

# 非 0 和ゲームにおける 行動原理について\*

沼 田 久

1. zero-sum two-person game においては、各 player の行動原理として min-max 原理を採用することが妥当であるということが認められているが、non-zero-sum game の場合には、zero-sum two-person game における min-max 原理ほどの有効性をもった行動原理は見当らない。特に non-cooperative game における player の行動原理がどのようなものであるべきかという問題は、時には非生産的にすら見える。non-cooperative non-zero-sum two-person game の典型とも言うべき prisoner's dilemma game について若干考えてみよう。

この game の payoff matrix の一般型は

$$\begin{array}{cc} & b_1 & b_2 \\ \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \end{array} & \left[ \begin{array}{cc} (R, R) & (S, T) \\ (T, S) & (P, P) \end{array} \right] \end{array}$$

(ただし  $S < P < R < T$ )

で与えられる。

この game では、個人レベルでの合理性で行動すれば、すなわち相手の利得を考慮に入れることなく自己の利得のみに注目して min-max 原理によって行動すれば、player I は戦略  $a_2$  を、player II は戦略  $b_2$  を選びそれぞれ利得  $P$  を得る。ところが明らかに両 player にとって、ともにより良い結果  $(R, R)$  があるにも拘らずそれを実現することができないということになり、直観的にみてこの game に min-max 原理を単純に適用することは十分に妥当なものであるとは考え難い。

だが次のようにも考えることができるかも知れない：

同じ種類の商品を扱う二つの商店があるとする。売り上げ利益を増加させることは両

\* 原稿受領 1970 年 12 月 22 日

者共通の関心である。しかし、相手方が自分の店よりもより繁栄して、自分の客をとられてしまうようなことが起りはせぬかということ、つまり相手方との較差もまた重大な関心事である。このような見方からすれば、上記の prisoner's dilemma game において相手方の payoff と自分の payoff との差を考えて、それを payoff とみなした較差行列の zero-sum game

$$\begin{array}{c} b_1 \quad b_2 \\ a_1 \left[ \begin{array}{cc} 0 & S-T \\ T-S & 0 \end{array} \right] \\ a_2 \left[ \begin{array}{cc} 0 & S-T \\ T-S & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

が実際には play されるのだということになる。このようにした game では明らかに  $(a_2, b_2)$  が saddle point であり、もとの game で両 player の選ぶ戦略が  $(a_2, b_2)$  であるのは当然ということになる。

しかし実際にはこの両商店は相手方の貧乏ばかりを願って行動するわけでもない。やはり毎日毎日の利益をあげなければならないと考えるであろうし、客が全体として増加することは良いことであると考えよう。

zero-sum game においては、相手方は決して協力することのできない存在であったから、min-max 原理は十分に合理的な行動原理であり得た。しかし non-zero-sum game の場合は、game の相手方は敵でもあるが時には味方ともなり得る存在である。そのような事情をどのようにして formulate したらよいであろうか。cooperative game, bargaining game という形で考える方向もあるけれど、以下にひとつの試みを述べてみよう。

2. two-person game を考える。player I のとり得る純粋戦略の集合を  $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ , player II のとり得る純粋戦略の集合を  $N = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$  とする。player I が  $a_i$  を、player II が  $b_j$  をそれぞれ相手方の選択と独立に選んだときの player I の利得行列を

$$A = [a_{ij}],$$

player II の利得行列を

$$B = [b_j]$$

とすると、この game の payoff matrix は

$$\begin{array}{c}
 b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n \\
 \left. \begin{array}{l}
 a_1 \quad (a_{11}, b_{11}) \quad (a_{12}, b_{12}) \quad \dots \quad (a_{1n}, b_{1n}) \\
 a_2 \quad (a_{21}, b_{21}) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 \vdots \quad \vdots \quad \dots \quad \dots \quad \vdots \\
 a_m \quad (a_{m1}, b_{m1}) \quad \dots \quad \dots \quad (a_{mn}, b_{mn})
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

となる。ここで更に実数  $r, s, t, u$  が与えられているものとして player I はなるべく大きな

$$ra_{ij} + sb_{ij}$$

を得ようとして行動し、player II はなるべく大きな

$$ta_{ij} + ub_{ij}$$

を得ようとして行動するものと考えことにしてみよう。すなわち player I はあたかも payoff matrix が

$$rA + sB$$

の zero-sum two-person game が与えられた (player I は maximizer として、player II は minimizer として) かの如く行動し、player II はあたかも payoff matrix が

$$tA + uB$$

である zero-sum two-person game が与えられた (player I は minimizer として、player II は maximizer として) かの如く行動するものと考えるのである。そしてこの結果 player I が  $a_i$  を、player II が  $b_i$  を選んだとすれば実際の利得は player I は  $a_{ij}$ 、player II は  $b_{ij}$  であるとしておくのである。

この場合、 $r, s, t, u$  は自己および相手方を考慮に入れる際の「重み」と解釈することができる。player I は自己の利益を重み  $r$  で、また相手方の利益を重み  $s$  で考慮して行動し、player II は自分を重み  $u$  で、相手方を重み  $t$  で考慮に入れて行動するということを意味することになる。 $r \leq 0$  や  $u \leq 0$  ということは通常考え難いから  $r > 0$  かつ  $u > 0$  の場合を考えることになると、規準化のような考え方で

$$r=1, -1 \leq s \leq 1$$

$$-1 \leq t \leq 1, u=1$$

の範囲に限定することも可能であろう。以下断りのない限り上の範囲で考えることにする。

もとの game がそれぞれの player によって上記の game を play するかの如く変わったとしてもそれは単に  $a_j$  の代りに  $a_{ij}+sb_{ij}$  を, また  $b_{ij}$  の代りに  $ta_{ij}+b_{ij}$  を考えることにしただけのことで, 何ら新しい事態にはなっていないように見える。しかし

- ①  $s=t=0$  の場合はもとの game そのまま。
- ②  $s=t=-1$  の場合は前述の prisoner's dilemma game の場合に考えた較差行列の game を考えることになる。
- ③  $s=t=1$  の場合は両者の利得の和をなるべく大きくしようとする cooperative game によく似たものになる。

ということを考慮すれば, 行動原理の違いや, 協力, 非協力という game の規約ないしは構造上の差異が  $r, s, t, u$  の値の変化によって表現できるということを意味し, 両種の game の統一的取り扱いの可能性あるいは, cooperative game と non-cooperative game との中間的な game を考える可能性が生じて来たことになるのである。

3. case ③ を prisoner's dilemma game の例で考えてみる。この場合には player I は payoff matrix が

$$\begin{matrix} & b_1 & b_2 \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2R & S+T \\ S+T & 2P \end{bmatrix} \end{matrix}$$

である zero-sum game における maximizer (彼にとっては player II は minimizer となっている) として行動することになり, player II はこの同じ payoff matrix の zero-sum game の maximizer (彼にとって player I は minimizer として行動すると考える) として行動することになる。

(イ)  $2P < S+T < 2R$  の場合

この時は明らかに戦略の組  $(a_1, b_1)$  が実現して, player I の利得は  $R$ , player II の利得も同様に  $R$  となり両者にとって望ましい結果が生じたことになる。

(ロ)  $2R < S+T$  の場合

player I にとっても player II にとっても混合戦略

$$\left( \frac{S+T-2P}{2(S+T-P-R)}, \frac{S+T-2R}{2(S+T-P-R)} \right)$$

が最適であり, そのとき両 player が実際に得る利得は等しく

$$\frac{1}{4(S+T-P-R)^2} \{ R(S+T-2P)^2 + P(S+T-2R)^2 + (S+T)(S+T-2P)(S+T-2R) \}$$

であり, これは  $R$  より大であるが  $\frac{S+T}{2}$  より小である。

通常のコオペレーティブゲームならば(四)の場合は両者の利得の合計の最大値  $S+T$  が得られるから, 両者とも  $\frac{S+T}{2}$  ずつを得ることが出来るはずである。従って case ③ では cooperative game と non-cooperative game の中間に位置する game を得ることが出来たことになる。