロ経済のファンダメンタルズに応じて内生

表1：景気レジーム既知のAR(2)推定

係数	$S_t = 0$		$S_t = 1$		$H_0: \beta_i^0 = \beta_i^1$	
	推定値	T 値	推定値	T 値	推定値	T 値
β_0^0	-0.735	-3.3				
β_1^0	0.890	7.3				
β_2^0	-0.255	-2.0				
β_0^1			0.756	4.6		
β_1^1			0.582	4.34		
β_2^1			-0.215	-1.9		
σ^2		1.070				
β_0					-0.000	-0.0
β_1					1.004	11.1
β_2					-0.224	-2.3
σ^2					1.405	

的に決定されると考える点であり，そのレジーム変化にマルコフ過程を利用している所が特徴である。

3. 1 レジームスイッチングモデルとその問題点

景気レジームがマルコフ過程に従いつつ，現在のレジームによって系列 $\{y_t\}$ の期待値が変更を受けるとすれば，前節で登場した景気レジーム既知のスイッチング回帰モデル(16)は以下のように修正できる。

$$y_t - \mu_{St} = \beta_1(y_{t-1} - \mu_{St-1}) + \beta_2(y_{t-2} - \mu_{St-2}) + \varepsilon_t \quad (17)$$

$$\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2) \quad (18)$$

$$\mu_{St} = \mu_0 S_0 + \mu_1 S_1 \quad (19)$$

$$P(S_t = 0 | S_{t-1} = 0) = q \quad (20)$$

$$P(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) = p \quad (21)$$

変数 S_t は現在の景気レジームを表す二値変数であり, $S_t = 0$ なら景気後退期, $S_t = 1$ なら景気拡大期を意味する。その景気レジームは今度は既知のデータでなく

$$P = \begin{pmatrix} q & 1-q \\ 1-p & p \end{pmatrix} \quad (22)$$

という遷移確率行列に従って変化するということのみを仮定する。推移確率 p , q もまた観測値 $\{y_t\}$ から推定すべき母数である。³⁾

推定に際しては Hamilton [1989] と同様, AR(4)モデルを用いた。観測値 $\{y_t\}$ としては日米2国の推定結果を比較するため実質 GDP を利用した。日本については1980年第1四半期から2009年第2四半期まで, アメリカについては1980年第2四半期から2009年第2四半期まで, 及び1952年第1四半期から2009年第2四半期まで, 以上三つのサンプルについて推定を行った。いずれも季調済み前期比年率が $\{y_t\}$ である。

モデルを構成する母数は, $p = P(S_t = 1 | S_{t-1} = 1)$, $q = P(S_t = 0 | S_{t-1} = 0)$, 自己回帰係数である ϕ_1, \dots, ϕ_4 , $\sigma = SD[\varepsilon_t]$, μ_0 (景気後退期における $E[y_t]$), μ_1 (景気拡大期における $E[y_t]$) である。

推定には Kalman フィルターに加えて各期の事後確率 $P(S_t = 0 | y_t, y_{t-1}, \dots, y_1)$ を算出するため Hamilton が考案したフィルターを利用するが詳細は文献 [10] を参照されたい。ここではハミルトンモデルから得られる各四半期の景気後退確率を見ておくことにする。

図6はサンプル期間全体の $\{y_t\}$, $t = 1, \dots, T$ を用いて平滑化した景気後退確率

3) Kim-Nelson [1999] (文献 [10]) 他の表現による。Hamilton [1989] では観測系列 y_t を $y_t = \alpha_1 S_t + \alpha_0 + \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_r z_{t-r} + \varepsilon_t$ のようにスイッチングを示す第1, 2項と定常部分を表す第3項に分解していた。しかし, $y_{t-r} - \mu_{S_{t-r}}$ の系列が定常で $y_t = \mu_{S_t} + \phi_1 (y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}}) + \dots + \phi_r (y_{t-r} - \mu_{S_{t-r}}) + \varepsilon_t$ と書けるのでどちらの表現もモデルとしては同じである。なお, 文献 [10] の著者の一人である Kim, Chang-Jin のホームページ (文献 [11]) にはレジームスイッチングモデル推定に有益な Gauss プログラムソースが提供されている。

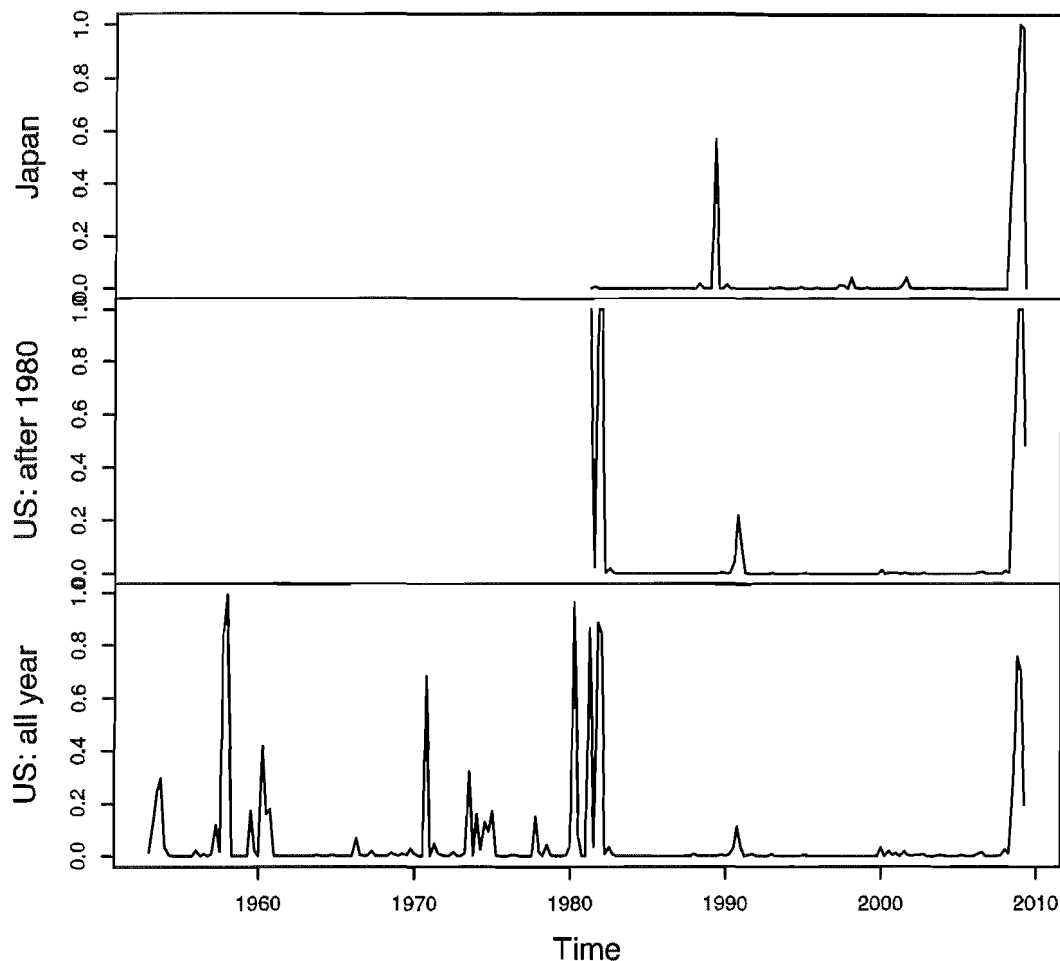


図6 景気後退確率 $P(S_t=0|y_1, \dots, y_T)$ の推移 (日米)

$P(S_t = 0|y_1, \dots, y_T)$ の推移を示している。

図6（上段）を見ると、1980年以降の日本の実質GDP変動において景気後退期として認識された期間は、1980年代後半のいわゆる「バブル景気」が崩壊する前後の時期と今回の景気後退の二つだけである。実際には、その間、図1にも示されているように、1986年、1993年、1999年、2002年の4回にわたり景気の谷が認定されている。しかし、これらの景気循環は図6では識別されていない。

少し考えれば、このような結論がレジームスイッチングモデルから得られるのは当然であるとも言えよう。ここで採用したレジームスイッチングモデルは景気レジームとして二つの状態があると想定する2-状態モデルである。そのため昨秋以降の急激な景気悪化を景気後退として認識するならば、今回ほどの

景気後退ではなく別の時系列モデルが該当していると判断される時期は、後退ではなく景気拡大期として認識されることになる。辛うじて1980年代末から90年にかけてのバブル崩壊時が今回と類似した景気局面として識別できたに過ぎないことを図6（上段）は示している。

この点に違和感を感じることも予想されるが、同様の結果は1980年以降という期間に限定すればアメリカのGDPデータからも確かめられる。図6（中段）はアメリカに関する結果だが、サンプル期間を1980年以降に限定すれば、景気後退期として認識される時期は日本と概ね同時期であることがわかる。大きな違いは1980年初頭であるが、その他に景気後退期として認められるのは90年前後及び今回の景気後退期の二つだけである。

実は日本のGDP統計には利用可能期間に制約がある。アメリカについては1947年以降一貫した実質GDP系列が提供されているので、1952年以降のデータを全て用いて再度推定した結果が図6（下段）である。これを見ると、1980年以降はそれまでの時期とは異なり、明らかな景気後退期が目立って減っている事実気がつく。これは1980年代後半、特に1990年以降に“Great Moderation”と形容されたアメリカ経済の安定化現象を反映している。日本についても1980年以前の実質GDPが示していた変動を思い起こすと、アメリカ経済と同様の結果が得られることは容易に想像できることであろう。⁴⁾

このように素朴なレジームスイッチングモデルは景気レジームについて一定の遷移確率を仮定しながら、サンプル期間を二つの状態に区分するので、推定結果はサンプル期間の選択に極めて敏感である。今回の景気後退期を含めて将来の景気判断に応用する場合、今後生じうる小規模な景気後退に対して、レジームスイッチングモデルでは十分な感度が得られないということも考えられる。⁵⁾

4) Hamilton [1989] では1951年第2期から1984年第4期までのアメリカの実質GDPを使用している。2009年までの全サンプルを用いて得られた図6（下段）とはやや異なるが、Hamiltonが得られた結果は図6（下段）の1984年以前の図と近似している。

5) 日本のGDPデータから2008年第3期以降のデータを除外してレジームスイッチングモデルを推定すると、図6とは相違して、どの四半期も一様に同じ状態が支

3. 2 プロビット型レジームスイッチングモデル

Hamilton [1989] の後、レジームスイッチングモデルは様々の形で展開されている。Diebold-Rudebusch [1994] (文献 [12]) では状態推移確率が他の経済ファンダメンタルズからロジットモデルに従って内生的に決まるものと想定されている。景気動向指数の彫琢においては、既に Stock-Watson [1991] (文献 [13]) がダイナミック・ファクター・モデルに基づき洗練された方法を提案しているが、Chauvet [1998] (文献 [14])、さらに Chauvet-Hamilton [2005] (文献 [15]) ではマルコフ過程に基づくレジームスイッチングモデルと Stock-Watson 流の景気動向指数を融合する試みが進められている。

本節で試みるのは、景気レジームの交代をマルコフ過程によっては構造化せず、CI 先行指数に依存する潜在変数 z_t^* の正負によって二つの異なる自己回帰過程のいずれかが確率的に選択され、それが各期の観察値 y_t を支配するというモデルである。潜在変数 z_t^* の確率分布に正規分布を仮定するためレジーム交代がプロビットモデルに従って生起すると考えるわけである。

レジームスイッチングモデルはレジーム交代を内生的に構造化しているという長所があるものの、設定する状態数を含めてマルコフ過程によるその構造化が真であるという保証は必ずしもない。また、実用上参照される結果は y_t の既往系列 $\Psi_t = \{y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$ に基づく景気後退確率 $P(S_t = 0 | \Psi_t)$ であることが多い。この確率を推定するには必ずしも景気レジーム交代をマルコフ過程によって構造化しておく必要はない。本節でとりあげるモデルはその操作性において、もっと着目されるべき余地があるとの印象を筆者は有している。

観察値 $\{y_t\}$ に自己回帰過程 AR(2) を適用する場合、モデルは以下のように示される。

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0^0 + \beta_1^0 y_{t-1} + \beta_2^0 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \text{if } z_t = 0 \\ y_t &= \beta_0^1 + \beta_1^1 y_{t-1} + \beta_2^1 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \text{if } z_t = 1 \end{aligned}$$

配している、つまりは景気後退期が認められないという結果になる。本文を含め以上述べたことは実質 GDP ではなく CI 一致指数を対象としても同様である。

$$\begin{aligned}
z_t^* &= \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \eta_t \\
\varepsilon_t &\sim \text{NID}(0, \sigma^2), \quad \eta_t \sim \text{NID}(0, 1) \\
z_t &= \begin{cases} 0, & \text{if } z_t^* \leq 0 \\ 1, & \text{if } z_t^* > 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{23}$$

但し, $\{x_t\}$ は外生変数である。

確率変数 Y_t が観察値 y_t となる尤度は t 期における景気レジームによって異なり, 仮に確率変数 ε_t と η_t が独立であれば,

$$\begin{aligned}
P(y_t, z_t = 0) &= (1 - \Phi(\alpha'x_t)) \sigma^{-1} \varphi\left(\frac{y_t - \beta^0'w_t}{\sigma}\right) \\
P(y_t, z_t = 1) &= \Phi(\alpha'x_t) \sigma^{-1} \varphi\left(\frac{y_t - \beta^1'w_t}{\sigma}\right)
\end{aligned} \tag{24}$$

となる。但し, $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の分布関数, $\varphi(\cdot)$ は同じく密度関数を表す。また, α は $(\alpha_0, \alpha_1)'$ を, $\beta^I, I = 0, 1$ は $(\beta_0^I, \beta_1^I, \beta_2^I)'$ を W_t は $(1, y_{t-1}, y_{t-2})'$, x_t は $(1, x_t)'$ を表す。

式(24)から, 変数 Y_t の周辺確率は以下に示される。

$$\begin{aligned}
P(y_t) &= (1 - \Phi(\alpha'x_t)) \sigma^{-1} \varphi\left(\frac{y_t - \beta^0'w_t}{\sigma}\right) \\
&+ \Phi(\alpha'x_t) \sigma^{-1} \varphi\left(\frac{y_t - \beta^1'w_t}{\sigma}\right)
\end{aligned} \tag{25}$$

よって観察系列 $\{y_t\}$ に対する尤度関数は, 推定母数を θ と書くと ε_t, η_t の独立性を所与として

$$L = \prod_{t=1}^T P(y_t|\theta) \tag{26}$$

になる。

ここでは, $\{y_t\}$ が従う自己回帰過程として AR(2)を想定したうえで母数 θ を

最尤推定し、得られた推定値の下で系列 $\hat{\alpha}'x_t$ を求めることにしよう。推定母数は $(\beta_1^0, \beta_1^0, \beta_2^0, \beta_1^1, \beta_1^1, \beta_2^1, \sigma, \alpha_0, \alpha_1)$ の9個である。

分析するデータ $\{y_t\}$ は、1980年第1期から2009年第1期までの日本の実質GDP、及びCI一致指数という二つのサンプルである。景気レジームの転換を支配する $\{x_t\}$ であるが、今回は公表されているCI先行指数を用いた。この意味は、先行指数が毎月公表される中で、消費者、企業経営者は先行指数に織り込まれている同じ情報を様々な情報源から入手しながら景気の変化を予測しているはずであり、先行指数によって景気局面の転換が示唆されれば、その時点で経済行動が修正され生産、販売動向は異なった時系列モデルに移行するものと考えられる、本稿ではそう述べておきたい。推定では実質GDPと併せて、CI指数も四半期平均をとって推定した。

まず推定結果であるが表2に示されている。

表2の推定値 $\hat{\alpha}_1$ の漸近T値をみると、一致指数に対しては先行指数が有意に景気レジームを決定しているが、実質GDPに対してはそれほどの有意性が

表2：プロビット型レジームスイッチングモデル
の推定結果

係数	一致指数		実質GDP	
	推定値	T値	推定値	T値
β_0^0	-0.542	-3.9	-0.089	-0.44
β_1^0	1.018	9.9	0.742	5.1
β_2^0	-0.122	-1.2	-0.149	-0.9
β_0^1	1.064	5.7	0.634	4.0
β_1^1	0.559	4.7	-0.163	-0.9
β_2^1	-0.140	-1.1	0.263	1.9
σ^2	0.873		0.863	
α_0	-0.607	-1.2	0.747	1.2
α_1	0.886	3.4	0.800	1.8

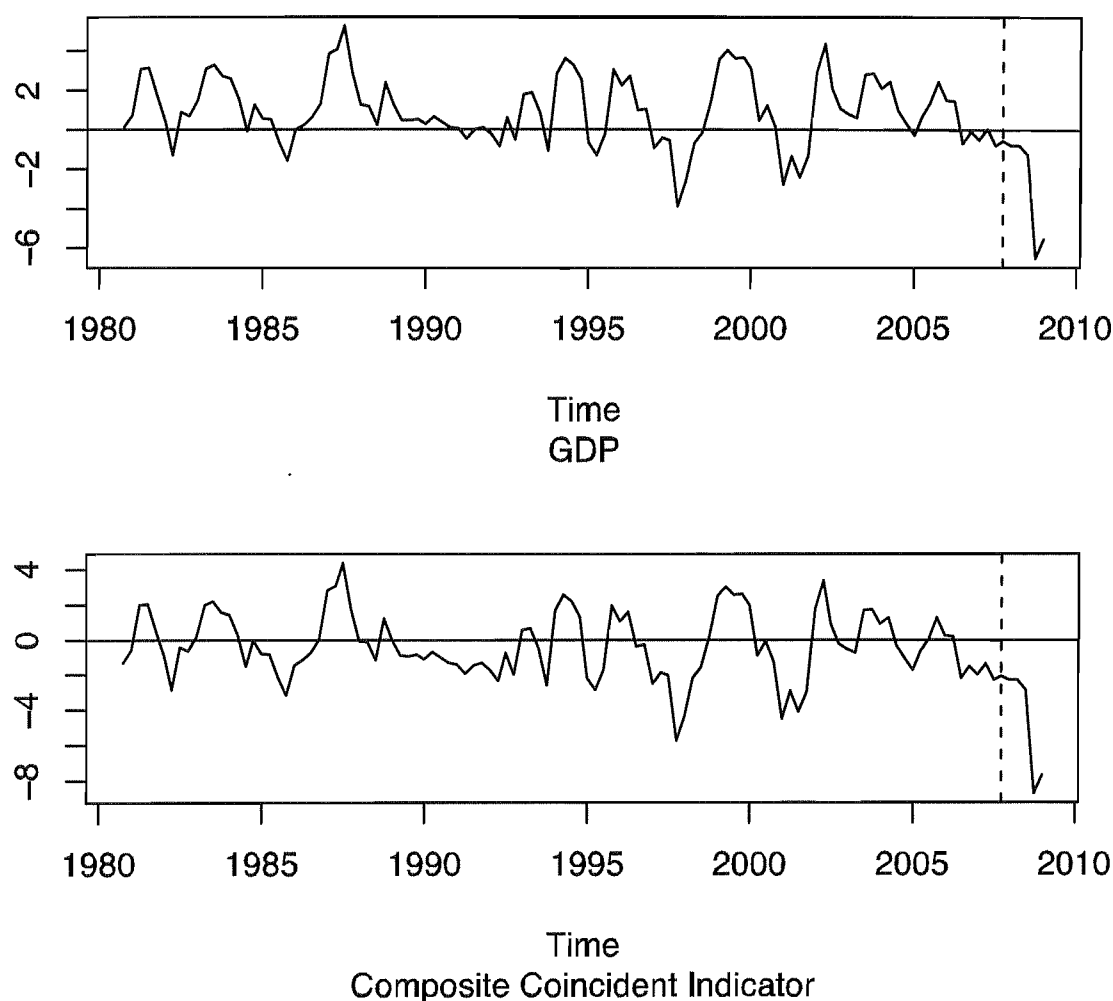


図7 レジーム潜在変数の期待値 $E[Z^*]$ の推移

示されているわけではなく今回用いた実質 GDP のサンプルから十分に確認されたとは言えない。

図7は、系列 $\{\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_t\}$ を描いたものである。上段が実質 GDP、下段が CI 一致指数から得られた値である。図中に引かれた点線は、内閣府によって暫定設定された景気の谷2007年第4期を示す。

図7に示された値を仮に「レジーム推定値」と呼ぼう。このレジーム推定値が正值をとったからと言って必ずしもその四半期が景気拡大期であることにはならない。潜在変数 z_t^* は $E[z_t^*] = \alpha_0 + \alpha_1 x_t$ を中心に確率的に決まる変数である。しかし、確率的ショックである η_t の分散は1に標準化されているので、レジーム推定値の値が2（-2）を上回れば（下回れば）、景気レジームは有

意に景気拡大期（景気後退期）にあると判断してもよい。

さて今回の推定においては一致指数に対してレジーム形成が有意に認められている。そこで図7の下図を吟味すると、2002年前後でレジーム推定値が2を上回り、景気拡大局面にあったことが有意に認められる。その後、レジーム推定値は2を下回っているが、 ± 2 以内の大きさでありレジーム交代を示唆する動きを示さないまま、今回の経済危機に至っている。ところが暫定設定された景気の山（2007年10月）に先立つ2006年第3四半期において既に「レジーム推定値」は大きく低下し、 -2.1 という値を示している。⁶⁾その後、多少のジグザグを描いているもののレジーム推定値は一度も正值を示していない。そうして2008年第3四半期以降に急速な低下を示していることは図7の通りである。

実質GDPにモデルを適用した結果（図7の上図）を見ると、一致指数の場合ほど明確にレジーム変化が示されているわけではない。2008年第3四半期に至っても「レジーム推定値」は -1.25 であり、景気後退局面にあることを有意に示してはいない。とはいえ、一致指数、実質GDPのいずれを分析しても、ほぼ同形のレジーム推定値の変動が得られていることは、得られた結果のロバストネスを示す材料として評価しても良いであろう。

一致指数について求めたレジーム推定値が $+2$ を超える期間は全体の10.5%、反対に -2 を下回った期間は21.1%、レジーム推定値の値が ± 2 以内の範囲にあり明確な判定が難しい期間は全体の68.4%である。他方、内閣府が公式に景気拡大期間と認めている期間は、1980年第1期以降の62.4%、後退期間が37.6%になっている。内閣府では明確な判定が難しい期間を設けてはいないが、先行指数と一致指数の動きから今回のモデルが識別する景気レジームは、後退局面をより長く認定していると考えられる。この点は内閣府の公表結果と異なる点である。

6) 推定結果の詳細は提供可能である。

4 考 察

景気判断には認知ラグが伴う。今回の景気の山が2007年第4四半期に設定された時点は、2008年末から2009年初にかけてである。ところが前節で採用したモデルから2006年第3四半期というもっと早い時期にCI一致系列の従う時系列モデルが景気後退型にシフトしていたことが示唆された。

2007年7月に開催された内閣府「景気動向指数研究会」では、「今景気循環の拡張期間は戦後最長の第6循環の57か月（通称いざなぎ景気）を上回った蓋然性が高い」という判断で意見が一致している旨、議事録には記されている。この判断は2007年10月に景気の山を認める暫定設定とは整合しているが、前節で得られた結果とは矛盾する。⁷⁾

景気循環に関する判断は主として一致指数、それもCI指数とは別に個別統計データから作成されたヒストリカルDIに基づいて行われており、CI先行指数さらにはCI遅行指数との相互関連の下にレジーム交代を判定しているわけではない。しかしながら、同時に先行指数や遅行指数が何を表しているかという論点が、景気動向指数研究会（2008年6月開催）でも挙げられており、本年7月開催の同研究会では先行指数利用の重要性が指摘されている。

CI先行指数が景気レジーム交代の確率に影響を与えるという観点に、近年、多くの研究成果が立脚している点は既に触れたところだが、本稿で示した結果はこうした問題に回答する一つの選択肢でありえよう。

技術的には、いくつかの問題も残っている。特に、プロビット型レジームスイッチングモデル(23)において、二つの確率的ショック $\{\varepsilon_t\}$ と $\{\eta_t\}$ との独立性を仮定しているが、この仮定には多少の議論が必要であろう。時系列 $\{\eta_t\}$ は先行指数系列 $\{x_t\}$ とは独立である。いま一致指数と先行指数の前期比につい

7) 仮に2006年10月の時点で景気レジームが交代していたと認定すれば、景気拡大期間は57か月となり、いわゆるイザナギ景気の拡大期間と丁度等しくなるが、判断誤差を考慮すれば57か月を超えるとの判断には少々無理があるように感じられる。

て無制約の VAR 分析を行い、二つの残差系列の同時相関係数を求めると 0.75 となる。一致指数系列 $\{y_t\}$ を一変数時系列モデルとして表現すれば、VAR 表現における 2 個の確率的ショックの加重和となるが、 $\{\eta_t\}$ と $\{x_t\}$ が独立と考えることは、 $\{\eta_t\}$ は $\{x_t\}$ と $\{y_t\}$ に対する確率的ショックとも独立であることになる。したがって $\{\eta_t\}$ と $\{\varepsilon_t\}$ が独立であると前提することは当面現実的な仮定であると考えられる。

更に、日本におけるマクロ統計、特に長期間について一貫した方式で作成された GDP 統計が、必ずしも満足できる整備状況にはないという点も付記すべき点かもしれない。幾周期かの景気循環を通じて一貫して当てはまる統計的特性を捕捉するには、1980 年以降現在まで約 30 年という期間はサンプル期間として不十分である、と言わざるを得ない。米国のマクロ統計で確認される特性は、多くの場合、国際的な相互依存関係の深まった現在、他の先進国についても確認されることが期待できるとはいえ、少なくとも戦後復興を終えて持続的経済成長の始まった 1955 年以降について一貫して利用できる GDP 統計を提供することは政府の責務の一端を為すのではないかと思われる。そのことが日本経済の景気循環分析をより深化させることは大いに期待できるところである。

参 考 文 献

- [1] National Bureau of Economic Research 発表資料 (<http://www.nber.org/cycles/dec2008.html>), 2008年12月
- [2] 内閣府資料 (<http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/090129gaiyou.pdf>), 2009年1月
- [3] 内閣府資料 (<http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/di3.html> # 2)
- [4] 内閣府資料 (http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/kobetu_gaiyou.pdf)
- [5] 内閣府資料 (<http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/080627siryou1.pdf>), 35ページ
- [6] 内閣府資料 (<http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/090129siryou3.pdf>)
- [7] 内閣府資料 (<http://www.esri.cao.go.jp/jp/stat/di/090710siryou2-1.pdf>)
- [8] Harvey, Andrew, C. "Time Series Models" (1981), Phillip Allan, (邦訳) 国友直人・山本拓「時系列モデル入門」(1985), 東京大学出版会
- [9] Hamilton, J.D., "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle" (1989), *Econometrica*, Vol.57, No.2, pp.357-384
- [10] Kim, Chang-Jin and Charles Nelson, "State-Space Models with Regime Switching" (1989), MIT Press
- [11] Kim, Chang-Jin's Homepage, "Computer Programs and Data to Accompany State-Space Models with Regime-Switching" (<http://www.econ.washington.edu/user/conlson/markov/prgmlist.htm>)
- [12] Diebold, F. X., J. Lee and G. C. Weinbach, "Regime Switching with Time-Varying Transition Probabilities" (1994), in Hargreaves ed., "Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration", Oxford UP, reprinted in Diebold and Rudebusch "Business Cycles-Durations, Dynamics, and Forecasting" (1999), Princeton UP
- [13] Stock, J. H. and M. W. Watson, "A Probability Model of the Coincident Economic Indicators" (1988), NBER Working Paper Series, No. 2772
- [14] Chauvet, M., "An Econometric Characterization of Business Cycle Dynamics with Factor Structure and Regime Switches" (1998), *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4, pp.969-96
- [15] Chauvet, M. and J. D. Hamilton, "Dating Business Cycle Turning Points" (2005), in Costas Milas, Rothman, P. and van Dijk D. ed., "Nonlinear Time Series Analysis of Business Cycles" (2006), Elsevier