

# ランダム波を目標量とする手動 制御動作の伝達関数の決定の実験\*

増山英太郎

はじめに

筆者は産業心理学のなかでも最近はやりの人間工学 Human Engineering に特別の興味を持っている。これまでに研究対象としてきたのは、人間工学のなかでも中心的なものである人間機械系 Man-Mashine System であり、使用した方法論は自動制御理論 Automatic Control Theory である。

ここでは制御対象としての機械のない場合、即ち、人間のみからなる系にランダム波を2次遅れ要素のフィルターを通して作った目標量を与えて、手動制御動作を行なわせ、フィルターの折点周波数 cut off frequency を変えた時に、人間の手動制御特性は、どのように変わるかを伝達関数によって調べる。人間の伝達関数の決定は、ランダム波を目標量とする場合には、最もオーソドックスな方法としては、入力<sup>1</sup>の自己相関関数  $R_{xx}(t)$  と入出力の相互相関関数  $R_{yx}(t)$  を求め、それぞれをラプラス変換してパワースペクトラム  $\Phi_{xx}(j\omega)$ ,  $\Phi_{yx}(j\omega)$  を求め、それらの比  $\Phi_{yx}(j\omega)/\Phi_{xx}(j\omega)$  として行なうことは周知の通りである。だが、この方法は、技術的にはそれほど簡単ではない。何故ならば、手動制御の実験そのものには、アナログ電子計算機を用い

---

\* 終始実験に立会い、相談にのって下さった慶応義塾大学 管理工学科 林喜男 助教授、及び、東京教育大学 心理学科における指導教官 金子隆芳助教授に深く感謝を捧げます。なお、本実験は昭和42年度文部省科学研究(特定研究)「生物圏の動態」の分野のうち「日本人の生長諸段階における適応能」なる課題によって行なった。研究代表者である京都大学 霊長類研究所所長 近藤四郎教授に感謝を申し上げます。

るが、相関関数とパワースペクトラムの計算には、精度の関係でデジタル電子計算機の方がのぞましい。ところで両計算機をつなぐには、A-D, D-A の変換器を必要とする。これらによって、オン・ラインで実験を行なえるほどに、一般の大学の計算センターは充実していないからである。筆者が実験にかよっている慶大の計算センターにも、両種の電子計算機はあるが、もう一步のところではオン・ラインの実験が出来ないでいる。また上記の計算を、オン・ラインでなく行ならにしても、相関関数の計算に、デジタル計算機でかなりの計算時間を要するという欠点を持っている。それゆえここでは、相関関数の計算等の時間を要する計算を省略して、直ちに伝達関数を求める次の方法を用いる。

時間  $t$  の関数である目標量を  $x(t)$  と表わすと、そのフーリエ変換  $X(jw)$  は

$$X(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-jwt} dt \quad \dots\dots(1)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \{ \cos wt + j \sin wt \} dt \quad \dots\dots(2)$$

$$= a_x(w) + b_x(w)j \quad \dots\dots(3)$$

但し  $a_x(w)$ ,  $b_x(w)$  はフーリエ係数で

$$a_x(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos wtdt \quad \dots\dots(4)$$

$$b_x(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sin wtdt \quad \dots\dots(5)$$

勿論実際には時間 0 から T 秒までを求めることになる。

人間の出力 (操作量というが) を  $y(t)$  として、同様に

$$a_y(w) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cos wtdt \quad \dots\dots(6)$$

$$b_y(w) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \sin wtdt \quad \dots\dots(7)$$

を求める。すると(3)式の直角座標表示より明らかな通り目標量及び操作量の

振巾は各々

$$|r_X(\omega)| = \sqrt{a_X^2(\omega) + b_X^2(\omega)} \quad \dots\dots(8)$$

$$|r_Y(\omega)| = \sqrt{a_Y^2(\omega) + b_Y^2(\omega)} \quad \dots\dots(9)$$

目標量及び操作量の位相は(3)式より各々

$$\phi_X(\omega) = \tan^{-1} \frac{b_X(\omega)}{a_X(\omega)} \quad \dots\dots(10)$$

$$\phi_Y(\omega) = \tan^{-1} \frac{b_Y(\omega)}{a_Y(\omega)} \quad \dots\dots(11)$$

人間の閉回路周波数伝達関数を  $G(j\omega)$  で表わすと、その絶対値  $|G(j\omega)|$  の db 表示は

$$\begin{aligned} |G(j\omega)|_{db} &= 20 \log_{10} \frac{|r_Y(\omega)|}{|r_X(\omega)|} \\ &= 10 \log_{10} \frac{r_Y^2(\omega)}{r_X^2(\omega)} \quad \dots\dots(12) \end{aligned}$$

位相は

$$\angle G(j\omega) = \phi_Y(\omega) - \phi_X(\omega) \quad \dots\dots(13)$$

本実験では、手動制御動作の実験結果のうち目標量  $x(t)$  と操作量  $y(t)$  をいったんデータ・レコーダーに録音しておき、後に片方ずつ再生し、 $x(t)$  については(4)と(5)の計算、 $y(t)$  については(6)と(7)の計算をアナログ計算機で行ないフーリエ係数の値を求める。これから伝達関数を求めるには、(8)～(13)の式の計算を忠実に行なえばよい。

## 目 的

目標量としてのランダム波の折点周波数が増えると、手動制御動作特性がどのように変化して応じるかを、閉回路伝達関数を求めることによって調べる。

## 方 法

手動制御動作の種類は Pursuit Tracking で、実験装置は図1の通りであ

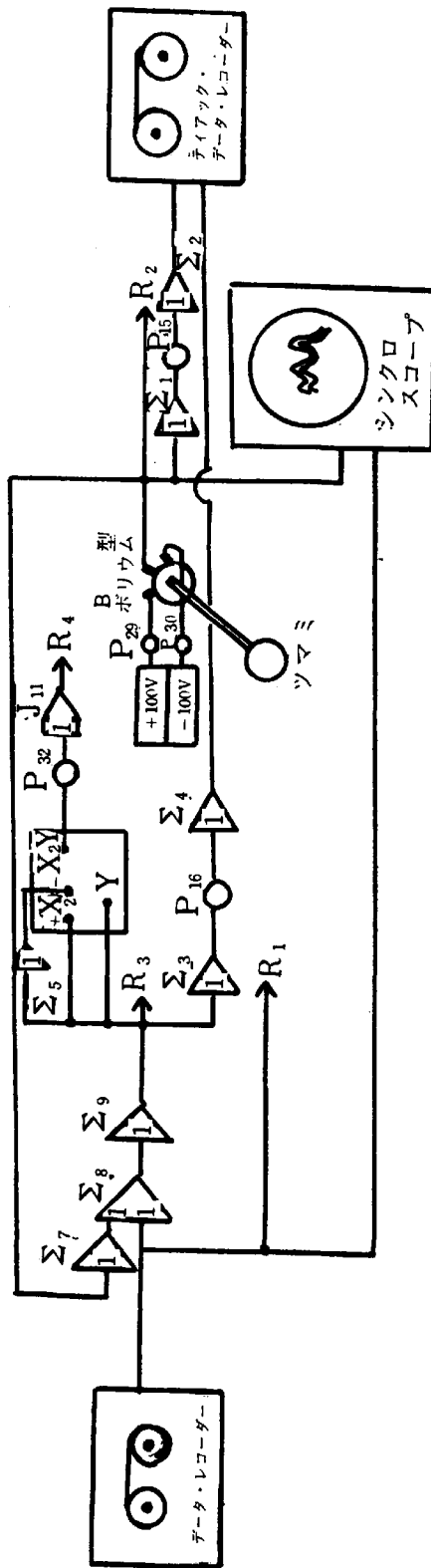


圖1: 実験装置

る。なお装置は NEAC-P10 アナコンによって組んだ。被験者はシンクロスコープに向って座し、目標光点の垂直方向の変位に合わせて 38mm 直径のツマミを右手で回転させる。ツマミの時計一反時計方向の回転は、操作光点に対応する<sup>\*</sup>上一下方向の変位を与える。被験者は、操作光点を出来るだけ目標光点に合わせるよう努力する。ランダム波をフィルターを通して作った目標量は、図1の左端のデータ・レコーダーに録音してあり、それを再生してトラッキングさせる。また図1のポテンシオの値は； $P_{15}=P_{16}=0.1$   $P_{29}=P_{30}=1.0$  とした。

目標量は、2次遅れ要素  $1/(1+TS)^2$  のフィルターを通したランダム波で、折点周波数  $\omega=1/T$  としては、4.0, 3.5, 3.0, 2.5, 2.0, rad./sec. の5種数のものを用い、この順序で、各種類1分以上トラッキングさせた。レコーダー  $R_1, R_2, R_3, R_4$  には各々目標量、操作量、偏差量、偏差二乗積分量を、2.5cm/sec. の速度で紙記録させた。目標・操作の両光点とも、シンクロ・スコープ上で 200 m sec./cm の定速度で左から右へスweep

\* B型ポリュームを使用しているため、回転角と直線の変位量は比例関係になっている。

し、目標光点の垂直方向への最大変位 (90 ボルト) は約 68 mm, 対応するツマミの回転は, 約  $113^\circ$  であった。図 1 から明らかな通り, 目標量と操作量は実験中電圧を 1/10 に落して, ティアック・データ・レコーダーにも録音された。偏差二乗積分量を正確に調べるために, ポテンシオ  $P_{32}$  の値を折点周波数  $w$  毎に表 1 のような値にした。難しい目標量ほど, 偏差二乗積分量が多くなることが予想されるからである。

表 1: ポテンシオ  $P_{32}$  への設定値

$w(\text{rad/sec})$	4.0	3.5	3.0	2.5	2.0
$P_{32}$	0.2	0.2	0.5	1.0	1.0

ティアック・データ・レコーダーに得たデータは, 再生して図 2 の回路を通すことによって, アナログ量としてフーリエ係数を求められ, 目標量或は操作量がレコーダー 1 ( $R_1$ ) に, (5) あるいは (7) 式の量がレコーダー 2 ( $R_2$ ) に, (4) あるいは (6) 式の量がレコーダー 3 ( $R_3$ ) に記録される。(4)~(7) 式の計算の角周波数  $w$  の値は表 2 の値とし, その順序に従って解折を行なった。但し, 単位は  $\text{rad./sec.}$  だが表では省略してある。

図 2 の回路においてポテンシオ  $P_{15}, P_{16}, P_{20}, P_{21}$  の値は, 表 2 の  $w$  の値の 1/10 に設定し  $P_{26}$  と  $P_{27}$  はいつも 1.0 にした。

表 2: フーリエ係数計算に使用した角周波数  $w$  の値

- i) 折点周波数 4.0  $\text{rad./sec.}$  ;  
5.0, 4.5, 4.2, 4.0, 3.5, 3.2, 3.0, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.0, 0.5, 0.2
- ii) 折点周波数 3.5  $\text{rad./sec.}$  ;  
4.5, 4.2, 4.0, 3.5, 3.2, 3.0, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.0, 0.5, 0.2
- iii) 折点周波数 3.0  $\text{rad./sec.}$  ;  
4.0, 3.5, 3.2, 3.0, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.0, 0.5, 0.2
- iv) 折点周波数 2.5  $\text{rad./sec.}$  ;  
3.5, 3.2, 3.0, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.0, 0.5, 0.2
- v) 折点周波数 2.0  $\text{rad./sec.}$  ;  
3.0, 2.5, 2.2, 2.0, 1.5, 1.2, 1.0, 0.5, 0.2

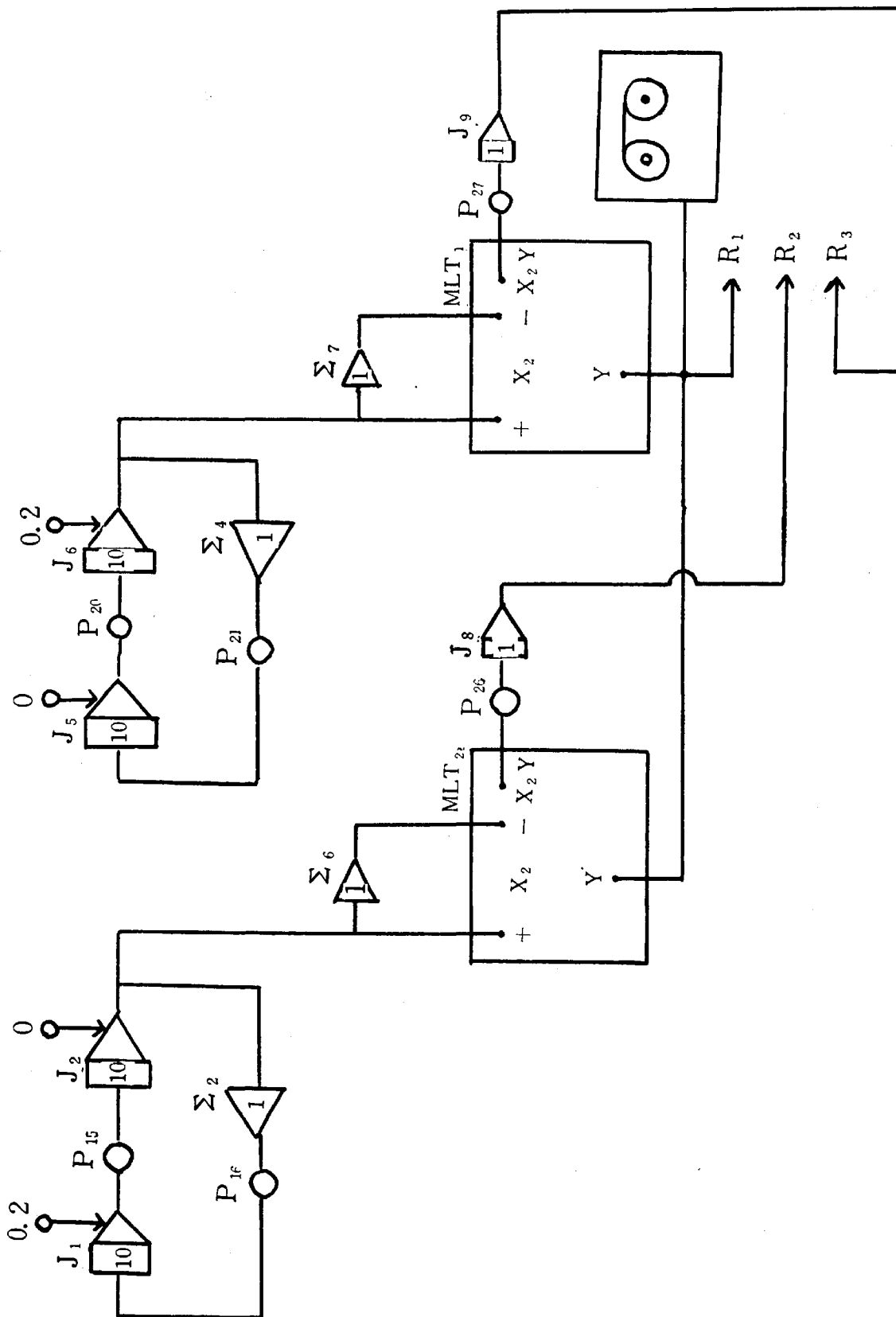


図2: 目標量及び操作量よりフーリエ係数を求める回路

表2の順序でまず、目標量を解折し、次に操作量を解折した。

(4)~(7)式の計算データの紙記録は2.5 mm/sec. の速度で行ない、目標量の記録は0.2 mm/Vの振巾で行なったが、(4)あるいは(6)式と(5)あるいは(7)式の記録は電圧の大きさに従って、0.4 mm/Vか2 mm/Vかのいずれかの振巾で記録し、得られた紙記録をmm単位で1/10 mmまで測定し、実験データとして分析した。実験は昭和42年12月18日から19日にわたって、慶応義塾大学工学部計算センターで行ない、被験者は筆者自身であった。

トラッキングの本実験<sup>\*</sup>は、5種類の折点周波数の目標量の各々の各1分余りを、装置の調整をも入れて、計20分ほどで終わったが、図2の装置を用いた所謂フーリエ変換にはそれに続く約半日を要した。なお、本実験後、ティアックの磁気テープを調べたところ、2.5 rad./sec.の折点周波数の目標量のトラッキング・データだけは、テープの破損によりとれていなかったもので、本実験直前に行なった予備実験の折の約41秒分のものを使用した。他のデータはいずれも本実験の折のものを用い、各々約1分であった。表3を参照されたい。

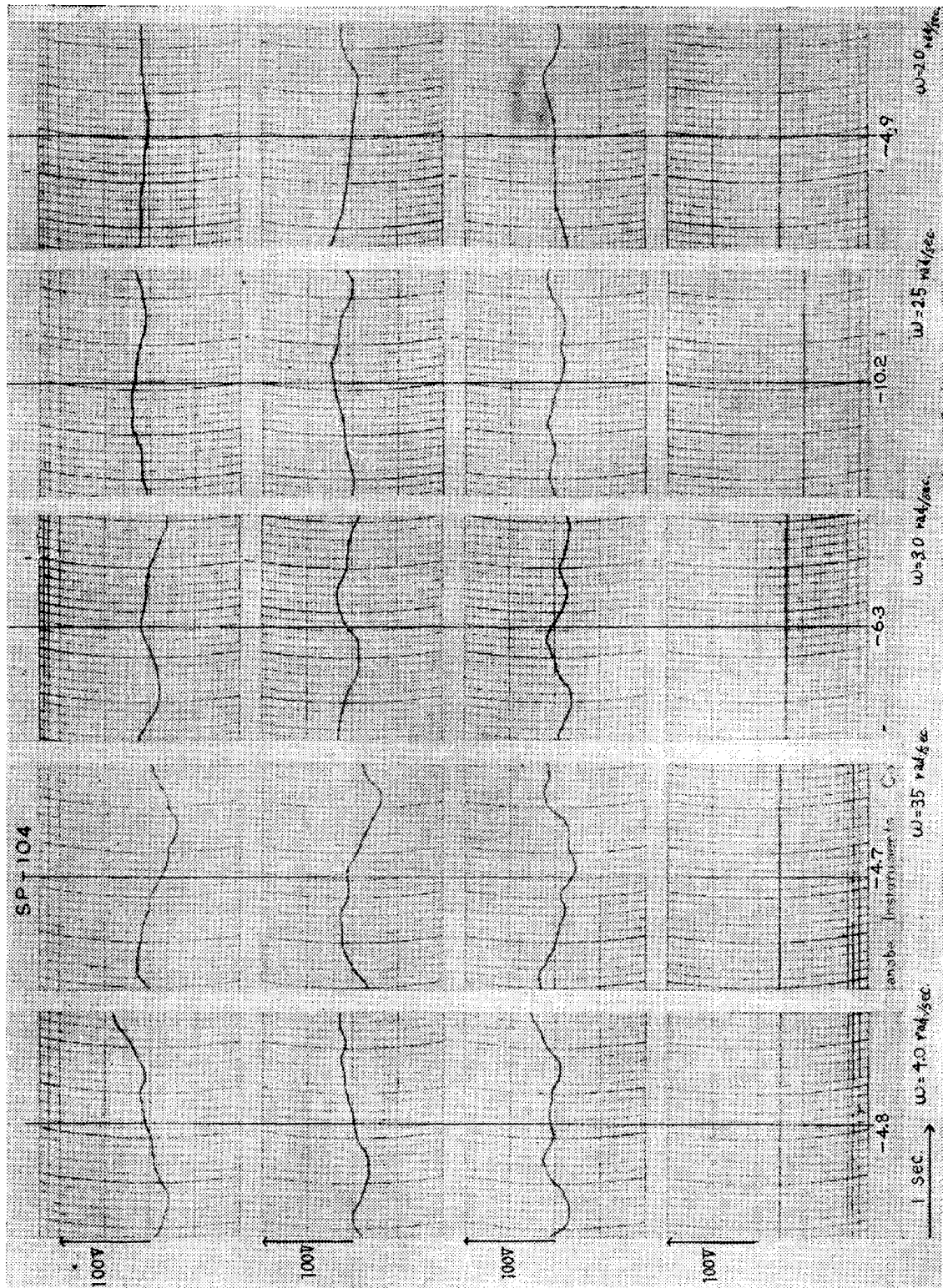
表3: フーリエ変換したデータの長さ

折点周波数 (rad./sec.)	4.0	3.5	3.0	2.5	2.0
目 標 量 (sec.)	59.76	63.92	60.56	40.96	59.52
操 作 量 (sec.)	59.76	63.88	60.56	40.80	59.52

## 結 果

折点周波数4.0から2.0 rad./sec. にいたる総ての本実験データを1つの図にまとめたのが図3である。即ち図は、偏差二乗積分開始後59秒から61秒までの2秒間5 cm ずつを全部で5種類の目標量からコピーし横につない

\* ここでの本実験とは、予備実験に対しての本実験であり、「この実験」という意味の本実験ではない。以下の文中では総てその意味で用いられている。



目 標 量      操 作 量      偏 差 量      偏 差 二 乘 積 分 量

图3: 实 験 生 于 一 夕



だものである。表1で述べた通り、偏差二乗積分量の値は、折点周波数が高い目標量での実験結果では、ポテンシオでしぼられていた。そのことを考慮して、 $P_{32}$  の値の逆数を偏差二乗積分開始後60秒の積分量 (mmの単位で1/10 mmまで読んだもの) に掛け、その結果を示したのが表4である。

表4: 真の偏差二乗積量の値

折点周波数 (rad./sec.)	4.0	3.5	3.0	2.5	2.0
偏差二乗積分量 (mm)	24.0	23.5	12.6	10.2	4.9

アナログ計算機を組んで作成した図2の装置によりフーリエ係数を求めるための生データの一例を図4-A, 図4-Bに示す。図4-Aは折点周波数3.0 rad./sec. のランダム波の目標量  $x(t)$  から(4)(5)式の  $w=0.5$  rad./sec. とした場合の計算を行なったデータである。図4-Bはその目標量をトラックした時の操作量  $y(t)$  から(6)(7)式の  $w=0.5$  rad./sec. とした場合の計算を行なったデータである。前述の通り(4)~(7)式は実際には、0からT秒までの定積分であるからT秒の時のレコーダ-2 ( $R_2$ ) あるいは、3 ( $R_3$ ) の振巾から0秒の時の振巾を減ずることによって求めた。従って

$$\text{図4-Aから, } b_x(0.5) = -3.6 - 0 = -3.6 \text{ mm}$$

$$a_x(0.5) = -11.1 - 0 = -11.1 \text{ mm}$$

$$\text{図4-Bから, } b_y(0.5) = 5.2 - (-0.5) = 5.7 \text{ mm}$$

$$a_y(0.5) = -6.0 - (-1.0) = -5.0 \text{ mm}$$

なお、これらのデータはフルスケール<sup>\*\*</sup> 50 V 即ち、0.4 mm/V で記録されたが、2 mm/V で記録されたデータについては<sup>\*\*\*</sup>5で除された。

このようにして得られたフーリエ係数の値は表5にまとめられている。そこには、更に、(8)~(13)式を使用して計算された人間の閉回路周波数伝達関数

\* 時間の長さ T としては表3の値を用いた。

\*\* フルスケールは 20 mm, 同様に考えると 2 mm/V とはフルスケール 10 V。

\*\*\* 0.4 mm/V 割る 2 mm/V は 1/5 だからである。

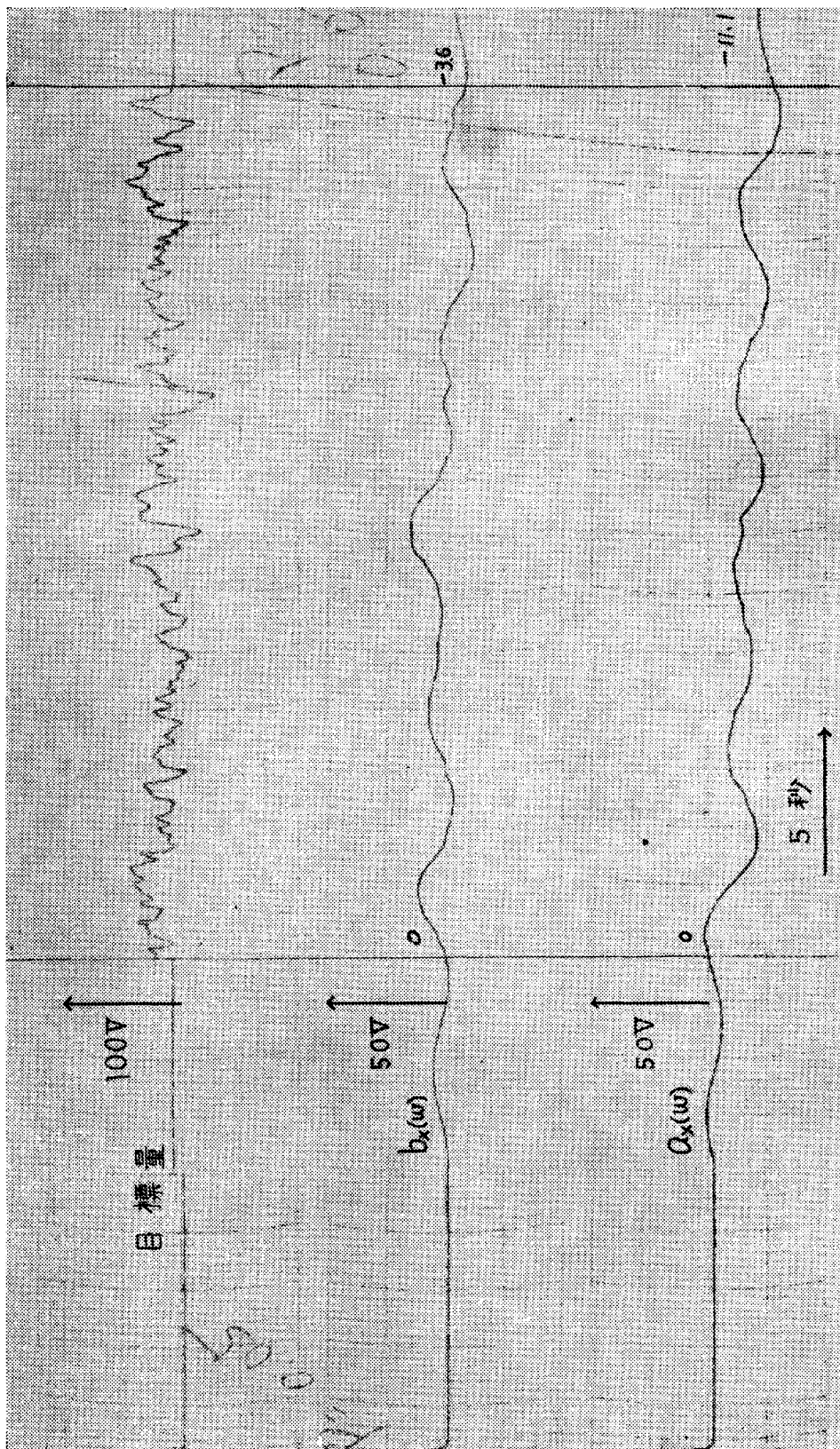


図4-A: 目標量よりフーリエ係数を求めるためのデータ



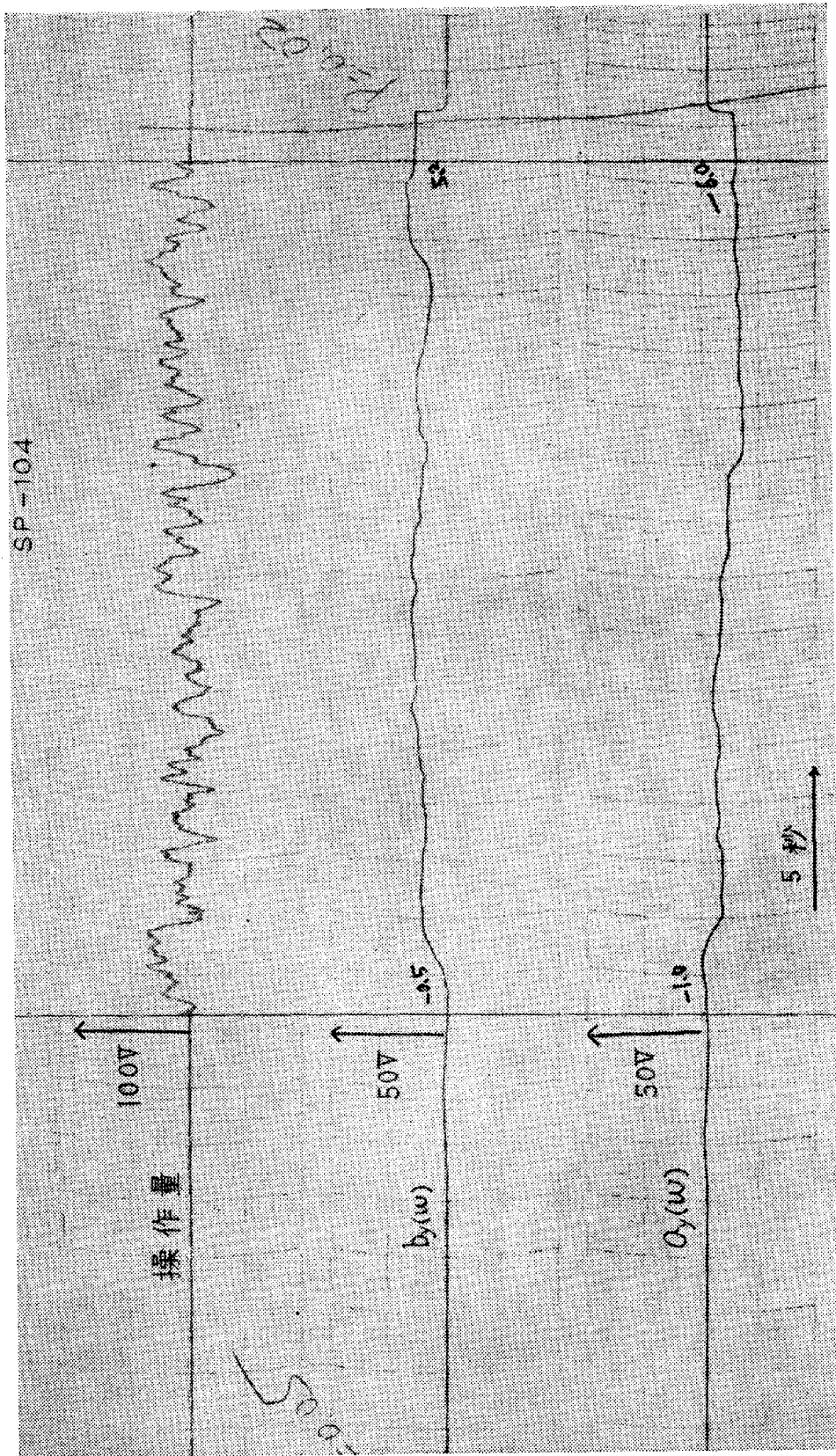


図4-B: 操作量よりフーリエ係数を求めるためのデータ

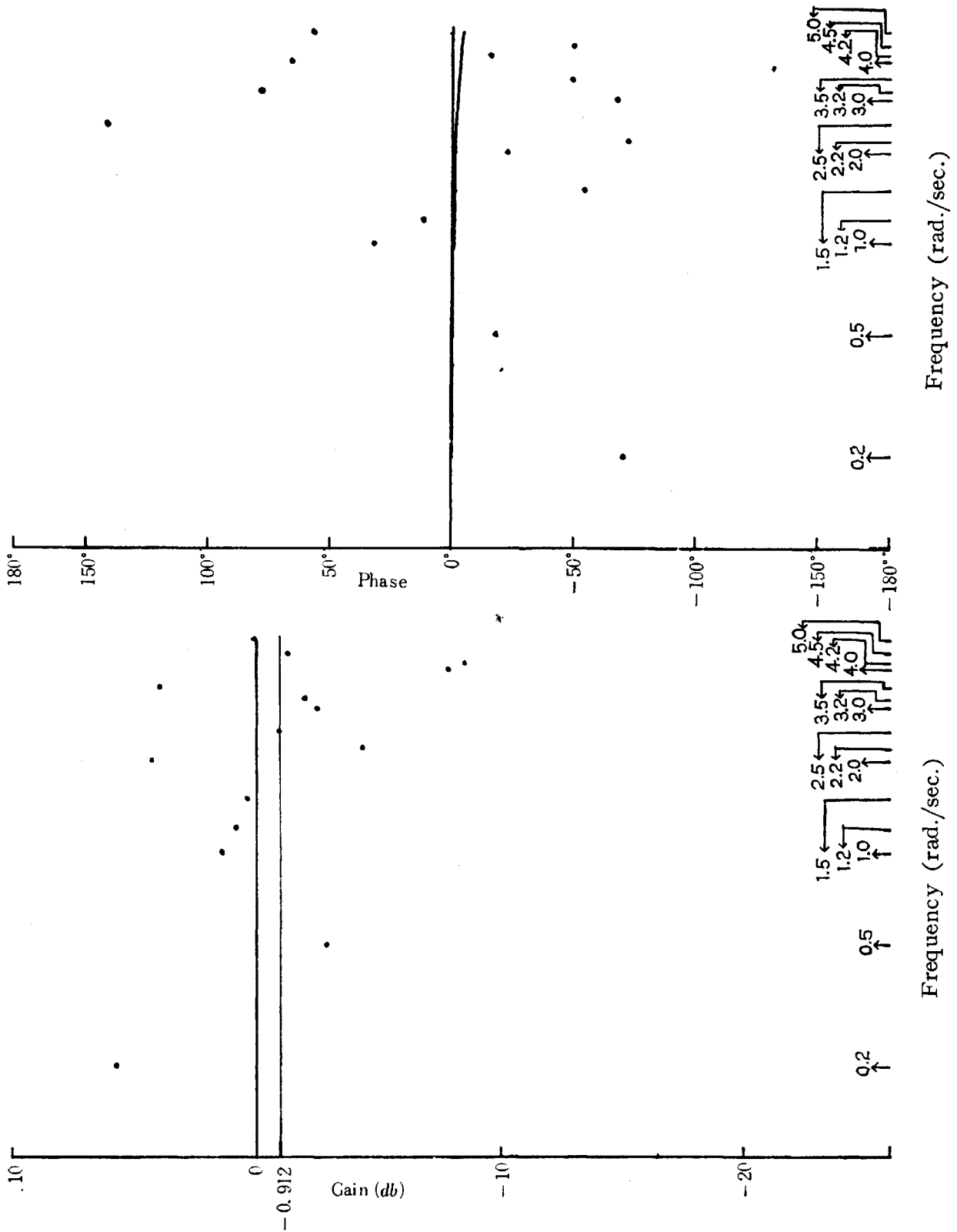


图5-A: 折点周波数 4.0 rad./sec. の目標量に対する周波数応答特性

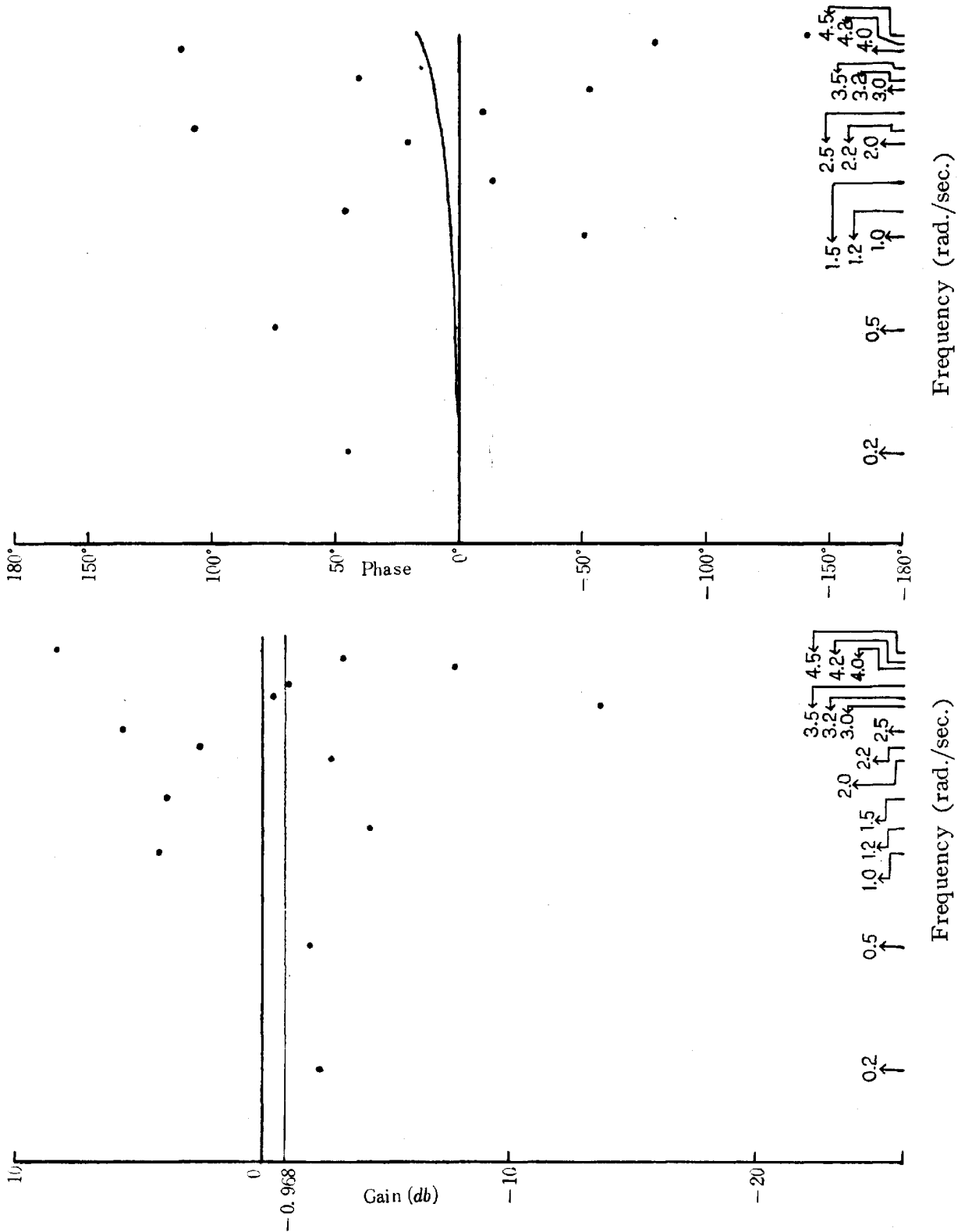


図5-B; 折点周波数 3.5 rad./sec. の目標量に対する周波数応答特性

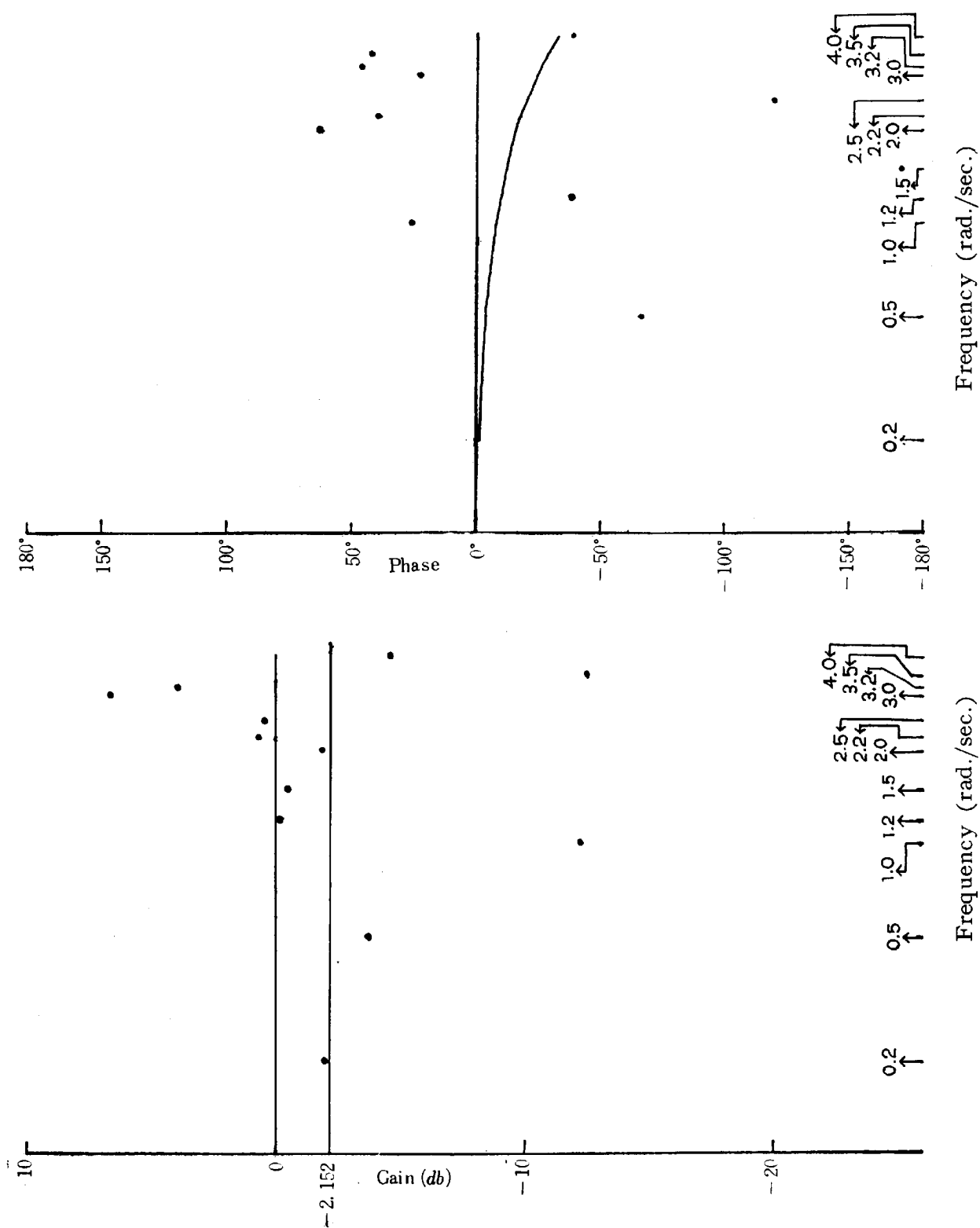


図5-C; 折点周波数 3.0 rad./sec. の目標量に対する周波数応答特性

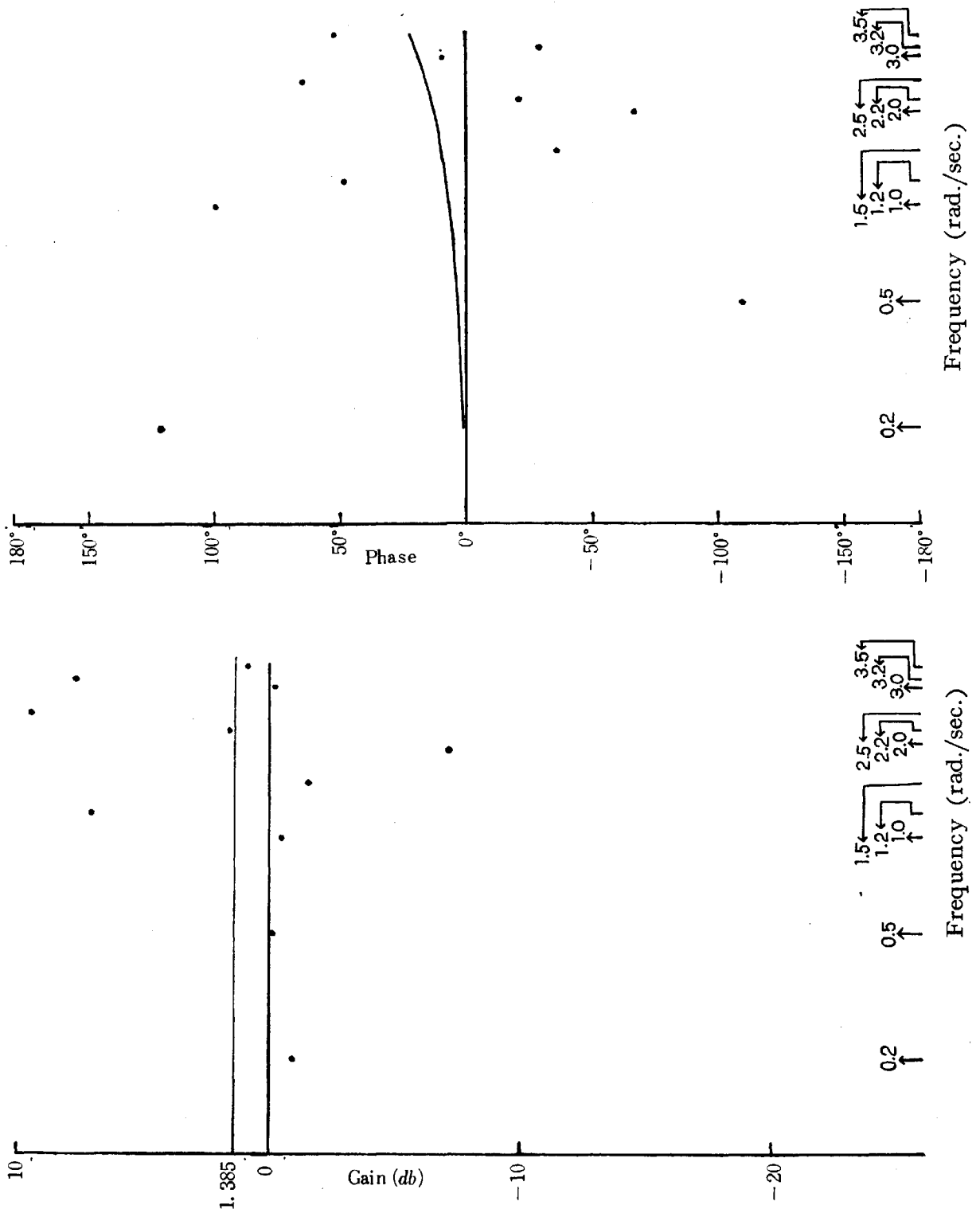


図 5-D; 折点周波数 2.5 rad./sec. の目標量に対する周波数応答特性



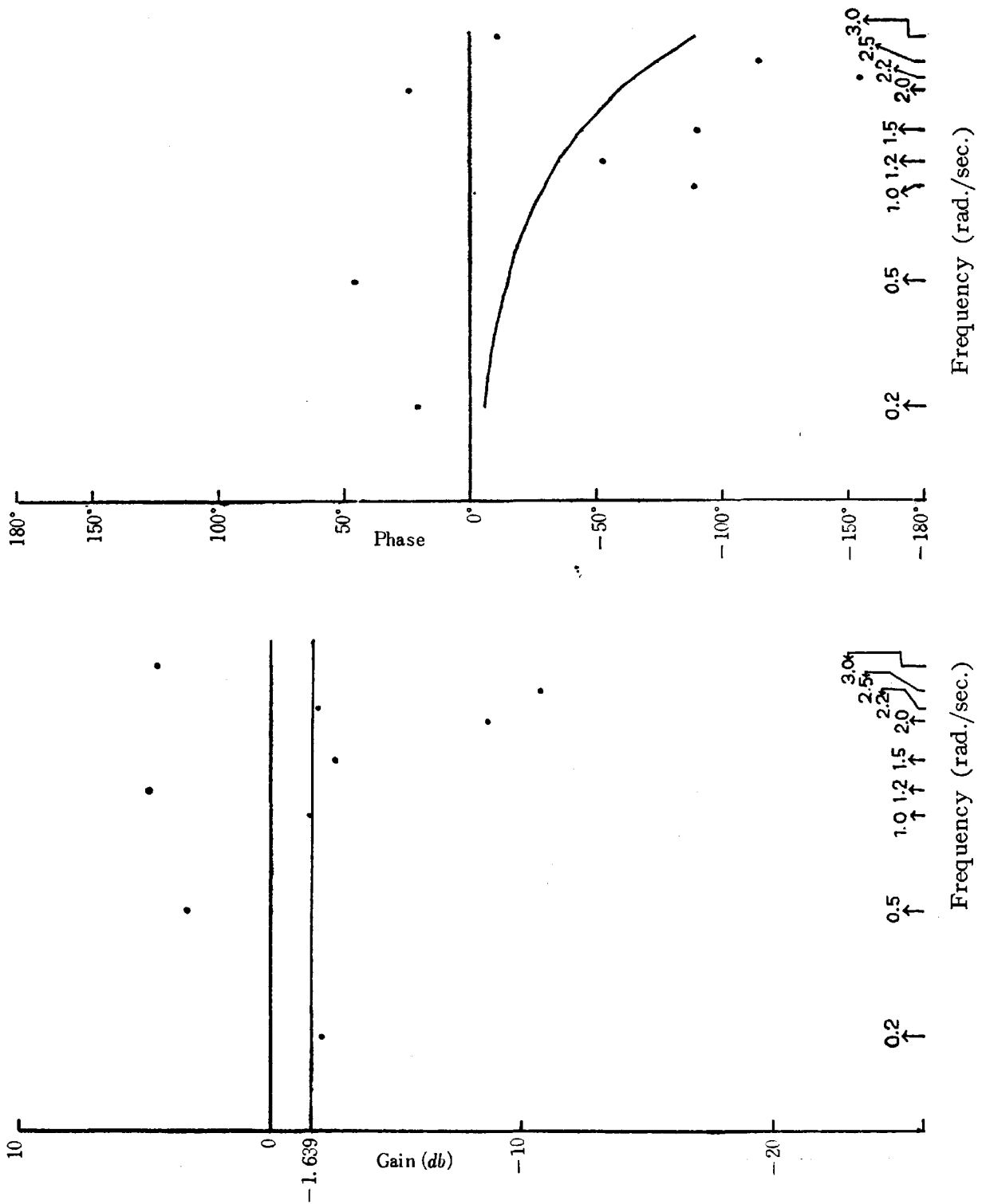


図5-E: 折点周波数 2.0 rad./sec. の目標量に対する周波数応答特性

の Gain と Phase も共に記録されている。表中の括弧は 2 mm/V で得た値を表わす。表 5 の Gain と Phase をボード線図に描いたものが、図 5-A ~ 図 5-E である。

## 考 察

表 4 を見ると、折点周波数が増すにつれて単調増大的に偏差二乗積分量も増大している。また、被験者でもある筆者が内省を行なってみても、目標量の折点周波数が増すにつれて、トラッキングが難しくなっていった感じがする。これらのことは、いずれも理にかなったキレイな結果と言ってよいであろう。ところが、図 5 のボード線図を見ると、それとは逆にキレイとは言えない結果であることに気付く。第 1 に実測値のバラツキが大きい。第 2 に、どんな閉回路伝達関数  $G(j\omega)$  を図にあてはめてみても、そのグラフと折点周波数の間には表 4 で見られるような単調な関係は見出されそうにもない。

Licklider, J. C. R. (1960) は Elkind, J. I. (1956) のデータをのせているが、それを見ると、ランダム波を low-pass filter に通した目標量を pursuit tracking させた結果、フィルターのバンド巾が大きくなるほど Gain が下り、Phase が遅れを示している。

筆者は Elkind のそのデータのことが半分無意識のうちに頭にあって、この実験を行なったのであるが、結果は彼のものと比べて、あまりにもキタナイものとなってしまった。これは、彼の用いた目標量が 1.0, 1.5, 2.5, 4.0, 6.0, 10, 15, 25 rad./sec. という比較的相互に間隔の大きいバンド巾のものであったのに対し、ここでのバンド巾は、2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 rad./sec. と間隔がせまいものであったことにもよるであろう。今後、間隔をひろげてバンド巾の大きいところまで実験を試みる必要があるだろう。

次に実測値に対して伝達関数をあてはめてみよう。筆者が従来しばしば当てはめてきた 1 次遅れ要素とムダ時間要素の直列結合型の伝達関数はこのデータに対しては、あまり適当でない。仮に、強引に当てはめようとしても、

実測値のチラバリが、大き過ぎてむづかしいであろう。

実測値の傾向から判断して、

$$G(jw) = ke^{-Ljw} \quad \dots\dots(14)$$

の形の閉回路伝達関数が当てはまりそうである。この形は Krendel, E. S. (1954) も用いている。

Gain のボード線図からはゲイン定数  $k$  が、Phase の図からは、ムダ時間  $L$  が、各々独立に求められるという長所を、この伝達関数は持っている。

まず Gain の  $db$  表示は

$$|G(jw)|_{db} = 20 \log_{10} |k| \quad \dots\dots(15)$$

なので、表 5 の右端の  $|G(jw)|_{db}$  の算術平均を  $20 \log_{10} |k|$  と考えてみた。

例えば、折点周波数が、3.0 rad./sec. の場合には、表 5 より

$$20 \log k = -2.15237$$

$$\therefore k = 0.78052$$

次はムダ時間  $L$  秒の推定の問題であるが、ムダ時間要素は

$$e^{-Ljw} = \cos Lw - j \sin Lw \quad \dots\dots(16)$$

$\angle G(jw)$  に於ては、 $k$  は無関係となるから

$$\angle G(jw) = \tan^{-1} \left( -\frac{\sin Lw}{\cos Lw} \right) \quad \dots\dots(17)$$

$$= -Lw \quad \dots\dots(18)$$

即ち、 $w$  が正で増せば、それにつれて  $\angle G(jw)$  は負で値を増していくという、原点を通る直線の式が成立するはずである。

$L$  の推定値を  $\tilde{L}$  とすると、それを次の式によって推定した；

$$\tilde{L} = \frac{-\sum_{k=1}^n \angle G(jw_k)}{\sum_{k=1}^n w_k} \quad \dots\dots(19)$$

推定後、(18)式の回帰直線をデータの間に通し、(19)の計算に誤りがないかどうかを確かめた。その図は、本論文には掲載しなかった。

先に単に「Phase の 図からは ムダ時間  $L$  が …… 求められる」と書き、  
「Phase の ボード線図」とは書かなかつたのは、この回帰直線の当てはまり  
の正しさを見るだけが目的の図だからである。

さて、(19)式で求められるムダ時間  $\tilde{L}$  は、 $w_k$  を rad./sec. 単位に、 $\angle G(jw)$   
を degree 単位にとっているから、Phase の ボード線図に記入するにはよい  
が、直観的にはわかりにくい。1 ラジアンは 57.296 度なので、この値で割  
ると秒単位のムダ時間が出て来て、直観的にわかるようになる。

例えば、折点周波数が 3.0 rad./sec. の場合には、表 5 の右端の  $\sum_{k=1}^{12} w_k$  と  
 $\sum_{k=1}^{12} \angle G(jw)$  とから(19)式を使って；

$$\tilde{L} = \frac{(-203.249)}{24.8} = 8.19552 \quad \dots\dots(20)$$

この値を(18)式の  $L$  に代入すると

$$\angle G(jw) = -8.19552 w \quad \dots\dots(21)$$

となり、図 5 の Phase の ボード線図の理論曲線が描ける。更に、(20)式の値  
を 57.296 で割ると、0.143038 秒というムダ時間が得られる。

最後に、(14)式の形で得られた閉回路伝達関数を、図 5 には理論線を記して  
みると；

折点周波数 4.0 rad./sec. ;

$$G(jw) = 0.900 e^{-0.0182 jw} \quad \dots\dots(22)$$

折点周波数 3.5 rad./sec. ;

$$G(jw) = 0.895 e^{+0.0609 jw} \quad \dots\dots(23)$$

折点周波数 3.0 rad./sec. ;

$$G(jw) = 0.781 e^{-0.143 jw} \quad \dots\dots(24)$$

折点周波数 2.5 rad./sec. ;

$$G(jw) = 1.17 e^{0.109 jw} \quad \dots\dots(25)$$

折点周波数 2.0 rad./sec. ;

$$G(jw) = 0.828 e^{-0.518 jw} \quad \dots\dots(26)$$

いずれの伝達関数においてもゲイン定数  $k$  が 1 とそれほどかけ離れた値をとっておらず、制御がある程度うまく行なわれたことを間接的に証明しているものと考えられる。

ムダ時間については、3.0 rad./sec. では、従来得たデータとほぼ同じ値であるが、4.0 rad./sec. では短かすぎ、2.0 rad./sec. ではやや長い感じがする。また、3.5 と 2.5 rad./sec. では負のムダ時間となっている。そのようなことが正弦波を目標量とするトラッキングの場合にもしばしば見られることは、以前に増山等 (1965) が発表した。

以上、一通りの分析は行なってみたのであるが、図 3 に一部分を示した本実験データについては、未だほとんど分析は加えられておらず、分析はもっぱら求められたフーリエ係数について加えられた。

目標量，操作量，偏差量を各々  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $e(t)$  とすると，

パワースペクトラム

$\frac{\Phi_{yx}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)}$  から閉回路伝達関数を

$\frac{\Phi_{ye}(j\omega)}{\Phi_{ee}(j\omega)}$  から開回路伝達関数を

求め、本論文で得た結果と合わせ考えることは、今後に残された問題である。

## 要 約

図 1 の装置を用いて、一被験者に Pursuit Tracking を行なわせた。目標量はランダム波を 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0 rad./sec. の折点周波数を持った重根の 2 次遅れ要素のフィルターを通したもので、その外に人間の出力である操作量、目標量から操作量を引いた残りである偏差量とその二乗積分である偏差二乗積分量をレコーダー  $R_1, R_2, R_3, R_4$  に記録させた。積分開始後 1 分の時点でのデータが図 3 に示されている。その図から偏差二乗積分量を計測し、必要な演算をほどこして得たものが表 4 である。目標量の折点周波

数が増大するにつれて、偏差二乗積分量も単調に増大していることがわかる。

本実験の最中、上記の4つの紙記録の外に目標量と操作量をデータ・レコーダーに磁気録音したが、それを再生して図2の装置を通すことによって、(4)~(7)式で示される目標量と操作量のフーリエ係数を得た。得られた生データの一例を図4-A、図4-Bに示す。フーリエ係数から(8)~(13)式を用いて人間の閉回路周波数伝達関数  $G(j\omega)$  のゲインと位相が計算されるが、その結果は、フーリエ係数と共に表5に示されている。ボード線図は、図5-A~図5-Eである。

それらの図は、いずれも実測値のチラバリが大きく、キレイな結果とは言い難いが、実測値の傾向から判断すると(14)式の伝達関数の適合が予想される。

得られた伝達関数は、(22)~(26)式に示されており、対応する理論曲線は、図5-A~図5-Eに実線で描かれている。

(22)~(26)式を見ると、ゲイン定数はいずれももっともらしい値となっているが、ムダ時間に関しては短かすぎたり、長すぎたり感じられるものもある。

以上一通りの分析は行なったが、本実験結果のより詳細な検討は今後行なわなくてはならないであろう。

## 参 考 文 献

- Krendel, E. S. 1954 Interim report on human frequency response studies. Tech. Report 54-370, Wright Air Development Center, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio.
- Licklider, J. C. R. 1960 Quasi-linear operator models in the study of manual tracking. Part 3 in Luce, D., ed., Developments in mathematical psychology. The Free Press of Glencoe, Illinois.
- 増山英太郎, 小保内虎夫, 田代光子, 1965 目標波型とその表示方法の相違による人間伝達関数の変化, 第10回日本航空宇宙医学心理学会例会発表抄録