コーシー適応型粒子群再構築最適化法の提案

加　地　太　一

1　はじめに

計画，運用，設計におけるシステム上で最適化は欠かせないツールであり，それらに最適化手法を取り込むことは有効である。しかし，最適化技法の知識の乏しい部門,企業ではその活用度は低いという調査報告がなされている[11]。また，最適化問題は線形，非線型，組合せなど，さらに緻密な問題のクラスに分類され,その解法は様々な方法論をとる。したがって,知識のないものにとってその利用は難しく，実務レベルでは利用価値がありながらもその緻密さ故使いこなせない現状である。これに対して，問題の条件などを意識せず利用可能な汎用型最適化エンジンが存在すれば，最適化の活用を推し進める原動力となるであろう。

そこで，この汎用型最適化エンジン構築のため，新たなパラダイムである粒子群最適化法（Particle Swarm Optimization, PSO）に着目する。粒子群最適化法は多次元空間において位置と速度を持つ粒子群でモデル化され，それらが超空間を飛び回り，最善の位置を探す新たな最適化パラダイムである。その着目した理由として多峰性関数に対して強力な多点探索の可能性を秘めていることにある。しかし，現在ではまだ高次元化した超空間などに対して，未成熟な収束がおこり早い段階で局所解に落ち込みやすい特徴があり，その能力は高いとはいえない。

それに対して本研究では，高次元でも局所解に落ち込まず，より良い質の解を求めるための新たな考えにもとづく粒子群最適化法のアルゴリズムを検討し

たい。そのために，粒子の移動オペレーションに特徴的なランダム性を取り入れ，かつ広い領域を探索可能とする新たな粒子移動のオペレーションを提案する。すなわち，現在の粒子付近に高い確率で次状態が提案されることで解空間を局所的に探索できるという集中化に従った特徴，また，ロングジャンプを可能として大域的にも探索できるという多様化に従った特徴を持つ能力を，この粒子移動オペレーションに実現する。

さらに，粒子群の構成において意図的な再構築をはかり，未成熟な収束性の回避とともに，各粒子の探索により得られたより良い情報を高い頻度で引き継がせる新たな粒子群を構成する。そして，この考えにもとづく粒子群を再構築していくことにより，今まで以上に優れた探索能力をもつ新たな粒子群最適化法のパラダイムを提案する。

最後に，この提案アルゴリズムの有効性を明らかにするために，高次元の多峰性関数に対して数値実験を行う。ここでは，提案アルゴリズムの探索の特性を調べるとともに，各インスタンスに対して，標準的な粒子群最適化法，および先行研究でのアルゴリズムと合わせて比較検討する。そして，提案アルゴリズムが多くの場面で優位な結果となることを示し，その能力を明らかにしたい。

2 多峰性関数最適化問題

非線形最適化の問題において，連続性の単峰性である凸関数に対してはニュートン法など勾配情報などを利用した各種のアルゴリズムが提案され，それらにより大域的最適解への収束性が得られていることは周知の事実である。しかし，現実において直面する問題はその関数に複雑な多峰性の性質を伴っているケースが多々あることである。この場合，勾配情報に基づく特効薬的な手法は存在せず，大域的最適解を得ることは不可能である。したがって，精度の高い準最適解を得ることがアルゴリズムの重要な評価点となる。

さて，この複雑な性質を伴った多峰性関数最適化の問題は，古くはひずみエネルギーを最小とする建築材料の“はり”の最適設計に始まり，重量が最小と

なるようなダムの構造設計や航空機の翼の設計など，様々な構造設計において用いられている[1]。その他にもたんぱく質の構造分析[8]，画像や音声の信号回復処理，ロボットアームの最適制御などにも用いられており，実世界の広い分野で利用されている。

本研究ではこの多峰性関数最適化問題に対しての有効なアルゴリズムの提言を行う。そのベンチマーク問題として以下の3つの代表的な関数を対象として実験を行いたい。

A）Rastrigin 関数

Rastrigin 関数は次元 n が2次元である場合，図1のような形状となり，その関数式は

$$f_R(x) = \sum_{i=1}^{n} [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10] \tag{1}$$

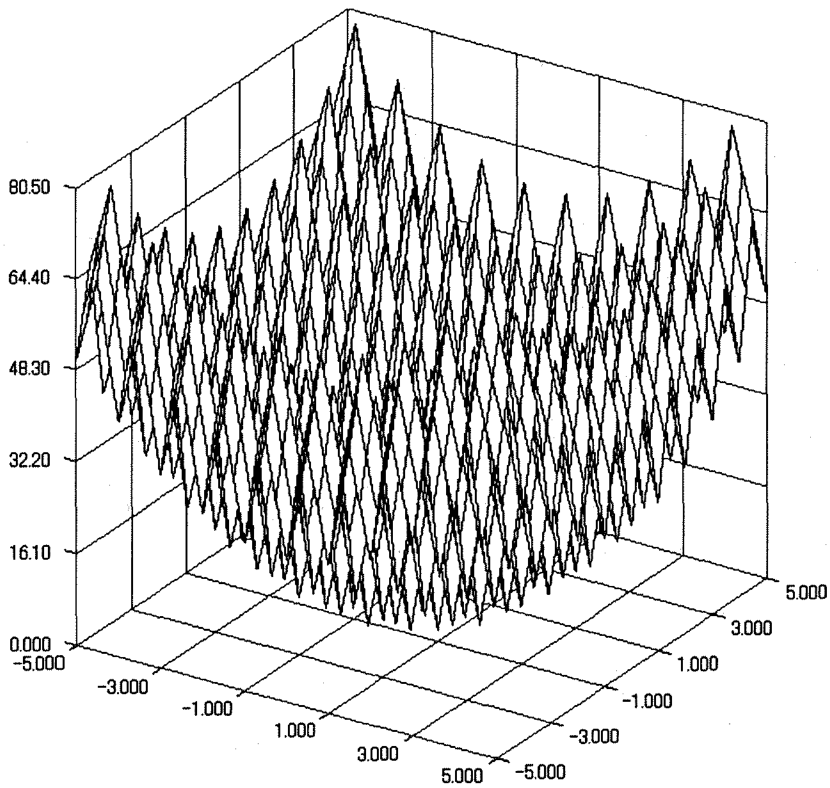

図1：Rastrigin 関数の概観

となる。また，最適解，および最適値は，

最適解：$x^* = (0, 0, \ldots, 0)$ (2)

最適値：$f_R(x^*) = 0$ (3)

の通りである。

B）Alpine 関数

Alpine 関数は次元 n が 2 次元である場合，図 2 のような形状となり，その関数式は

$$f_A(x) = \sum_{i=1}^{n} |x_i \sin x_i + 0.1x_i| \tag{4}$$

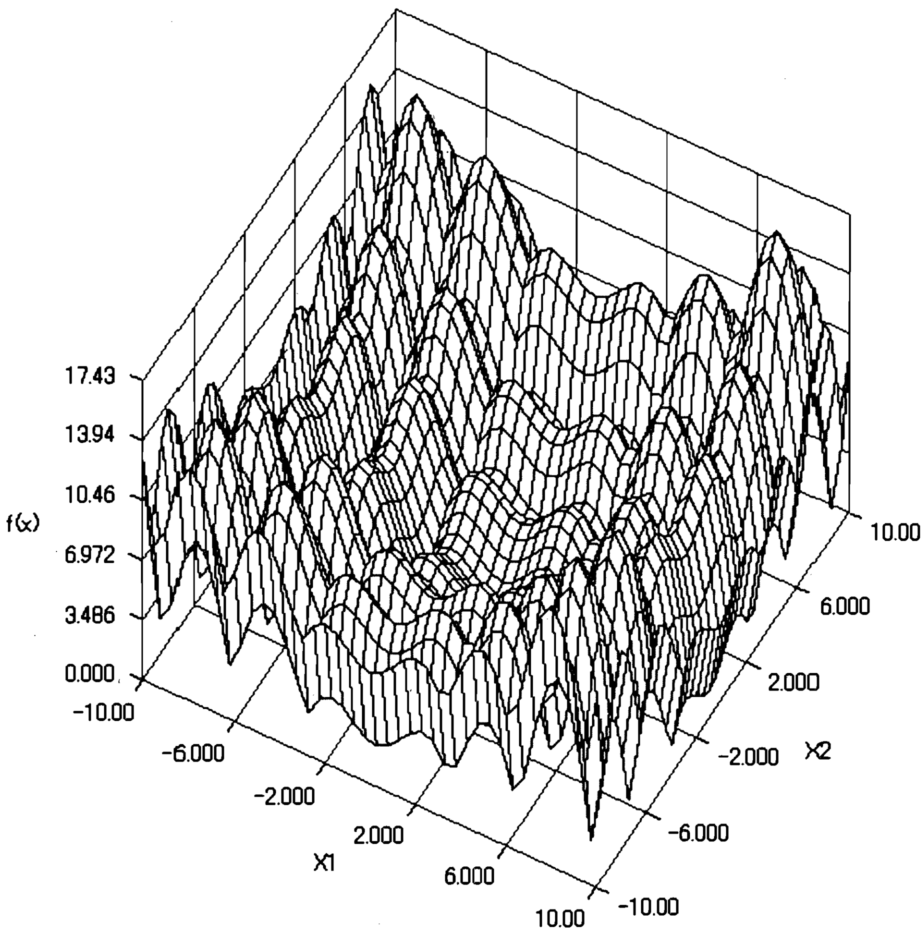

図 2：Alpine 関数の概観

となる。また，最適解および最適値は，

$$最適解：x^* = (0, 0, \dots, 0) \tag{5}$$

$$最適値：f_A(x^*) = 0 \tag{6}$$

の通りである。

C） Griewank 関数

Griewank 関数は次元 n が 2 次元である場合，図 3 のような形状となり，その関数式は

$$f_G(x) = \frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \prod_{i=1}^{n}\cos\left[\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right] + 1 \tag{7}$$

となる。また，最適解および最適値は，

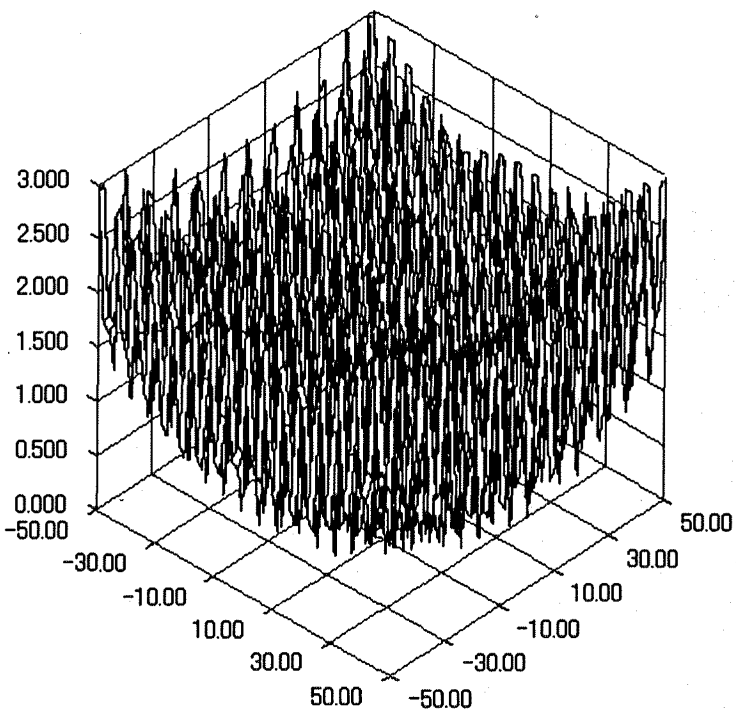

図 3 ： Griewank 関数の概観

$$\text{最適解}：x^* = (0, 0, \dots, 0) \tag{8}$$

$$\text{最適値}：f_G(x^*) = 0 \tag{9}$$

の通りである。

3　粒子群最適化法

粒子群最適化法（Particle Swarm Optimization, PSO）は，1995年にJ.KennedyとR.Eberhartによって開発された社会的行動を基にしたメタヒューリスティクス（発見的手法）である[9]。その基本的な概念は，鳥などの群れで餌を探す過程において，「情報を群れ全体で共有している」という現象に基づく。すなわち，群れを構成する個体が独立に行動するのではなく各個体の個別情報と群れ全体の共通情報を組み合わせたある規則に則って行動するところにある。その概念に基づき，粒子群最適化法は位置や速度の情報を伴う「微粒子（Particle)」が，人工生命の研究における「群れ（Swarm)」を構成し探索を行うものである。

粒子群最適化法の特徴は，その一つとして，多点探索をおこなう発見的最適化手法であり，シンプルなアルゴリズム構成で構築できる。二つめとして，各点の情報と多点間で共有する最良解の情報に基づいて探索を行い，最適解もしくは準最適解への到達を目指すところにある。

いくつかの先行研究[9][10][14]において，多峰性関数最適化問題に対して優良な近似解を実用時間内で求めている実験例が示されている。また，その実装の容易さから，ニューラルネットの学習アルゴリズム[5]，電力システムの電圧無効電力制御[6]などへの適用が行われ，今後のさらなる応用への可能性を期待するものである。

本節ではこの粒子群最適化法のアルゴリズムを記して，その基本的考え方の理解をはかりたい。粒子群最適化法は，探索点が複数個存在する多点探索であり，かつ多点間で互いに最良解に関する情報を共有し，それに基づき探索を行

うアルゴリズムである。そのアルゴリズムにおいて，まず，粒子と呼ばれるランダムに生成された複数の解の初期集団を構成する。n 次元空間における粒子 i の位置は n 次元ベクトル $\boldsymbol{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in})$ によって表される。ここで $i\,;\, i=1, 2, \dots, m$ は粒子の番号を，$j\,;\, j=1, 2, \dots, n$ は解空間の次元の指標を表す。ただし，m はある群における総粒子数を，n は対象とする問題の次元とする。また，粒子 i は，その移動量および移動方向を決めるための速度ベクトルとして，$\boldsymbol{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{in})$ を持っている。さらに，各粒子 i においてその粒子がこれまでの探索で発見した最良解の位置ベクトル $\boldsymbol{pbest}_i = (pbest_{i1}, pbest_{i2}, \dots, pbest_{ij}, \dots, pbest_{in})$ と，そのコスト値 $f(\boldsymbol{pbest}_i)$ を記憶しているものとする。また，粒子郡全体としては，すべての粒子がこれまでの探索において発見した最良解の位置ベクトル $\boldsymbol{gbest} = (gbest_1, gbest_2, \dots, gbest_j, \dots, gbest_n)$ とそのコスト値 $f(\boldsymbol{gbest})$ を記憶している。

以上より，各反復でそれぞれの粒子が移動を繰り返すこととなる。その各粒子の移動方向，速度は

$$\begin{aligned} v'_{ij} &= w \cdot v_{ij} + c_1 \cdot rand_1(\ )_{ij} \cdot (pbest_{ij} - x_{ij}) \\ &\quad + c_2 \cdot rand_2(\ )_{ij} \cdot (gbest_j - x_{ij}) \end{aligned} \tag{10}$$

によって計算される。

すなわち，それぞれの粒子の最良解 $\boldsymbol{pbest}_i$ へ向かうベクトル（$\boldsymbol{pbest}_i - \boldsymbol{x}_i$），群全体の最良解へ向かうベクトル（$\boldsymbol{gbest}_i - \boldsymbol{x}_i$），現在の粒子の移動方向であるベクトル $\boldsymbol{v}_i$ の線形結合によって探索方向の新たなベクトルが生成される。ただし，w，c_1，c_2はそれぞれの項に対する重みパラメータであり，$rand1(\ )_{ij}$ および $rand2(\ )_{ij}$ は 0 から 1 の値をとる一様乱数である。その上で，

$$x'_{ij} = x_{ij} + v'_{ij} \tag{11}$$

によって，各粒子の新たな位置情報が更新され，移動を繰り返しより良い解を探索する。この粒子の移動更新式にもとずく粒子群最適化法の概要は，図 4 のように書くことができる。このアルゴリズムでの Step 3 においての初期化で

```
T_max := 最大反復数
T := 0
各粒子の情報 (x_i, v_i) の初期化
while T ≤ T_max do
    for i := 1 to m do
        (10) 式による速度ベクトル v_i の更新
        (11) 式による位置ベクトル x_i の更新
        pbest_i := 粒子 i での現在までの最良粒子 (位置ベクトル)
    gbest := 現在までの最良粒子 (位置ベクトル)
    T := T + 1
return gbest
```

図4：粒子群最適化法アルゴリズム

は，各粒子の位置ベクトル，速度ベクトルの値はランダムに設定され，多様な空間領域の探索を試みている。

次に，粒子群最適化法の探索能力を簡単に概観しておきたい。そのため，2次元から10次元までの Rastrigin 関数に対して粒子群最適化法により求まるコストの数値実験結果を表1に示す。このときのパラメータ w，c_1，c_2の値はそれぞれ0.8，1.5，1.5を用いている。これらは本研究での数値実験から導き出した値であり，また，PSO の推奨値に近い値でもある。この結果から，粒子群最適化法は最適解を探索する能力を十分持ち得る優れた能力を秘めたヒューリスティクス手法であることがいえる。

さらに次元数を上げた場合の実験を試み，表2に示してみた。その結果，次元数が高くなるに従いその精度は格段に落ち込むことが示されている。低次元では優れた効果を示しつつも，高次元になるに従いその性能は極端に落ち込むわけである。この表1，2の結果から，粒子群最適化法は問題の次元が低い場合，多峰性最適化問題に対して強力なツールとなり得るが，高次元になるとその探索能力を十分に発揮できない大きな問題を抱えていることが示されているといってよいであろう。

表 1 ：PSO での低次元での性能

次元数 n	最適値	PSO で求まったコスト値
2	0.0	0.00E +00
4	0.0	0.00E +00
6	0.0	0.00E +00
8	0.0	0.00E +00
10	0.0	3.98E −01

表 2 ： PSO での高次元での性能

次元数 n	最適値	PSO で求まったコスト値
2	0.0	0.00
50	0.0	118.39
100	0.0	36987.09
200	0.0	123125.52

4 コーシー適応型粒子群最適化法

PSO の特徴は，アルゴリズムが単純であり，かつ実装しやすいところにある。また，その探索能力は高く，より良い解を得る高い収束性を有している。しかし，高次元化した超空間などに対してその能力は高くはなく，その場合の収束性に問題が残されている。その原因として，各粒子は $\boldsymbol{pbest_i}$ と $\boldsymbol{gbest}$ の重みつき平均の周りを減衰振動し，新たな $\boldsymbol{pbest_i}$ や $\boldsymbol{gbest}$ が見つからないとやがて速度を失い収束してしまうところにある[2]。また，高次元であればあるほど，郡全体で同一軸方向の速度が失われやすく，探索性の大きな低下につながるといわれている。本研究においても PSO は低次元の場合には非常に高い精度の解が得られるが，高次元関数における PSO の性能の悪化は著しかった。かつ，高次元の場合はコストの改善が滞り，早い段階で局所解に陥る傾向があった。

すなわち，各粒子の移動ベクトルは，慣性，それぞれが持つ $\boldsymbol{pbest_i}$，共通す

る $\boldsymbol{gbest}$ の方向の合成ベクトルであり，この移動ベクトルが $\boldsymbol{gbest}$ を中心とした領域に落ち込むところにある。したがって，この移動ベクトルに関して何らかの機能を加えることにより，この領域から脱出し，かつより良い解に到達するように万遍なく探索を行う移動オペレーションを考えたい。PSO の移動オペレーションは，(10)式にもとづき，方向，距離が決定されるが，その方向は $\boldsymbol{gbest}$ などのベクトルが合成された方向に向いている。また，その距離は合成された地点を中心とした限られた領域に過ぎない。そこで，新たな移動オペレーションとしては，方向に関しては従来の PSO にもとづく同一の向きに有効な解があるものと想定し，その向きを採用する。これは，(10)式の移動方向を表すベクトルを単位化した $\boldsymbol{u}_i = (u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{ij}, \dots, u_{in})$ を用いて表すこととする。

ここで，その向きに対する移動距離に新たな考えを導入し，提案する粒子群最適化法を構築する。従来の移動距離では慣性，$\boldsymbol{pbest}_i$，および $\boldsymbol{gbest}$ の合成ベクトルを中心とした領域に限られ，探索域は非常に限定されたものになる。そこで，ヒューリスティクスの改善を試みる2つの原理に改めて着目したい。すなわち，集中化と多様化の2つの戦略の強化であり，かつ，それらのバランスも検討しなければならない。ここでの集中化とはより良い解同士は似通った構造をもっているという概念に基づき，より良い解の近くを集中的に探索する考え方である。また，多様化は選りすぐれた解が異なる構造を持つという概念に基づき，これまで探索してきた解とは構造の異なる解を生成することにある。この両者を兼ね備えた粒子の移動を実現するために，現在の地点を中心とした領域を集中的に探索することができ，かつ，ほぼ無限領域の探索を可能とする距離を与えるロングジャンプを可能とし，多様化の概念を強く組み込んだ粒子の移動距離を適用したい。

そのため，確率密度が

$$g_c(x\,;x_0,\gamma)=\frac{1}{\pi\gamma\left[1+\left(\dfrac{x-x_0}{\gamma}\right)^2\right]} \tag{12}$$

で表されるコーシー分布の適用を検討する。ここで x_0は分布の最頻値を与える位置母数，γは半値半幅を与える尺度母数である。また，コーシー分布は期待値や分散が定義されない無限大の探索を可能とする特徴的な確率分布である。このコーシー分布の形状は，図 5 の実線の確率密度が示すように，分布の頂点が鋭く，また分布の両裾が正規分布（図 5 の破線）に比べ長く広がっている。すなわち，最頻値 x_0付近の値の確率密度が高く，また，両裾における確率密度の値を伴っているという特徴がある。要するに，分布の中心である最頻値付近に高い確率で次状態が提案されることで解空間を局所的に探索できるという集中化に従った特徴，また，その裾の広さからロングジャンプを可能として大域的にも探索できるという多様化に従った特徴を持つ能力が期待できうる。

そして，従来の方向要素とこの新たな距離を表す要素からなる移動オペレーションにもとづく PSO をコーシー適応型粒子群最適化法（CPSO）と呼び，その探索力の強化により高次元の問題での探索力の落ち込みを打開したいと考えている。

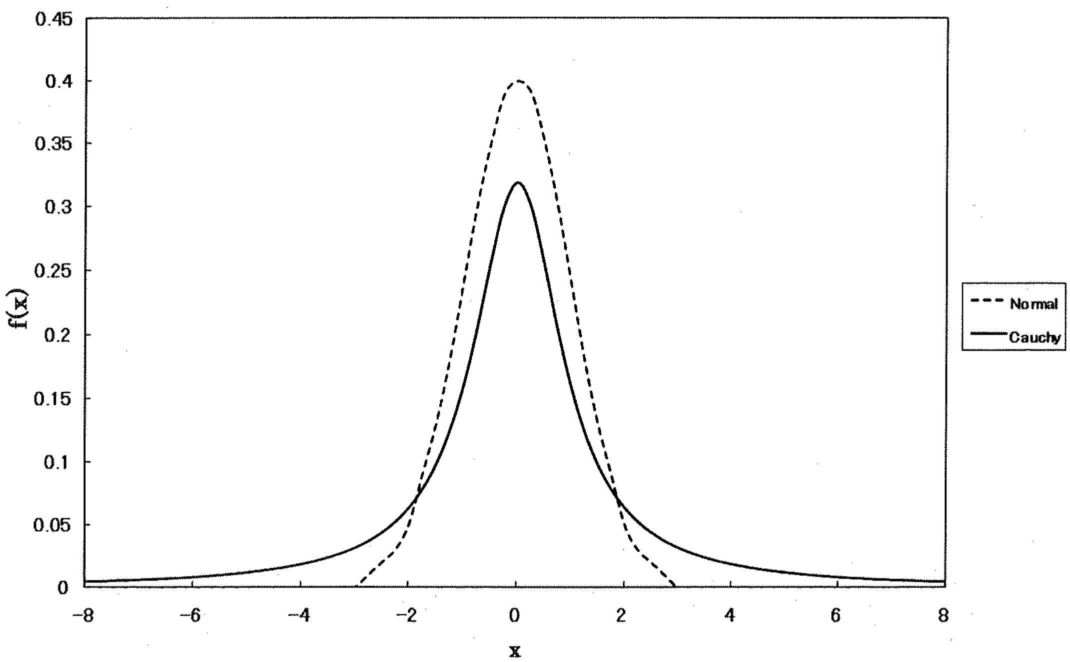

図 5：コーシー分布の概観

5　コーシー適応型粒子群再構築最適化法

集団ヒューリスティクスの一つの考え方として，Gloverによって提案されたScatter Search（散布探索法）[3][4][12][15]がある。この解法は，解集団の新たな構成において意図的な多様化を導入し，解集合の多様性を維持するところに特徴がある。また，その解集団の再構築において過去の探索の特徴を継承させ次世代により良い解の情報を引き継がせる特徴をも持っている。この考えを前述のコーシー適応型粒子群最適化法に導入し，粒子集合に対して意図的な再構築をはかりたい。それにより，粒子群最適化法に特徴的な未成熟な収束性をさらに改善するとともに，粒子が持つ過去の情報を生かすことにより優れた探索能力の実現を目指したい。

さて，Scatter Searchの一般型は図6のように書くことができる[12]。まず，作られた複数の初期解に対して，近傍探索法（解の近傍にもとづき，解の改善を繰り返すヒューリスティクスの総称）により改善した解を導出する。そして，過去の探索にもとづき，参照集合が構成される。たとえば，解を良い順に定数個，あるいは多様性を持たせるため解同士の距離が遠い解を付加したりする。また，参照集合の要素となる解を参照点と呼ぶこととする。

さらに，準備された複数の参照点に対して，線形結合的な合成によって新たな解を生成する。その代表的な方法として，一般的な探索空間で実現したパス再結合法（path relinking）[12][15]と呼ばれる手法があるので概略しておく。まず，2つの解（参照点）x, yに対して，定義された近傍Nに基づきxからy

```
初期解の集合を生成する
各初期解に対して近傍探索法により各解を改善する
while 終了判定基準が満たされない do
    改善された各解にもとづき，参照集合が作成される
    親となる参照集合から子となる解を合成し，新たな解集合を作成する
    子である解集合の各解に対して近傍探索法を適用し，解を改善する
```

図6：Scatter Searchのアルゴリズム

へのパスを生成する。すなわち，解の列 $x=x_0, x_1, x_2, \dots, x_{p-1}, x_p=y$ で， $x_{k+1} \in N(x_k), 0 \leq \forall k < p-1$ を満たすものを考える。x_k, $\forall k=1, \dots, p-1$ の中で，ある目的関数を最小にする解を合成された解として次の解集合の候補とする。

このような方法で新たな解が合成され，それらの解に対して近傍探索法を適用し改善し，同様な操作を終了基準が満たされるまで繰り返すこととなる。問題はいかに新たな次世代の解を合成するかにある。すなわち，解集合の多様性を維持しつつ，過去の有効な情報を引き継ぎ良い解へと導くことが可能な解合成を実現できるかにある。

また， scatter search は集団的なヒューリスティクスであるところに特徴があるが，見方を変えれば scatter search は一種の適応的多スタート法[15]ともいえる。適応的多スタート法は，近傍探索を行った後，そこで得られた，あるいは過去に得られた良い解の情報を利用して新たな解を生成する。それを出発点として再度近傍探索を行い，同様に新たな解の初期解を生成して近傍探索を繰り返す手法の総称である。このとき， scatter search は新たな解を構築する過程で，参照点となる解から線形結合的な合成で過去の有益な情報を引き継ぐ手法をとったものと見なせる。

そこで，この考え方を導入し適応的に多スタートを繰り返す粒子群最適化法の新たな考え方を築く物である。その実現として，

(1) 得られた粒子群から新たなスタート点となる粒子群 S を合成する。

(2) その粒子群 S に対してコーシー適応型粒子群最適化法を適用する。

という 2 つのステップを反復し，この過程で得られた最良の実行可能解を出力するという手順をとることとする。ただし，上記の最初に生成する粒子群は通常の方法と同じく，ランダムに生成して最初の粒子群を構成する。さて，以下に(1), (2)のステップにおける詳細を説明しておきたい。

まず,(1)のステップで現在の粒子群から新たな粒子群を構築する方法として，scatter search の参照点（解）の線形結合的合成方法を適用することが考えられる。ここで，粒子群最適化法での粒子の移動方向を決定していた有力な情報

源である $\boldsymbol{gbest}$ と，コストの良い順で R 個の $\boldsymbol{pbest}$ を参照集合の要素（参照点）として用いる。これらの参照点を $\boldsymbol{ref_i}$ として，改めてコストの良い順に対応させて表記し直すと，参照集合は $\boldsymbol{reference} = \{\boldsymbol{ref_1}, \boldsymbol{ref_2}, \ldots, \boldsymbol{ref_{R+1}}|$ すべての $i<j$ に対して，$f(\boldsymbol{ref_i}) \leq f(\boldsymbol{ref_j})\}$ となる。そして，新たな粒子群を，$\boldsymbol{ref_1}$ とその他の各参照点（粒子）の線形結合上に生成する。すなわち，$\boldsymbol{ref_i}$ を始点としてベクトル $(\boldsymbol{ref_1} - \boldsymbol{ref_i})$ 上に生成される新たな粒子が，２つの参照点（粒子）の特徴を引き継いだ粒子となり，新たな粒子群の初期点となる。また，この粒子の再構築において，⑿式のコーシー分布の頻度にもとづき新たな合成粒子を s 個生成させる。ここで，コーシー分布を用いる理由は，$\boldsymbol{ref_i}$ を集中的に探索（集中化）させる粒子を用意するとともに，ロングジャンプによる大域的な探索（多様化）の両者を実現可能とする線形結合合成を実現するところによる。

次に上記によって再構成された粒子群に対して，⑵のステップを施し探索を行うこととなる。通常の粒子群最適化法では，かつコーシー適応型粒子群最適化法においても高次元の問題を扱う場合，多くの粒子数 m がなければより良い解への到達は難しかった。しかし，scatter search の合成方法の考えにもとづく適応的多スタートでは，有益な粒子の集まりによる粒子群を作り上げることにより，少ない粒子数をもって効果的な探索が可能であると考えられる。さらに，反復数 T_{max} においても漸近的に収束するまで行わず，早い段階で粒子群の再構成を繰り返すものとする。それによって，絶えず前探索の情報をリフレッシュし，かつ新たな粒子の再配置により探索の変化をうながすものである。

以上提案する新たな粒子群最適化法をコーシー適応型粒子群再構築最適化法と呼ぶこととする。ただし，この⑴，⑵のステップの反復数（*Iterate*）は時間と精度を考慮して決定するものとする。

6　数値実験

本節では，本研究で提案する新たなタイプの粒子群最適化法の探索能力の特

徴を数値実験を通して明らかにしたい。さらに，標準的な粒子群最適化法，および先行研究で提案された手法，そして，本研究で提案するコーシー適応型粒子群最適化法，コーシー適応型粒子群再構築最適化法を比較検証しその優劣を示したい。

この数値実験で使用する計算環境は，CPU が Core 2 Duo 3.16GHz，OS として Linux，アルゴリズムの実装には C++ を採用している。また，粒子群最適化法では，与えられるパラメータの値によりその挙動は制御され求まる解の善し悪しを決定するであろう。そこで，複数の事例に対してパラメータの変化にともなう数値実験を行うことにより，それぞれの手法に対してパラメータの値を推定し，その推奨する値を用いて本実験を行うこととした。その推奨値は，通常の粒子群最適化法では w は0.8，c_1，および c_2は1.5，粒子数 m は500，T_{max} は1000とする。また，コーシー適応型粒子群最適化法では，w を0.1として，他のパラメータは上記と同様な値を用いる。最後に，コーシー適応型粒子群再構築最適化法のパラメータは w，c_1，および c_2はコーシー適応型粒子群最適化法と同一の値を用いるが，m は100，T_{max} は200とする。そして，*Iterate* を25と設定した。その他，R は20，s は 5 で十分有効な精度を得る結果を見いだしている。ただし，この実験においては，以上の 3 つの手法それぞれでの粒子の総移動回数が5000となるように調整されている。

まず，最初の実験として，通常の粒子群最適化法(PSO)，コーシー分布に基づく粒子の移動法を採用したコーシー適応型粒子群最適化法(CPSO)，そして，それにコーシー分布を取り入れた線形結合的な解の合成による新たな粒子群の再構築の概念を実現したコーシー適応型粒子群再構築最適化法(SCPSO)の 3 つの探索能力を実験的に示しておく。図 7 は，粒子の総移動回数における PSO，CPSO，および SCPSO の暫定解コストの変化を示したものである。また，実験対象は200次元の Rastrigin 関数を用いている。すなわち，それぞれのアルゴリズムの探索能力が示され，いかに早く，どのくらいの質の解まで探索を可能とするかを示した図である。その結果，PSO が早い段階で局所解に落ち込むのに対して，コーシー分布の確率密度で粒子を移動しロングジャンプを可能

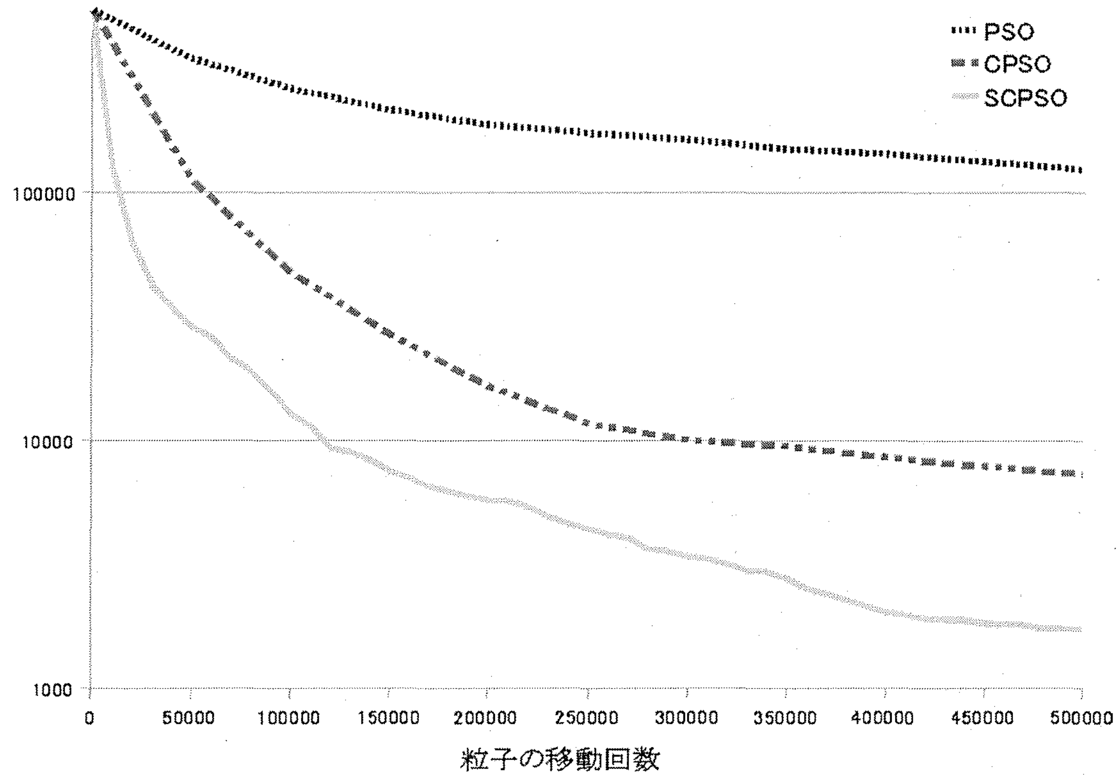

図7：高次元関数に対する暫定解コストの変化

としたCPSOにおいて，PSOと比較して大きな探索の違いがみられる。すなわち，この新たに提案した粒子の移動法により大きな探索能力の改善が見込まれることが示されている。さらに，SCPSOはCPSOを凌駕する探索能力が示されており，本研究で提案する粒子群の再構築法による効果は，CPSOの探索能力をさらに高めるものであり，最適解により近い解を導出する可能性を提示するものである。

次に，200次元のRastrigin関数，Alpine関数，Griewank関数に対して，それぞれのアルゴリズムで求めることができるコストの性能比較を行ってみる。このとき，先の3つの手法の他，先行研究のInertia Weights Approach (IWA), Adaptive PSO (APSO)，およびPSO with Cauchy Mutation (PSO/CM)の3つを加えて評価を試みる。IWAはPSOのパラメータ制御による探索の改善手法の一つである[10][14]。IWAのパラメータ w は開始時を0.9と設定し，探索終了時に0.4となるよう線形減少させる。また，c_1，c_2は1.5とし，

m は500, T_{max} は1000と設定する。2つめの比較アルゴリズムのAPSOは，活性度と呼ばれる指標を用いて適応的に制御する方法を提案しているものである[7]。この活性度にもとづき，活性度が小さい場合は w を0.9とし，大きい場合は0.8とする。また，c_1，c_2は1.3とし，m は500, T_{max} は1000と設定した。3つめのPSO/CMは粒子群を進化型戦略にもとづき構築した手法である[13]。この手法では w を0.7298，c_1，c_2はそれぞれ1.4961などの値としている。いずれも，粒子の総移動回数が5000となるように設定し，同じ処理数で求まる解の値を求め比較を試みる。

以上の各種法に対して導出されたコストの値を表3に示しておく。標準的なPSOは高次元の場合，先に示したようにどの関数に対してもその威力は発揮できなかった。また，IWAは今回，そのPSOの値よりさらに悪い結果に終わっている。これは w を調整する方法が，高次元の場合適切に働かなかった結果であると考えられる。したがって，問題に対してより適切な制御を検討しなければならないであろう。ただし，先行研究のうち残りのAPSOとPSO/CMはともにPSOより優れた結果を示した。また，その2つのうち，PSO/CMがよりすぐれたコストを導出する結果となった。

さて，本研究での提案手法であるCPSOの結果をみると，標準タイプのPSOに対して大きく改善した値を導き出し，高次元問題に対してその粒子の移動法の有効性を明らかに示したものの一つといえる。さらに，先の先行研究と比べても，Griewank関数におけるPSO/CMが同等レベルである以外，大きな改善の差を示す結果となっている。

表3：各粒子群探索法で導出されるコスト

インスタンス	PSO	IWA	APSO	PSO/CM	CPSO	SCPSO
Rastrigin 関数	123125.5	202634.0	538351.5	3862.44	7373.6	1603.8
Alpine 関数	1802	2465.6	812.3	335.62	106.4	16.2
Grieank 関数	31.1	46.75	15.11	0.28	1.046	0.005

最後に，最終的な提案手法であるSCPSOにおいては，どのアルゴリズムと比較しても他を凌駕する結果となった。すなわち，コーシー分布的な線形結合を用いた粒子の合成，そして，その合成された粒子による粒子群の再構築が，複雑な高次元の問題に対しての有効性を示す結果である。

以上より，粒子のコーシー分布に基づく移動戦略，および粒子の再構築の新たなアイディアは粒子群最適化法の探索能力をさらに高め，高次元の問題に対しても，その活用の可能性を与えるとともに，複雑な問題に対する最適化アルゴリズムの世界を新たに築くものである。

7 おわりに

多峰的な性質を伴っている複雑な解空間に対しては，特効薬的な有効な手法は存在しない。したがって，大域的な最適解を得ることは不可能であり，いかに精度の高い準最適解を得るかが重要な問題となってくる。そのような問題に対して，強力な多点探索を可能とした粒子群最適化法がある。粒子群最適化法は低次元の多峰性関数に対しては，他を凌駕する結果を示し，優れた探索能力を秘めた新しいパラダイムであるといえる。しかし，高次元な問題に対しては，未成熟な収束が起こり，その探索能力は十分に発揮できない。

そこで，本研究では新たな粒子の移動オペレーションを実現したコーシー適応型粒子群最適化法を提案した。そこでは，移動距離において，分布の頂点が鋭く，また分布の両裾が正規分布に比べ長く広がった形状を示すコーシー分布的な移動確率を採用した。それにより，現在の解の周りを局所的に探索する集中化を行うとともに，ロングジャンプによる広い範囲を探索する多様化を実現した。

また，コーシー適応型粒子群最適化法において，粒子群の再構築を繰り返すコーシー適応型再構築粒子群最適化法を最終的な提案アルゴリズムとして示した。ここでは，段階ごとに意図的な再構築を繰り返し，多様性を維持しつつ，かつ良質な粒子の群を形成させ，短時間に優れた解を導出するパラダイムを構

成するものであった。

以上の提案アルゴリズムの性能を検証した結果，コーシー適応型粒子群最適化法による移動方法は従来型粒子群最適化法を勝る探索能力を与え，かつ，それに粒子群の再構築を加えたコーシー適応型再構築粒子群最適化法はさらにそれらを凌駕する結果を得た。また，もちろん従来型粒子群最適化法，および先行研究との詳細な比較分析においても，遙かに優位な結果を導き出し，高次元の問題への有効性を示す結果となった。

以上から，本研究で提案する新たなパラダイムは，高次元で複雑な問題に対する道を切り開く一つの世界を展開するものであろう。しかし，現段階において，コーシー分布的移動方法の有効性，散布探索的な粒子群の有効性に関しての理論的な検討は不十分である。したがって，このような方法論が，いかに解の探索へ効果を与えるのか,今後の研究として理論的に扱えれば幸いであろう。

参考文献

[1] 相吉英太郎，安田恵一郎，メタヒューリスティクスと応用，オーム社，2007.

[2] M.Clerc and J.Kennedy, "The particle swarm: Explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space" IEEE Transactions on Evolutionay Computation, Vol.6, No.1, pp.56-73, 2002.

[3] F.Glover, "Genetic Algorithm and Scatter Search: unexpected potentials" Statistics and Computing, Vol.4, pp.131-140, 1994.

[4] F.Glover, "Scatter Search and Star-Paths: Beyond the Genetic Metaphor" OR Spectrum, Vol.17, pp.125-137, 1995.

[5] 伊藤歩，二宮洋，"PSO による動的多層ニューラルネットワークの学習" Proceedings of the Society Conference of IEICE, pp.38, 2006.

[6] 岩﨑敬亮，青木秀憲，"PSO を用いた多目的最適化手法による電圧無効電力制御" 東海大学紀要工学部， Vol.47，No.2，pp.49-54，2007.

[7] Nobuhiro Iwasaki, Keiichiro Yasuda, "Adaptive Particle Swarm Optimization via Velocity Feedback" 電気学会論文誌C（電子・情報・システム部門誌），Vol.125，No.6，pp.987-988，2005.

[8] 金久実，ゲノム情報への招待，共立出版，1996.

[9] J.Kennedy and R.C.Eberhart, "Particle Swarm Optimization" Proc. IEEE International Conference Neural Networks, pp.1942-1948, 1995.

[10] J.Kennedy, R.C.Eberhart and Y.Shi, Swarm Intelligence, Morgan Kaufmann Publichers, 2001.

[11] 北山哲士，安田恵一郎，山崎光悦，"RBF ネットワークと Particle Swarm Optimization による統合的最適化" 電学論 C，Vol.128，No4，pp.636-645，2008.

[12] 久保幹雄， J.P.ペドロソ，メタヒューリスティクスの数理，共立出版，2009.

[13] C.Li, Y.Liu, A.Zhou, L.Kang and H.Wang, "A Fast Particle Swarm Optimization Algorithm with Cauchy Mutation and Natural Selection Strategy" Advances in Computation and Intelligence, vol.4683, pp334-343, 2007.

[14] Yuhiu Shi, "Particle Swarm Optimization", IEEE Neural Network Society, February, pp.8-13, 2004.

[15] 柳浦睦憲，茨木俊秀，組合せ最適化，朝倉書店，2001.