株価変動における自己回帰型モデル

西　川　欽　也

株価変動に関するアカデミックな実証研究の多くは，いわゆる random walk hypothesis をめぐって展開されて来た。それは t 時点の株価を $P(t)$, $t-1$ 時点での株価を $P(t-1)$ とするとき

$$X(t)=P(t)-P(t-1) \tag{1}$$

あるいは

$$X(t)=log\ P(t)-log\ P(t-1) \tag{2}$$

が独立定常確率過程であるという主張，すなわち株価の時間的推移は，独立増分をもった確率過程として実現されていくという主張を骨子とするものである。

この種の仮説は，投機市場の完全競争という前提のもとに，1900年，Bachelier [1] によってはじめて導かれたのであるが，特に1953年，Kendall [4] が20数種類の株価時系列からその第1階差をとってつくった時系列の系列相関係数が，多くの場合，各次数にわたって非常に低くなることを示してから，この仮説をめぐって理論的，統計的な吟味や実証が盛んに行なわれるようになった。

理論的な面では，完全競争的な投機市場における取引者の期待 (expectation) にもとづく行動原理から，こうした仮説を，均衡価格成立の経済過程の帰結として導出することが共通した目標であり，こうした方向でのモデル構築が Osborne [5], [6], Cootner [2] 等によって試みられ，仮説の内容についても例えば分布型等についてさらに specify あるいは refine した形のモデルが提出されており，同時にこれらのモデルに関する統計的検証の作業も行なわれている。

数においてはこうした理論的研究を上回って蓄積されて来ている統計的検証は，微弱なトレンドないしは周期的変動の存在や分布型の特殊な性格からくる若干の厄介な問題を指摘しているものもあるが，これらも含めて全体の株価変動の中で冒頭に述べたような意味で random walk 的な動きを示す部分が大きな比重を占めているという意味では，多くの場合，仮説に対してほぼ肯定的な結果をもたらしているようである。

ところでこうした統計的検証の多くは，例えば Kendall [4], Cootner [2], Granger-Morgenstern [3] 等に見られるように，株価の週間変動あるいはそれよりも長期の，例えば月間の価格変動を対象としておこなわれている。比較的長期の，あるいは取引者がそれについて得た予測にもとづいて有効な決定を下すことができる程度の時間的余裕をおいた将来について，株価の変動を予測することができるかという問題を頭において分析しようとする限り，このような期間を対象に選ぶことはもちろん有益なものであるが，反面，Bachelier [1], Osborne [5], [6] 等のモデルが想定している投機市場の完全競争市場としての性格を検証するというような場合には，これは必ずしも充分適切なものであるとは言い難い。

というのは，株価時系列の第1階差 $X(t)$ の真の構造が，例えば自己回帰型の

$$X(t)=\rho X(t-1)+\varepsilon_t \tag{3}$$

但し

$$|\rho|<1,\ E(\varepsilon_t)=0,\ E(\varepsilon_t^2)=\sigma^2,\ E(\varepsilon_t\cdot\varepsilon_{t'})=0,\ t\neq t'$$

という形をしている場合には，観察時点の間隔を長くすればするほど，このような時点間隔に対する $X(t)$ の自己相関係数は ρ に較べてその絶対値がますます小さくなり，統計分析は観察時点の間隔が長くなるとますます random walk hypothesis に対してより肯定的な結果を示しがちになることが予想されるからである。

こうした点を考慮して本稿では，野村証券の「新訂証券統計要覧昭和38年

版」所載の昭和27年1月から37年12月末までの期間にわたる東京証券取引所第1部上場225種銘柄の日日の単純平均株価時系列からとったその第1階差時系列を対象として，すなわち観察時点の間隔を取引日を単位として区切った日間の株価変動の時系列について統計的分析を試み，わが国の証券市場において random walk hypothesis がどの程度貫かれているかを確かめてみることにしたい。

なおこの分析で使用した計算機は，小樽商大計算センターの OKITAC-5090 H と東大大型計算機センターの HITAC-5020 であり，プログラムは筆者自身で作成したものを用いた。

1. 上述のようなの random walk hypothesis 検証を中心とする証券価格の統計分析がわが国で行なわれたということを，筆者は浅学の故かまだ知らない。そこで本稿では，分布型をはじめとするより進んだ specification は一切行なわず，株価の日日の変化が独立定常過程を形づくっているとみなしてよいかという問に端的に答える形での分析を試みてみた。スペクトル分析はこうした場合に有効な分析方法の一つである。

独立定常過程はスペクトル分析の用語ではしばしば white noise という名で呼ばれている。そして white noise の power spectrum の分布に，周波数を横軸にとったとき水平な直線で示されるということはよく知られているところである。

さて Fig. 1 は日々の株価変化の時系列，すなわち(1)式

$$X(t)=P(t)-P(t-1)$$

という形の時系列について，周波数帯を0周波数帯から300周波数帯まで区切って，各周波数帯について Tukey=Hanning の方法（この方法については文献［8］を参照されたい）で推定した power spectrum の分布を示す。取引日単位で1年はほぼ300日であるから，これによってわれわれは最長2年までの周期をもった周期変動をトレンドから分離された形で検出することが可能である。中央に引いた水平線は power spectrum の平均値を示し，

$X(t)$ が white noise であるとしたときの理論値としての power spectrum の分布を表わすと考えてよい。この上下に引いた2本の水平線は上下95%の信頼限界を示すものである。

有限個の観察値からなる時系列についてスペクトル分析を行なうと，それが実際独立な乱数の系列からとり出された系列である場合でも，系列相関係数はすべての次数で必ずしも0となるわけではないから，white noise の理論的 power spectrum 分布と同一の power spectrum 分布が得られることはほとんどなく，時系列が white noise と考えてよい場合でも，その power spectrum はその大部分が上下の信頼限界に収まって平均線を中心に不規則に分布するのが通常である。したがってある時系列について得られた power spectrum の分布において，power spectrum が信頼限界を大幅に飛び出している周波数帯がなく，また信頼限界をわずかに超えた power spectrum が得られた周波数帯の個数が，信頼係数に照らして充分に少ないと判断できる場合には，この時系列はほぼ white noise に近い性格のものであると考えて差支えない。ちなみに Fig. 2 は電子計算機で発生させた 3,320 個の正規乱数がつくる系列を時系列とみなして行なったスペクトル分析の結果である。

ところで Fig. 1 を見ると大部分の power spectrum は信頼限界の中に収まっており，power spectrum が極端にこの限界からはみ出している周波数帯も特に見当らないという限りでは，われわれの時系列は一見，white noise に極めて近いものになっている。特に信頼上限を大きく，かつまた鋭いピークをなして超過している power spectrum がないということは，この時系列が顕著な周期変動を含むようなものでないことを示唆しており，また周波数0の周波数帯で power spectrum がピークを形づくっていないという事実は，トレンドあるいはここではトレンドとこみにされている2年より長い周期の周期変動の存在に対しても否定的であることを示唆するものと言ってよい。このこと自体は，単純平均株価を問題にしているいまの場合，幾分注意を引く事実である。というのは，ダウ平均とは違ってこの時系列には当然，

配当落ち等の要因による周期的変動の存在が，平均されることの結果として相当減衰されることはあり得るとしても，予想されるからである。上の事実はこうした減衰が効果的に行なわれた結果であるかどうかはともかくとして，この種の周期変動が random な変動と明確に識別されるほどには存在していないということを示しているのである。

しかし Fig. 1 をいま少しこまかに見ると，150 周波数帯を境に左半分の低周波数帯域では平均を上回る power spectrum をもつ周波数帯が平均を下回る power spectrum をもつものより多く，この傾向が低周波数になればなるほど顕著になっていくのに対し，右半分では逆に平均を下回る power spectrum の方が上回るものよりはるかに多く，高周波数帯にゆけばゆくほどこの傾向が強まっている。すなわち power spectrum の分布はわずかながら左上りの傾向を示しているのである。たしかにそれは多くの他の経済時系列で観察されるような極端な形のものではないが，150 周波数帯を境とするこの対称はかなりはっきりしたものであって，これをまったく無視し去ることは妥当とは思われない。そしてこのことは，われわれが得た power spectrum の理論分布が，white noise のそれではなく，例えば自己回帰型の確率過程のそれではないかという自然な疑問に導くのである。この疑問に答えるため，次に系列相関係数を吟味してみよう。

Table 1 は 1 次から25次までの系列相関係数を，われわれの単純平均株価第 1 階差時系列について計算した結果であり，いわゆるコレログラムを表わすものである。これらの系列相関係数はスペクトル分析の副産物として得られ，実際には 300 次までのものが計算されているが，ここでは有意性の比較的高いものが集まっている25次までの分を示した。

系列相関係数の絶対値は，全体にかなり小さい。しかしいまの場合，sample size が大きいので，これらの相関係数の有意性は必ずしも低くないのである。Table 1 で系列相関係数の右側に記した *** という記号は，この相関係数が 0.5 %の有意水準で母相関係数が 0 であるという帰無仮説に対し

Table 1. Serial Correlation Coefficients of $X(t)=P(t)-P(t-1)$

τ	$\hat{\rho}_{t,t+\tau}$		τ	$\hat{\rho}_{t,t+\tau}$		τ	$\hat{\rho}_{t,t+\tau}$	
1	0.15062	***	10	0.00691		19	−0.02769	
2	0.01132		11	0.02874		20	−0.01207	
3	−0.00193		12	0.02622		21	0.00457	
4	0.04625	***	13	0.05208	***	22	0.07826	***
5	0.06029	***	14	0.02157		23	0.01286	
6	0.04370	**	15	0.00255		24	−0.03602	
7	−0.02017		16	0.01367		25	−0.05547	***
8	0.00375		17	0.06675	***			
9	0.03550	*	18	0.02728				

て有意となることを示す記号である。なかでも 1 次の系列相関係数の有意性は著しく高いもので，これは明かに無視できない。

2. 以上の事実を考慮してわれわれは，t 期の価格変化が $t-1$ 期の価格変化に依存して(3)式，すなわち

$$X(t)=\rho X(t-1)+\varepsilon_t$$

で示される自己回帰型の構造を通して生ずると考え，原系列から

$$E(t)=X(t)-\rho X(t-1) \tag{4}$$

をつくって，この残差系列 $E(t)$ が white noise になっているかどうかを吟味してみることにしょう。ここでは，Table 1 で得られる知識にもとづいて $\rho=0.15$ とおいて分析を試みる。($E(t)$ の平均値は極めて 0 に近いことが計算結果によって示されており，ρ はほぼ $X(t)$ の 1 次の系列相関係数に等しいとみてよい。)

Fig. 3 は時系列の $E(t)$ の power spectrum 分布図である。当然のことながら，ここでは原系列 $X(t)$ の場合に見られた左上りの傾向がなくなって，power spectrum はほぼ水平に分布している。またこのように分布がならされた結果として，高周波数帯域（273 周波数帯）に信頼上限を幾分目立つ程度に上回るピークが生じ，他方，原系列 $X(t)$ の場合に見られた低周波数帯域の幾つかのピークのうちかなりのものが信頼限界の中に収まることに

なった。全体の傾向としては Fig. 3 は white noise にかなり近いパタンを示していると言ってよかろう。しかし Fig. 2 に較べると信頼限界の外に power spectrum が出ている周波数帯の数はやや多く，$E(t)$ が少なくとも電子計算機で発生させた疑似乱数と同じ程度において完全な white noise であると言い切ることもできない。

Table 2 はこの残差系列 $E(t)$ についての系列相関係数を Table 1 と同じ形式で示したものである。確かに1次の系列相関はこの残差系列では消滅しているが，これはより高次の系列相関係数にはあまり強い影響を及ぼしていないことが容易に看取される。このこともまた当然のことで，高次の系列相関係数になればなるほど，(4)によって1次の系列相関の影響を除去することの効果が微弱となることは，理論的にも容易に証明できる。そしてこうした高次の系列相関係数の中には，その絶対値こそ1次のそれよりはるかに小さいとは言え，少なくとも0.5％という極めて高度の有意水準で有意となるものが，実際存在しているのである。

もしわれわれがより white noise に近い残差系列を得ようと欲するならば，これらの有意な系列相関の効果を考慮した新しいモデルを考えることが必要となるであろう。

Table 2.　Serial Correlation Coefficients of $E(t)=X(t)-\rho X(t\text{–}1)$ where $\rho=0.15$

τ	$\hat{\rho}_{t,t+\tau}$		τ	$\hat{\rho}_{t,t+\tau}$		τ	$\hat{\rho}_{t,t+\tau}$	
1	0.00230		10	−0.00275		19	−0.03165	
2	−0.01089		11	0.02534		20	−0.00880	
3	−0.01082		12	0.01499		21	−0.00548	
4	0.03927	*	13	0.04690	***	22	0.07911	***
5	0.04910	***	14	0.01434		23	0.00691	
6	0.03952	*	15	−0.03044		24	−0.03134	
7	−0.02835		16	0.00375		25	−0.05389	***
8	0.00137		17	0.06342	***			
9	0.03537	*	18	0.02274				

3. もっとも直接的な方法の一つとしては

$$X(t)=\alpha+\rho_1X(t-1)+\rho_2X(t-2)+\ldots+\rho_\tau X(t-\tau)+\varepsilon_t$$

という形のモデルを想定して最小二乗法を適用することである。

しかしこのようにして推定された結果が株価変動の現実のメカニズムを表現していると言えるわけではなく，またいまの場合，決定係数はスペクトル分析の結果から考えてみて，相当低いものになるであろうことも考慮しなければならない。

こうした型のモデルの implication は現在の価格変化が配分された遅れ (distributed lags) をもって過去の各期の価格変化に依存するということであるが，現実の価格形成なり，それをもたらす取引者の行動が実際このようなメカニズムをもつということは，特に遅れが長くなると考え難いように思われる。むしろいっそう現実的と思われるのは，取引者が昨日の価格変化とともに例えば過去1週間の価格変化とをあわせ考えて将来を予測し，売りなり買いなりの決定を行なうという型のメカニズムであり，こうした行動の結果として現在の価格変化が，過去の短期的価格変化とより長期の価格変化とに依存して定まるという形のモデルであろう。

ここでは Table 2 で2次と3次の系列相関係数が負で，その値がほぼ等しいこと，また4次，5次，6次の系列相関係数が共通して有意な正の相関を示し，それらの値もまたそれほど大きくへだたってはいないことに着目し，次のようなモデルを検討してみたい。すなわち

$$X(t)=\rho_1X(t-1)-\rho_2\{X(t-2)+X(t-3)\}$$
$$+\rho_3\{X(t-4)+X(t-5)+X(t-6)\}+\varepsilon_t \qquad (5)$$

但し

$$0<\rho_1,\ \rho_2,\ \rho_3<1$$

ここで

$$X(t-2)+X(t-3)=P(t-2)-P(t-4)$$
$$X(t-4)+X(t-5)+X(t-6)=P(t-4)-P(t-7)$$

であるから，これは今日から明日にかけての価格変化が，今日の価格を昨日から今日にかけての価格変化と同一方向に変化させる factor，昨日までの過去2日間の間に生じた価格変化と逆方向に変化させる factor，および一昨昨日までの過去3日間の価格変化と同一方向に変化させ factor との合成結果から生ずると考えるモデルである。このモデルを以下，修正自己回帰モデルと便宜上呼んでいくことにしょう。

ここでは Table 2 を参照して，試みに

$$\rho_1=0.15,\ \rho_2=0.02,\ \rho_3=0.05$$

とおいて，残差系列

$$E(t)=X(t)-\rho_1 X(t-1)+\rho_2\{X(t-2)+X(t-3)\}$$
$$-\rho_3\{X(t-4)+X(t-5)+X(t-6)\} \qquad (6)$$

について，いままでと同様の分析を繰り返してみた。

スペクトル分析の結果は Fig. 4 に示されている。power spectrum の最大値と最小値との差をとってみるとはっきりするが，Fig. 3 に較べると Fig. 4 では power spectrum の分布は幾分ならされており，その限りでは残差系列 $E(t)$ はいっそう white noise に近い性格のものになっているように思われる。また系列相関係数を示した Table 3 を見ると，6次までの低次の系列相関係数の有意性は全般に低下しており，この点でも残差の white noise 的な性格は強まっているように思われる。しかし新たに考慮した factor に付されたウエイト ρ_2, ρ_3 は ρ_1 に較べかなり小さいものであるから，当然のことながら(3)の1次の自己回帰モデルの場合に比して残差の white noise 的な性格の強まりはもちろん顕著なものではない。

また Fig. 3, Fig. 4 と Fig. 1 とを比較してみると，power spectrum の平均水準はほとんど変っていないという事実にも留意されたい。これは $X(t)$ の分散と自己回帰型モデルにおける残差分散とがほとんど変らないという事実を表わしている。つまりこれら二つの自己回帰型モデルの有意性を決定係数によって評価するとすれば，その有意性は著しく低いものとならざるを得

Table 3. Serial Correlation Coefficients of

$$E(t)=X(t)-\rho_1 X(t-1)+\rho_2\{X(t-2)+X(t-3)\}-\rho_3\{X(t-4)+X(t-5)+X(t-6)\}$$

where $\rho_1=0.15$, $\rho_2=0.02$, $\rho_3=0.05$

τ	$\rho_{t,t+\tau}$		τ	$\rho_{t,t+\tau}$		τ	$\rho_{t,t+\tau}$	
1	0.00041		10	−0.01000		19	−0.02832	
2	0.00964		11	0.01952		20	−0.00325	
3	0.01194		12	0.01029		21	−0.00771	
4	−0.01007		13	0.04543	***	22	0.07117	***
5	−0.01174		14	0.01637		23	0.00126	
6	−0.01920		15	−0.00133		24	−0.02963	
7	−0.03849	*	16	−0.00094		25	−0.04852	***
8	−0.00268		17	0.05480	***			
9	0.02949		18	0.01609				

ないことが示されているわけである。しかし power spectrum の分布についてかなり明瞭に見出される差異，たとえば Fig. 1 と Fig. 4 とを較べたときに看取される差異はやはり無視できないように思われ，これらの自己回帰型モデルが表現するような投機市場における取引者の行動の存在もまた否定することは困難であろう。

すなわち，例えば市場において昨日から今日にかけて価格が上昇していれば買い出動し，低下していれば売り出動するという原則で行動する取引者，およびそれよりは市場に及ぼす影響力は微弱であるが，価格に短期の周期変動を予想して，昨日までの 2 日間の価格変化が正のときは，明日の価格は下がるという予測を立てて，売り出動し，逆の場合には買い出動する取引者，さらにそれ以前の 3 日間で価格が上昇しているか下降しているかを考慮して，上昇していれば買い，下降していれば売るという取引者，これらの取引者が別人であるか同一人が予測の中でこれらの過去の異なる長さの期間の価格動向を情報として適当なウエイトで結合して複雑な行動原理をとるかは別として，ともかくこうした取引者が存在して，しかもこれらの取引者が結果的には市場価格を変化させるだけの影響力をもつという意味で，独占者とし

ての役割を果しているという事実の存在は，簡単には否定できないということを以上の分析結果は示唆しているわけである。

4. しかし以上のような自己回帰型モデルの導入によって，価格変化の時系列に含まれていた systematic な変動が充分に説明されたと言えるかという点は，さらによく吟味される必要があろう。Table 3 を見ると，13 次，17 次，22 次，25 次の各系列相関係数は依然として高度の有意性を示しており，修正自己回帰モデルの導入によってもなおかつ説明されない systematic factor が存在しうることが示唆されている。これらは果して残差系列の white noise としての全体的な性格を決定的に損なうほどに重要なものとなっているであろうか。この点をチェックするために，ここでは連（run）の分布についての吟味を行なってみた。

Table 4, Table 5, Table 6 はそれぞれ原系列

$$X(t)=P(t)-P(t-1)$$

残差系列

$$E(t)=X(t)-\rho X(t-1),\ \rho=0.15$$

および

$$E(t)=X(t)-\rho_1 X(t-1)+\rho_2\{X(t-2)+X(t-3)\}$$
$$-\rho_3\{X(t-4)+X(t-5)+X(t-6)\},$$
$$\rho_1=0.15,\ \rho_2=0.02,\ \rho_3=0.05$$

についておのおのその平均をもとめ，平均を上回っているものを＋，下回っているものを－として連の分布を求めた結果で，左端の列 L によって表示されたものが連の長さ，第 2 列 f で表示されたものが観察された対応する長さの連の度数，第 3 列 $\hat{f}$ は＋，－が同一確率で独立に表われると仮定した場合の連の理論度数を示し，f と $\hat{f}$ とから第 4 列を計算して χ^2 をつくり，適合度検定をおこなってある。

原系列については χ^2 は 114.2 にも達し，0.5 % の有意水準に対応する critical value が 22.0 であることから考えて，これはあまりにも異常に大き

Table 4. Distribution of Runs

$X(t)=P(t)-P(t-1)$

L	f	$\hat{f}$	$(f-\hat{f})^2/\hat{f}$	L	f	$\hat{f}$	$(f-\hat{f})^2/\hat{f}$
1	611	826.75	55.3	6	43	25.80	11.5
2	328	413.25	17.2	7	17	12.89	1.3
3	208	206.56	0.0	8	13	6.45	6.7
4	99	103.24	0.2	9～	15	6.28	10.5
5	76	51.61	11.5	計	1,410	1,652.83	114.2

$\chi^2=114.2 \quad \chi^2{}_0^{\phi=8}(.005)=22.0$

Table 5. Distribution of Runs

$E(t)=X(t)-\rho X(t-1)$

where $\rho=0\ 15$

L	f	$\hat{f}$	$(f-\hat{f})^2/\hat{f}$	L	f	$\hat{f}$	$(f-\hat{f})^2/\hat{f}$
1	747	827	7.74	6	32	26	1.38
2	373	413	3.87	7	10	13	0.69
3	216	207	0.39	8	9	6	1.50
4	110	103	0.48	9～	9	6	1.50
5	61	52	1.56	計	1,567	1,653	19.11

$\chi^2=19.11 \quad \chi^2{}_0^{\phi=8}(.025)=17.53$

Table 6. Distribution of Runs

$$E(t)=\rho_1 X(t-1)+\rho_2\{X(t-2)+X(t-3)\}$$
$$-\rho_3\{X(t-4)+X(t-5)+X(t-6)\}$$

where $\rho_1=0.15$, $\rho_2=0.02$, $\rho_3=0,05$

L	f	$\hat{f}$	$(f-\hat{f})^2/\hat{f}$	L	f	$\hat{f}$	$(f-\hat{f})^2/\hat{f}$
1	760	823	4.82	6	41	26	8.65
2	383	411	1.91	7	13	13	0.00
3	182	206	2.80	8	10	6	2.67
4	106	103	0.09	9～	9	6	1.50
5	61	52	1.56	計	1,565	1,646	24.00

$\chi^2=24.00 \quad \chi^2{}_0^{\phi=8}(.01)=20.1 \quad \chi^2{}_0^{\phi=8}(.005)=22.0$

な値である。これに較べると二つの残差系列では，χ^2 はそれぞれ 19.11，24.0となり，顕著な減少が見られる。このことからも上のような自己回帰型モデルの導入によって，原系列に含まれていた systematic factor がかなり効果的にとり出されていることがわかる。だがこれらの χ^2 の値とても決して充分に小さな値でないことは，前者が 5 %の有意水準で，後者が 0.5 %の有意水準でそれぞれ有意となることからも明らかである。

ところでスペクトル分析やコレログラムの上では残差がいっそう white noise に近づいたかに見えた修正自己回帰モデルの方が，連の分布の適合度検定では χ^2 が増加するというのは一見奇異な感じを与えるかも知れない。だがこれは，実は残差の分布の非対称性（実は $X(t)$ 自体の分布にも非対称性がある）に由来するものであり，いまの場合こうした形で連の検定を行なうのは厳密に言うと正しくないのである。すなわち平均に対する偏差はいずれの場合にも正となる場合の度数の方が負となる場合の度数よりも多く，sample size がかなり大きいことから考えて，これらの時系列の分布型が平均のまわりに左右対称であるとするのは適当でなく，連の分布の適合度検定はこうした場合，中央値に対する偏差をとって行なうべきであったのである。そうすれば以上三つの場合とも χ^2 はもう少し減少するはずであり，また修正自己回帰モデルにおける残差の分布の非対称性は 1 次の自己回帰モデルにおけるそれよりも強まっていることからみて，修正自己回帰モデルの残差に関する連の分布の χ^2 は 1 次の自己回帰モデルのそれにいっそう近い値か，あるいはそれよりは幾分低い値を示すものになると予想される。

ここでこれを行なわなかったことを正当化する理由としては，計算作業の簡便さ以外にまったくなく，それとても電子計算機を使えばそれほど時間がかかるものでもなく，またプログラム作成がそれほど困難なものでもないので，むしろ筆者の不注意と言った方がよい位である。ただ，いまの場合，分布の非対称性は否定できないにしても，平均値と中央値との差はそれほど大きなものではなく，加えて連の度数は＋の連と－の連とを合計した形で示さ

れているから，これを行なうことによる χ^2 の減少はそれほど大きなものになるとは思われない。

5. Osborne [5] のモデルは(2)式すなわち

$$X(t)=log\ P(t)-log\ P(t-1)$$

が独立定常であって，かつ $X(t)$ の分布が正規分布であることを主張するものである。

Fig. 5 はわれわれのデータについてこの形の時系列をつくり，スペクトル分析を行なった結果を示すものである。対数変換の結果として power spectrum の平均水準は変化しているが，その相対的な分布のパタンは Fig. 1 とほとんど異ならない。したがっていままで単純な価格差の時系列について述べて来たことはそのままこの Osborne 型のモデルについても言えるわけで，またいずれが現実に照らしてより plausible であるかということも，われわれの分析結果だけからでは断定できない。

Osborne 自身にとっては，投機市場の完全競争と外部からの情報に対する市場の反応を規定する Weber＝Fechner の法則から，

$$X(t)=log(P(t)/P(t-1))$$

が正規分布であることを主張することが眼目であるのだが，われわれの分析では，この分布が先の単純な価格差の分布より正規分布により良く適合するという事実は検出できなかった。

6. 要約しょう。日日の株価変動はわが国の場合でも random walk hypothesis が主張するような独立定常過程に近い動きを示しており，こうした random walk 的な価格変化が価格変化全体の動きの中で占める比重が極めて高いことは否定できない事実である。だがそれにもかかわらず，その絶対水準は低いとは言え1次の系列相関の存在は無視できず，自己回帰型のモデルを導くような投機市場における価格形成のメカニズムを解明することの意義は否定できない。そのモデルが(3)のような1次の自己回帰モデルであれ，(5)のようなやや複雑な形のものであれ，それは単純な random walk

モデルよりは，少なくとも現実の価格変化の時系列の中に含まれていた systematic な factor を説明するという点では格段に plausibility の高いものになっているというべきである。もとよりこのようなデータ分析のみからは，実際の価格形成の経済学的メカニズムを identify することは所詮不可能であるが，それを究明していく過程で，この種の自己回帰型モデルを導くメカニズムを考えてみることは，少なくとも理論形成の一つの有力な手がかりになりうるのではなかろうか。

参考文献

[1] Bachelier, M. L. *Theorie de la Speculation*, Paris, Gauthier-Villars (1900).

[2] Cootner, P.H. Stock Prices : Random vs. Systematic Changes, *Industrial Management Review*, Vol. 3, No. 2 (1962) pp. 24–45.

[3] Granger, C. W. J. and O. Morgenstern, Spectral Analysis of New York Stock Market Prices, *Kyklos*, Vol. 16 (1963) pp. 1–27.

[4] Kendall, M. G. The Analysisof Economic Time-Series Part I : Prices, *Journalof the Royal Statistical Society*, Vol. 96, Part I (1953), pp. 11–25.

[5] Osborne, M. F. M. Brownian Motion in the Stock Market, *Operations Research*,Vol. 7 (1959) pp. 145–173.

[6] Osborne, M. F. M. Periodic Structure in the Brownian Motion of Stock Prices, *Operations Research*, Vol. 10, (1962) pp. 345–379.

[7] Cootner, P. H. ed. *The Random Character of Stock Market Prices*, M. I. T. (1964).

上記 [1]～[6] の各論文はこの中にすべて集録されている。

[8] Granger, C. W. J. *Spectral Analysis of Economic Time Series*, Princeton (1964).

Fig. 1 Power Spectrum of $X(t)=P(t)-P(t-1)$

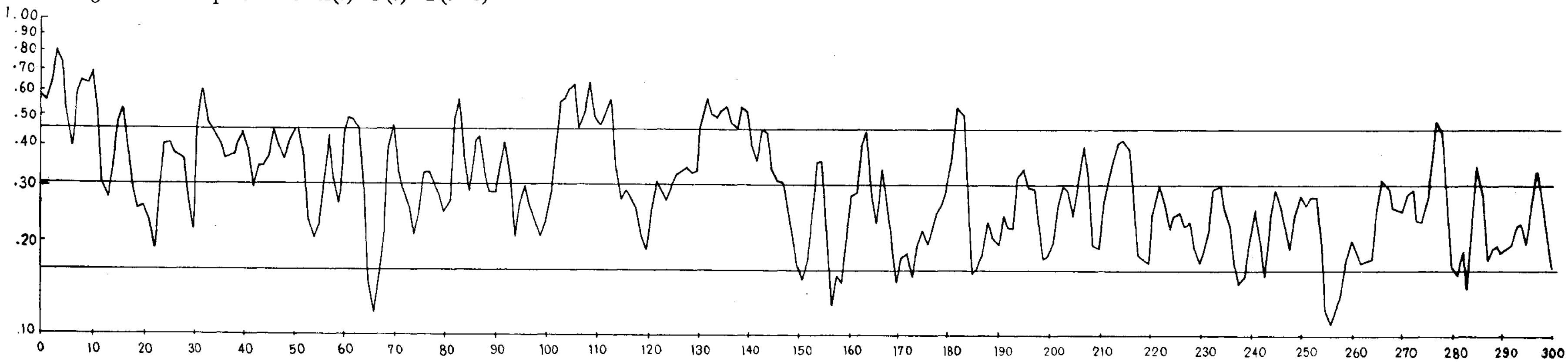

Fig. 2 Power Spectrum of Normally Distributed 3320 Random Numbers

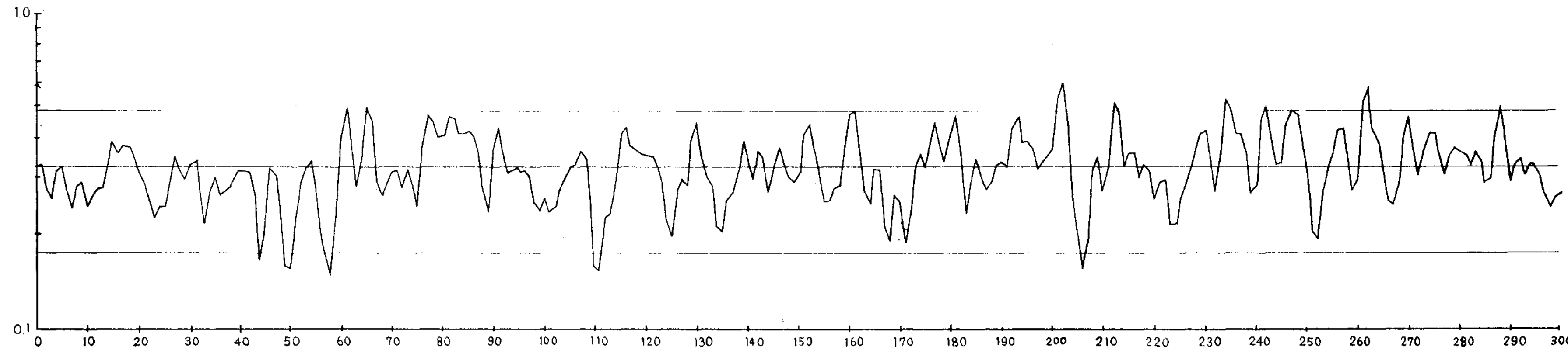

Fig. 3 Power Spectrum of $E(t)=X(t)-\rho X(t-1)$ where $\rho=0.15$

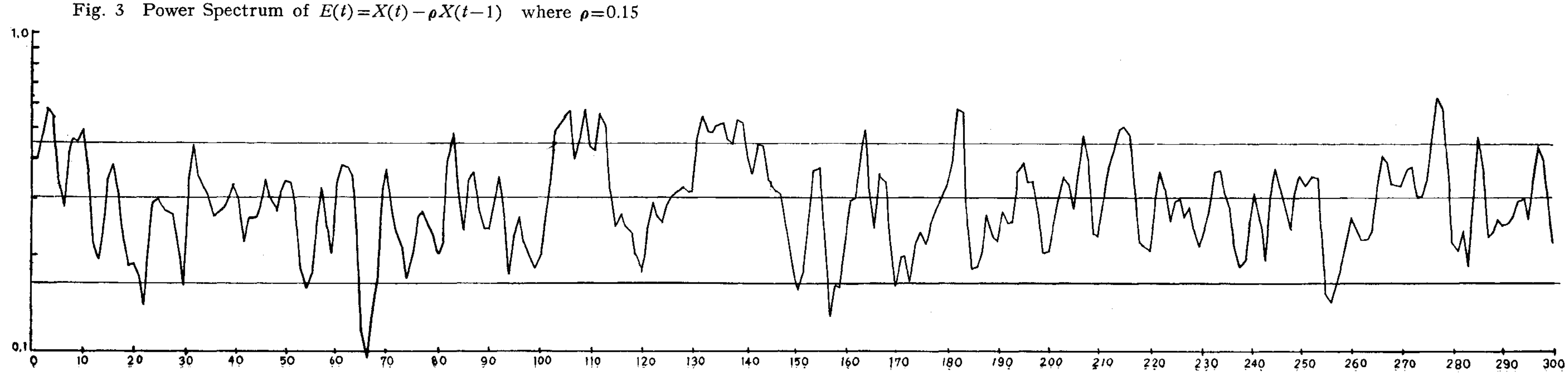

Fig. 4 Power Spectrum of $E(t)=X(t)-\rho_1 X(t-1)+\rho_2\{X(t-2)+X(t-3)\}-\rho_3\{X(t-4)+X(t-5)+X(t-6)\}$
where $\rho_1=0.15$, $\rho_2=0.02$, $\rho_3=0.05$

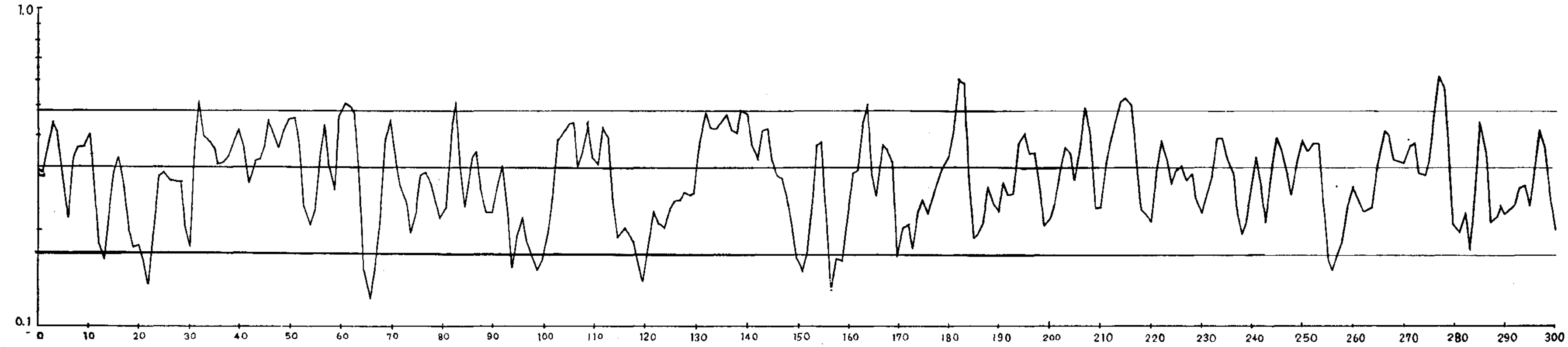

Fig. 5 Power Spectrum of $X(t)=log\ P(t)-log\ P(t-1)$