ゼノンの逆説をめぐって I

武 隈 良 一

Les arguments de Zénon d'Élée contre le mouvement ont été discutés bien des fois. Si c'était une raison pour n'y plus revenir, quel problème important de philosophie ne mériterait d'être délaissé ?

V. Brochard. [1].

§ 1. 問　　題

ゼノンの逆説はアリストテレスの「自然学」（Z 9）に次のように書かれてある［2］［3］。

「運動にかんするゼノンの議論は4つあって，それらは解決しようとする人々に困惑を与える。

(1). まず第1の議論は，移動するものは，目的点へ達するよりも前に，その半分の点に達しなければならないがゆえに，運動しない，という論点にかんするものである……。

(2). 第2の議論はいわゆる「アキルレウス」の議論である。すなわち，走ることの最も遅いものですら最も速いものによって決して追い着かれないであろう。なぜなら，追うものは，追い着く以前に，逃げるものが走りはじめ

た点に着かなければならず，したがって，より遅いものは常にいくらかずつ先んじていなければならないからである，という議論である。

(3). 第3の議論は，今しがた述べられたもので，移動する矢は停止しているというのである。(あらゆるものは，それが自己自身と等しい場所（空間）を占めるときは常に静止している。しかるに移動するもの（運動体）は今（瞬間）において常に自己自身と等しい空間を占めている。したがって飛んでいる矢は動かない，とかれは言うのである。)

(4). 第4の議論は，競走場において，1列の等しい物塊の傍を，反対方向に，1方は競走場の終点から，他方はその折返し点から，等しい速さで運動する2列の等しい物塊にかんするものである。この議論では，ゼノンは，半分の時間がその2倍の時間に等しいという結論になると思っている。」

以上の4問を少しく詳説してみよう。[4].

(1).「2分割」.「半分の点」というのを，出発点を基準として全体の距離の½の地点，¼の地点，⅛の地点，……というように後向きにとるか，または½の地点，¾の地点，⅞の地点，……というように前向きにとるかによって，2通りの解釈が可能である。しかしいずれの場合でも「運動体がある距離の端まで到達するためには，無限個の点を――すなわち最後の項というものがない項の系列の最後の項までを――通過しなければならない」。これは論理的に困難なことがらなので運動は不可能であるというのである。

(2).「アキルレウス」. アリストテレスはこの問を(1)と本質的には同じ構造のものとしてとらえている。すなわち「この第2の議論も（さきの）2分割するのと（原理的には）同じ議論であるが，次々にとられる大きさを2つに分割しないという点でそれと異なっている。そこで，この議論から，より遅いものは追い着かれないということが結論されるのであり，この議論はさきの2分割法と同じ論法に沿ってすすむのである。というのはどちらの議論においても，大きさが何かの仕方で分割されることによって，目標点へ達しないということが結論されるからである。」[3]。

(3).「矢」。これに関してアリストテレスは「この議論は時間が今（瞬間）

から成ると仮定することから生ずる……。」と附加えている。[3]。[5]。

(4).「競走場」。

第 1 図

A A A A

$B_4B_3B_2B_1 \longrightarrow$

$\longleftarrow C_1C_2C_3C_4$

第 2 図

A A A A

$B_4B_3B_2B_1 \longrightarrow$

$\longleftarrow C_1C_2C_3C_4$

競走場において，1列の物塊（AAAA）の傍を，相等しい2列の物塊（BBBB）と（CCCC）が反対方向に等しい速さで運動するとする。最初3つの列は第1図のような位置にあったとし，一定時間ののち第2図のような位置を占めるにいたったとする。そして議論の前提として，空間と時間とに最小単位があり，最小単位の距離を移動するのに最小単位の時間を要するとする。この列では物塊の各々が空間の最小単位を示すものとする。そうすると半分の時間がその2倍の時間に等しいことになる。なぜならば，Bの先端 B_1 はA全体の半分（2コマ）を通過するのに2単位時間を要するが，それと同じ時間内に C_1 はB全体（4コマ）を通過することになり，それには4単位時間を要することになるからである。すなわちBもCも同じ時間内に第2図の位置になっているので，一定の時間（B_1 がAの2コマを通過する時間）はその2倍の時間（C_1 がBの4コマを通過する時間）に等しいということになる。[3. p. 449.]。

以上をまとめると，(1)(2)は空間および時間は無限に分割できて，これ以上分けられない最小単位というものはない，という前提（これを［A］とおく）に立っている。他方(3)(4)は空間および時間は無限に分割できるものではなく，これ以上分けられない最小単位というものがある，という前提（これを［B］とおく）に立っている。したがってゼノンが運動を論駁する議論は次の形に述べられる。

「運動を考えるとき，その前提として空間と時間の構造は［A］か［B］のいずれかである。［A］ならば(1)(2)の逆説（背理）が導かれ，［B］ならば(3)(4)の逆説が導かれる。したがって，いずれにしても運動を想定すること

は逆説を生むので，運動なるものはあり得ない」と。

§ 2. アリストテレスの解法

アリストテレスはこれらの問題に対して以下に述べる解法をあたえた。

まず(3)と(4)の逆説を前提［B］の否定によって処理した。「飛んでいる矢は動かない，とかれらは言うのである。だがこれは偽りである。なぜなら，時間は，他のどんな大きさも不可分割的なものどもから成るのではないように，不可分割的な今（瞬間）から成るのではないからである。」［3］。

前提［B］を否定するアリストテレスの見解は他の箇所でも幾度となく繰返えされ，証明されている。一般に点は線分の部分ではなく，今（瞬間）は時間の部分ではない。その上今（瞬間）においては運動も静止も本来あり得ないと述べている。

次にアリストテレスは前提［A］を是認するが，これから導かれる(1)(2)の逆説については，その推論の誤りを以下のように指摘している。

(1)の議論においては，「有限な時間において，無限なものども（点）を通過することができない，あるいは無限なものどもと1つ1つ接触することができないという誤った仮定に立っているのである。というのは，長さも時間も，あるいは一般に，連続的なものはすべて，二様の意味で無限と言われるのであって，

(a)　分割にかんして無限であるか，

(b)　際限にかんして（つまり量的に）無限であるか，

のどちらかである。ところで，有限な時間においては量的に無限なものどもと接触することはできないが，分割にかんして無限なものどもと接触することはできる。というのは，この（分割にかんしてという）意味で時間自身も無限だからである。したがって有限なものども（時間）によってではなく，無限なものども（時間の無限可分点）によって無限なものども（長さの無限可分点）と接触するということになるのである」［3．p．228．6巻2章］。

(2)の議論においてはアキレスが亀に追い着かない地点が無限個あるとい

う外に「この議論には，追跡にかけては名高い最も速いもの（アキｌレウス）でさえも最も遅いものに追い着かないということが付け加わっている」[3]。これは追い着かない点が無限個あることと，アキレスが亀に追い着く点がそもそもあり得ないということとを同一視したものであり，議論としては ignoratio elenchi（論駁の無知）である。「したがって，これら2つの議論の解決も同じでなければならない。先んじるものが追い着かれないと想定することが誤まっている。たしかに，先んじるものは，先んじているときには，追い着かれない。しかし，それにもかかわらず，――もし有限な距離を（有限な時間に）通過することを許しさえすれば――追い着かれるのである」[3]。かくして追い着くまでに通過すべき有限の距離が想定されるならば，あとは問題は完全に(1)の「2分割」と同じ形になる。すなわちいま想定された有限の長さの距離が，亀の前進した地点によって無限に分割され，アキレスは終局点（亀に追い着く地点）に到達するためにそれらの無限個の点に触れなければならぬ，という形になる。したがって(1)と同様に解くことができる。

§3. アリストテレスの解法の限界

さて，今述べたアリストテレスの解法によって，ゼノンの問題はほんとうに解決されたと言えるであろうか。問題の核心は「これが最後という項をもたない項の系列の，最後の項までを通過する（触れつくす）ことは，いかにして可能であるか」にある。無限個の区分点が引起すこの問は，無限に分割される線分の長さが量的に有限であろうと無限であろうと，それに関わりなく問われる問である。すなわち無限の意味を2つの区別によって分けたとしても，解決に何らの寄与をもなすものではない。

したがって(2)の議論においても，有限の距離の通過を許したとして，いつどこでアキレスが亀に追いつくかが答えられたとしても，問題の核心である「いかにして」追い着くか（無限個の点に触れつくすか）という問に，答えたことにはならないであろう。

またもしアリストテレスのように，通過に要する時間は，通過された距離と対応して無限に分割されるというならば，「無限個の項の系列の最後の項までをいかにして触れつくすか」という問は，こんどは時間そのものについて問われることになり，問題はいぜんとして残ることになる。

この点についてはアリストレス自身も気付いており「(上に述べた）解決は質問する人にたいする答としては十分であるが（というのは，有限な時間において無限なものどもを通過すること，あるいは数えることができるかどうか，ということが質問されていたからである），にもかかわらず，事態と真理とに対する説明としては十分でない」[3．p．348．第8巻第8章］と注意している。

アリストテレスは根本的解決として可能態と現実態を持出す。無限個の区分点を認めるならば，線も時間も運動も連続的ではなくなる。連続的なものの中には無限個の区分点が確かに含まれてはいるが，それは完全現実的に（現実態）あるのではなく可能的に（可能態）あるにすぎないのである。したがって区分点が完全現実的にあるものとすれば，運動は連続性を破壊し断続的となる，という。

「それゆえ，時間においてせよ，長さにおいてせよ，無限なものどもを通過することができるかどうかを質問する人に対しては，或る意味ではできるが，他の意味ではできないと答えるべきである。すなわち，無限なものどもが完全現実的にあるとすれば，それらは通過することはできないが，可能的にあるとすれば通過することができる。というのは，連続的に運動する人は，付帯的な意味で無限なものどもを通過しおえたのであって，無条件な意味で通過しおえたのではないからである。というのは，半分（区分点）のものどもが無限にあるということは，線にとっては，付帯的なことにすぎず，その実体すなわちそのあり方は，それとは異なっているからである。」[3．p．349–350．第8巻第8章］。

しかしながら，可能性とは現実化が不可能でないことを意味するならば，アリストテレスの今述べた解決も真の解決とはいえまい。

運動体が通過する無限個の区分点について，その「可能態において」「現実態において」という区別を設けてみても，論理的には前者は後者に依存し，完全現実的に無限個の区分点の存在が予想されていなければ，そもそも「可能態としての」点について語ることはできない筈である。そして無限個の区分点の存在が論理的に否定されない限り「最後の項がない項の系列の最後の項までを通過する（触れつくす)」という論理的困難は克服さるべくもなく，この点アリストテレスの解決は問題の核心をそらしたというに止まる。つまり彼の答は「論理的には不可能であるが，事実上は可能である」と答えたのと同じことになる。

そもそもゼノンの問は哲学の歴史において，どのような論争から発せられたものであろうか。ゼノンの意図したところは，師パルニデスの弁護にある。パルニデスの立場は，何を「実在」とよび「事実」とよぶかに際して，「思惟される事実」と「感覚される事実」との完全な区別を認め，前者がロゴス（論理）の判定によって受入れられるものならば「事実」と認め，後者は「事実」とは認めないというのである。

たしかに運動体はわれわれの目前である距離を通過し終え，アキレスはたちまち亀を追い越し，矢は空を切って飛んで行くであろう。これらは疑えない感覚的事実であるかも知れない。しかし他方ロゴスの上では，運動の概念はゼノンの指摘どおりに困難と逆説を含むということも，これまた確かな思惟的事実である。このときどちらを「事実」と認めるかは，パルメニデスの要請によれば，ロゴスの判定に従うべきであるというのである。運動という感覚的事実は，ロゴスの判定によれば，困難と逆説を含むので，これは「事実」とは認められない，すなわち運動はたんなる虚妄であると斥けるのである。

ゼノンの問にまともに答えるには，「実在」や「事実」の決め方についての約束を守り，その定義の下に論議をしなければならない。したがって「論理的には不可能ではあるが，事実上は可能である」では答にはならない。答

を受取る立場は「論理的に不可能」ならまさに「事実上」も不可能なのであるから。

§ 4. 前提 [A] の再検討

このようにして，前提［A］の上に立つ議論は，行詰りを感じさせるものがあるが，さりとて前提［B］に立返えることもできない。というのは空間的距離の無限分割可能性を疑い得ないからである。前提［A］のもとに示される論理的困難の核心は，運動体が通過して行く距離が無限個の区分点をもつのに対応して，運動そのものもまた，思考の上で無限個の段階に区分されるという点にある。

そこでわれわれはもう一度空間的距離と運動，ひいては時間に関するアリストテレスの見解を確かめ，それを手がかりに前提［A］を再検討し，解決への道を如何にかして見出そうとするものである。

アリストテレスの立場は次の通りである。

(I)　量一般（これは「それに内在する 2 つ以上の独立な部分に分割され得るもの」と規定される）を，連続量（無限分割可能なもの）と非連続量（無限分割不可能なもの）の 2 つに分類し，時間と運動と空間的距離を，いずれも連続量に属するとみなす。したがってこの 3 者は無限分割に関して同じ資格にあるという。

(II)　ただしこの 3 者の同等な取り扱いは，「時間は運動にしたがい，運動は空間的拡がりにしたがう」という関係においてのみ行われ，全く同等であると考えることには疑問を残している。

すなわち「運動や時間もまた，……それ自らが分割されうるものであるがゆえに，この意味で量であり連続的なものであると言われる……。ただしここで「分割されうるもの」と私の言うのは，運動しているもの自らのことではなくてこのものの運動する場所のことであり，そしてこの場所が或る量であるがゆえに，そこでの運動もまた量なのであり，またこれが量であるがゆえにそれの（運動する）時間もまたそうなのである」[6] と述べているが，

その意味は「運動と時間が量といわれるのは，それ自身が分割可能であるからではなく，ただ運動体が通過した空間的距離が分割可能であることによる」というのである。

そこで前提［A］を再検討するならば，上の（Ⅰ）の線に沿うか，（Ⅱ）の線に沿うかのいずれかになる。この2つが歴史の各時代において，どのような形態で考えられたかを知るために，この観点に立ってカジョリの歴史的研究[7]を読返してみるのも興味深いことではあるが，ここでは時代を急速に下って19世紀末から20世紀にかけてどのような思考がなされたかについて述べよう。

（Ⅰ）はB・ラッセルがK・ワイエルシュトラス，R・デデキントおよびG・カントールの数学的業績を用いて議論を進めた方向によって代表され，他方（Ⅱ）はH・ベルグソンの哲学的思索によって代表される。

§5.　ラッセルの解法

ラッセルの解法は[8]にあるが「連続」と「無限」を数学にしたがって，はじめから困難の起らぬように規定し，その際「数的連続」(arithmetical continuum）に関する次のポアンカレの注意を取上げている。

「かくして考えられる連続はある順序で並べられた個体の集団にすぎないものであり，無限数ありながら，しかし互いに外的な関係にあるのである。これは通常の概念とは合わない。通常の概念では，連続の要素の間にそれらを一括するある種の緊密な絆の存在が想定され，また点は線に先行せずに，線が点に先行している。著名な定則でいえば，連続は多における一であり，多のみが存在し，一は消え失せる。」[9]。

連続が要素から成立しているか否かは，つねに未解決の問題として取残され，連続が要素を含むことを許されたときでさえなお要素から成立していないとしばしば主張されてきた。しかしこの後者の見解は空間と時間のような連続に関してのみ言えることである。数的連続は，定義によって選ばれ，定義の影響をうける要素からなり，少なくとも実例として，たとえば有理数の

部分などのように，具体的に知られる対象（object）である。空間と時間およびその連続性に関して，哲学者によってひき起こされた精密で矛盾した理論は，要素から成立している連続というものの否定から得られるのである。カントールの連続はこの否定から自由であるというのがラッセルのテーゼである。時空の連続性がカントールの連続に類することの可能性を認めることができる以前に，このテーゼを確立しておかねばならないとラッセルは言う。したがって彼は議論される連続は現実の（actual）無限小の容認を巻込まないものと仮定した。

さらにラッセルはこう述べている。本人は夢にも関係があるとは思わなかったであろうが，ワイエルシュトラスはゼノンの議論から数学のルネッサンスの基礎をきずいたという［10］。彼は無限小の使用を数学から厳密に追放することによって，ついに，われわれは不変の世界に住んでいること，および飛んでいる矢はまさしく静止している，ということを示した。ゼノンの唯一の誤りは「なぜならば変化の状態というものは存在しないので，世界はある時においても他の時においても同じ状態にある」と推論（もし推論したとすれば）したことにある。これは決して当然の結論ではないのである。そしてこの点ではこのドイツ数学者は発明の才能のあるギリシア人よりも一層建設的であった。真理に親しむためには常識の卑俗な偏見を無視するという立場をとる数学において，ワイエルシュトラスは彼の見解を具体化することによって，ゼノンの逆説に平凡性という尊敬すべき風采を与えることができた。

「2分割」の議論によると，1つの運動が起こると仮定したときはいつでも，他の運動の起こることが前提されており，これはまた別の運動を前提するというように順次につづき，無限にまでいたる。したがって何にかしら運動といえば，その観念は果てしない背進（regress）を生ずる。「2分割」の議論は算術の形式で次のように言える。2つの限られた限界0と1との間のすべての実数からなる変数 x を考える。その値のクラスは無限全体（infinite whole）であり，その部分を指示した場合に部分は全体に対して論理的に先

行している。なぜならば，無限全体は部分をもち，部分のいかなるものでもそれが欠けたならば無限全体は存在しないからである。かくして0から1までの数は0から½までの数を前提とし，これはまた0から¼までの数を前提としている。以下同様。したがって無限全体の概念には無限の背進がおこる。しかしこのような無限全体という概念なしには，実数は定義され得ないし，無限級数に応用される数的連続は破壊されてしまう。

そこでラッセルは言う。無限の背進には2つあり，結果的に異議を生ずるもの (objectionable) と異議を生じないもの (unobjectionable) がある。いま次の例,「2つの人民が同じ観念をもっていると言われるのは，彼等が似ている観念をもっているときである。そして観念が似ているのは，それが同一の部分を含んでいるときである。」を考えよう。このとき観念が観念でないような部分をもっていたならば，かかる定義は論理的に異議を生ずる。しかし観念の部分が観念であるならば，観念の同一があられる場において定義は順次代用されていく。以下同様。すなわち命題の意味が問題になっている場では，定まった意味をもつ命題に決して到達しないので，無限背進は異議を生ずる。つまり上の例は無限背進が異議を生ずる例である。

しかし多くの無限背進はこの形式をとらない。Aが命題でその意味が完全に定まっており，AならばB，BならばC，以下同様となるならば，全く異議を生じない無限背進をもつことになる。これは含意が総合的 (synthetic) 関係であり，しかもAが命題の集合ならば，AはAの部分である命題を包含し，これは決してAを包含する命題がAの部分であることを意味しない。かくして既述の前者の場合のように，Aが意味を獲得する以前に無限背進を完了する論理的必要性はない。したがって，全体が数の無限のクラスであるとき，全体における部分の含意が後者の種類であることが示され得るならば，ゼノンの「2分割」によって示唆された背進は，その痛みを失うであろう。

そもそも全体は外延的 (extensionally) と内包的 (intensionally) に定義される。前者はその項を枚挙することにより，後者は項のクラスとして定義する。外延的全体は枚挙するので有限であることが必要である。したがって

もしも無限であれば枚挙以外の方法で知る必要がある。これがまさしくクラスという概念が効果を発する所以であり，クラス概念が明細に述べられたとき，全体（その部分がクラスの項であるもの）が定義されるのである。そして個物は問題になっているクラスに属するか，または属さないかのいずれかである。クラスの個物はクラスの全体（外延）の部分であり，集団的にとらえられたこの外延に論理的に先行している。しかし外延それ自身は特殊の個物と何ら関係なしに定義され，クラスが項を含んでいないときでさえ正真正銘の実体として存在する。そしてこのようなクラスにおいて，それが無限であるというのは，クラスが項をもっているが，その項の数が有限でないこと――また命題がすべての有限の数を枚挙するという不可能な過程を経ずに成立することを意味する。そしてこのようなことが，0と1との間の実数の場合にまさしく起るのである。それらは一定のクラスをつくっていて，その意味は実数と0，1および間によって意味されるものを知りさえすれば直に分るものである。クラスの特別な員と含まれるより小さなクラスは，論理的にクラスに先行していない。かくして無限背進はたんに，実数または有理数のすべての切片（segment）は再び切片であるところの部分をもっているという事実と両立する。しかしこれらの部分は論理的に切片に先行していない。したがって無限背進は完全に無害（harmless）である。かくして困難の解決はクラスの外延の理論と内包的定義のなかに求められる。これを以てゼノンの第1の議論への答となされるが，まさしくそれは算術におけるものと同じである。

ゼノンの第2の議論は最も有名である。この論議を算術のことばで飜訳すると，2つの無限のクラスの1対1の相互関係である。もしアキレスが亀に追いついたならば亀の走路（course）はアキレスの走路の部分である。しかし，おのおのは各瞬間において自分の走路のある点に位置するので，アキレスの位置と亀の位置との間に1対1の相互関係が同時におこる。このことから亀は，あるあたえられた時間内に，アキレスが経過した位置と丁度同じ数だけ経過する。したがって――次のように結論しようと希望するのである

が――亀の経路がアキレスの経路の部分であるべきことは不可能である。この点は純粋に順序（ordinal）の問題である。算術によって説明すると次のようになる。例えば，$1+2x$ と $2+x$ を考え，x は0と1との間の数（両端を含む）とする。$1+2x$ の各値に対して $2+x$ の値が1つしかも1つだけ存在する。そして逆も成立する。したがって x が0から1へ大きくなるとき $1+2x$ の値の個数は $2+x$ の値の個数と同じである。しかし $1+2x$ は1から3まで，$2+x$ は2から3まで動くので，$2+x$ の値の個数は $1+2x$ の値の個数の半分でなければならない。この容易ならぬ困難はカントールによって解決されており，連続の哲学よりも無限の数学に属するものである。

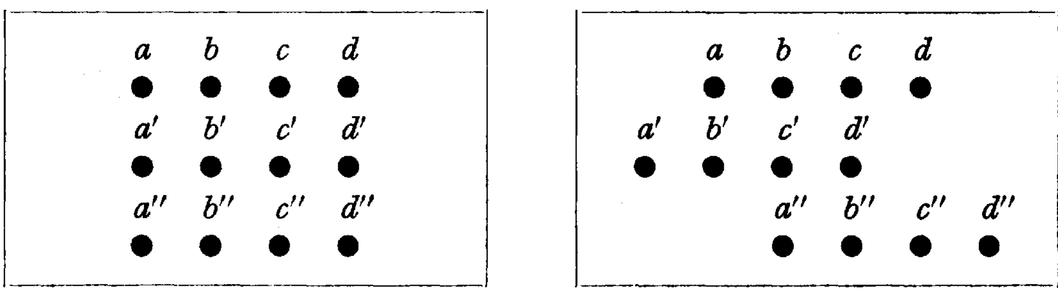
つまりゼノンにしてみれば，「部分（無限項を含むときでも）は全体（無限項を含む）より小さい」という命題があるので，アキレスが亀に追いつくとこの命題がくずれるというのである。ラッセルは，部分が全体より必ずしも小さいことはなく同じ大きさであることもあるので，この命題を排除するとゼノンの逆説は消失するというのである。

第3の議論は飛矢に関するものである。「あらゆるものは，それ自身に等しい空間において静止している，そして運動するものはつねに各瞬間において，それ自身に等しい空間を占めているので静止している。したがって飛んでいる矢は動かない。」これは一般に，本気で議論するのに価しない程の，途方もない逆説であると思われている。しかしラッセルは，「これはきわめて基本的な事実のきわめて平明な叙述に思われ，これを無視したために変化の哲学は長い間泥沼におち入ったのである」と自分自身に告白せざるを得ないという。では「きわめて基本的な事実」とは何であるか。それは「ある変数のあらゆる可能な値は定数である」[11] という手近かな例がある。すなわち，もしも x が0から1までのすべての値をとることができる変数ならば，取ることのできるすべての値として1/2または1/3という一定の値をとると，可能な値は2つの定数だけになる。このことは一般に連続変数の場合においては現実の無限小（actual infinitesimal）を否定するものである。なぜならば，無限小とは「ただ変数にのみ属する変動性を，その変数がとるす

べての値にまで及ぼそうとする試み」であるからである。そこでひとたび変数のすべての値が定数であるように確立されると，上の例のように，x が連続変数であっても 2 つの定数だけをとることによって，それらの差がつねに有限であることが容易に見定められ，したがって無限小的な差は存在しなくなる。差をして予め選んだものより小ならしめることはできる。しかしその場合でも差はやはり有限である。可能な差の下限は 0 ではあるが，あらゆる可能な差は有限である，という点において矛盾の影は存在しない。変数に関するこの静的理論は数学者に負うものであり，ゼノンの時代にこの理論がなかったばかりに，連続的変化は運動（変化）の状態なしに不可能であるかのようにゼノンに思わしめてしまった。すなわち無限小がもつ試みを運動に適用すると，運動の状態——それは無限小を含意し，物体が存在する場所にそれが存在しないという矛盾を含意する——の否定となるのである。

第 4 の議論は量に関するものである。これはノエル［12］が指摘したように，拡がりのなかに最小単位（分割できないもの）を認める者に反駁してなされるもので，第 1 と第 2 の議論は無限の分割可能を認める者を論駁するものである。

まず個々の瞬間と個々の場所を考え，運動とは，ある瞬間において物体がこれらの個々の場所の 1 つにあり，他の瞬間には他の 1 つの場所にあるもの，と考える。



上図において 3 本の平行線は 4 つの点からなっている。第 2 の線は 1 瞬間に左へ各点が 1 だけ移動する。第 3 の線は同じように右へ移動する。そのとき瞬間は最小単位なので，c'' と同位置にあった c' は a'' と同位置にくる。この結果 c'' は 1 瞬間の間に b'' をも通りこすので，1 瞬間は 2 つの瞬間に

分割される。これは瞬間を分割できないものと認める仮定に反する。

ラッセルはこれを次のような形式で説明した。最小距離を dy，最小時間を dx であらわしたとき，右への移動は $dy/dx=1$，左への移動は $dz/dx=-1$ となる。このとき $\frac{d}{dx}(y-z)=2$ となり，これは「すべての導関数の値が ± 1 のいずれかになる」という原理に反するのと同じであると。

ゼノンの議論に対してエヴラン [13] は，分割できない単位を認める支持者なので，a'' と b' とは互に全くすれ違わないのであると抗弁している。なぜならば，瞬間は分割できないものなので——これが仮説である——われわれが言えるすべてのことは，1つの瞬間に a' は a'' の上にあり，つぎの瞬間に c' が a'' の上にあるということだけである。瞬間と瞬間との間には何事も起らないので，a'' が b' とすれ違ったと考えることは，運動の連続性に対して，秘められた懇請によって，論点を巧みに回避しようとするものである。この抗弁はラッセルも運動の場合には正しいと認めている。時間と空間の2つは，拡がりに加うるに距離にぴったり密着することによって，積極的な矛盾なしに離散的であると考えられる。このとき幾何学，運動学，力学は偽りになるであろうが，しかしそれらが真であると考える十分な理由は存在しない。算術の場合には，存在の経験的問題は包含されないので，問題はまた別である。この場合には，導関数に関する上の議論から分るようにゼノンの議論は絶対に正常である。数は実体でありその性質は問題の彼岸に打ちたてられている。そして数のなかでは，起り得る連続性のさまざまな形式は積極的な矛盾なしには否定され得ないのである。この理由により，連続性の問題は空間，時間または運動との関連よりも，数との関連においてより良く討議される。

以上によりゼノンの議論は多くのものを証明したが，われわれに知らされたところでは，その議論は連続体がいかなる矛盾であろうとそれを含むことを証明することはなかった。ゼノンの時代以来連続体に対する攻撃はなにか新しいまたはより強力な武器によって執り行われることはなかった。したがって若干の注意としてカントールの連続性の原理をここに記し留めておこ

う。

カントールが連続体（continuum）の名称をあたえた概念は，勿論辞書においてまたは辞書以外において他の名称でよばれているかも知れない。そして彼の連続体はこれまでの連続体とは全く異なるものであると確言されていることはすべての人に知られている。しかしこの言葉上の問題は全く取るに足らぬことである。カントールの功績は他の人々が述べた意味にはなく，彼が意味したものをわれわれに語った点にあり，唯一の功績は連続性が関わっている点にある。彼は正確にしかも一般的に，純粋に普通の概念で，矛盾からは自由であり，すべての解析学，幾何学，力学に十分であるものを定義した。この概念は現存する数学に前提するものであるが，正確には前提されているものが知られてはいないのである。そしてカントールは，例を用いない明瞭さをもって，空間の系列の極端に複雑な性質を分析するのに成功し，これにより空間と運動の哲学における革命を可能にした［14］。連続体の定義における顕著な点は，(1) 極限の原理との関連，(2) 無限小切手の否定である。これらの 2 点を心に銘記するならば，主題の全哲学は解明されてくる。

無限小切片の否定は長い間公に物議をかもした矛盾を解決するものであるとラッセルはいう。ここに矛盾とは，連続体は要素から成立しておりまた成立していないの両立である。今や分ったことはこの両方が異なる意味で言えるということである。すべての連続体は項からなる系列であり，もしも項が分割できないものでないならば，項は連続体の新しい項にともかくも分割できないことはない。この意味で要素は存在する。しかし隣接せる項を順序要素とよばれるであろうところの構成物として，それらの非対称関係とともに考えるならば，この意味で連続体は要素をもたない。すなわちもし拡がりは本質的に連続であると受取るならば，少なくとも 2 つの項から成り立っていることになり，要素としての拡がりは存在しないし，そして一方もしも連続体に距離というものが存在するならば，同様に要素としての距離は存在しない。しかしこれらのいずれの場合においても要素に対する論理的根拠はいささかも明らかではない。隣接せる項に対する要求は数学的帰納法に対する不

法な使用から起ったものである。そして距離を認めるとき，小さい距離は大きい距離よりも単純ではないが，距離はすべて同じように単純なものである。また大きい距離は小さい距離を前提とするものではなく，大きさに注目したとき，より小さい距離は全然存在しないという意味で，距離は存在するのである。かくしてより大きい距離または拡がりからより小さい距離または拡がりへとすすむ無限背進は無害な種類のものであり，要素の脱落はいかなる論理的不都合をも引き起こさない。したがって矛盾は解決され，連続体はラッセルが見出し得る限り少なくとも，反論からは全く自由である。

以上はラッセルの所説であるが，彼の議論は運動を最初から所与的全体としてとり扱っているという批判がある。これについては別に述べなければならないが，彼の立場には一応の斉合性が保証されていること丈は言えよう。

(1971. 7. 29.)

［1］ 運動を反駁するエレアのゼノンの論証はいくたびも論議の的にされてきた。もしもそのことが論駁にもはや立ち戻ってはならないという理由になるならば，哲学のいかなる重要な問題が見すてられるのに値しないであろうか。（すなわち，立ち戻らなくてもよいというのならば，哲学のいかなる重要な問題も見すてられてよいということになるのではなかろうか)。

ブロシャール (1848–1907)。Les arguments de Zénon d'Élée contre le mouvement (Études de philosophie ancienne et de philosophie moderne, 1912, p. 3.)

［2］ Heath, T. Mathematics in Aristotle. 1949. p. 134. 以下.

［3］ アリストテレス全集 3. 自然学. 出・岩崎訳. 1968. 第6巻第9章, 258–9頁.

［4］ 藤沢令夫. 運動と実在――ゼノンの運動論駁をめぐって――, (実在と価値, 1969, 272頁).

［5］ 飛んでいる矢に関して P. Valéry (1871–1945) の Le cimeti`re marin（海辺の墓地）のなかの次の詩聯を思い起す。

Zénon ! Cruel Zénon ! Zenon d'Élée !
M'as-tu percé de cette flèche ailée
Oui vibre, vole, et qui ne vole pas !
Le son m'enfante et la flèche me tue !

Ah! le soleil ...... Quelle ombre de tortue
Pour l'âme, Achille immobila à grands pas!
ゼノンよ！ 苛酷なゼノンよ！ エレアのゼノンよ！
わたしを，おまえはこの羽のある矢でつらぬいた。
矢はふるえ，飛び，そして矢は飛ばない！
（矢の）音はわたしを生み，矢はわたしを殺すのだ！
ああ！ 太陽は……魂にとっては何んという
亀の影か，大股で（走って）不動のアキレス！

[6] アリストテレス．形而上学．上．出隆訳．1959．第5巻第13章，188–9頁．

[7] F. Cajori, The History of Zeno's Arguments on Motion. Amer. Math. Monthly, vol. 22 (1915).

[8] B. Russell, The Principles of Mathematics. 1903. (2nd ed. 1937, rep. 1951 による) Chap. XLII. The Philosophy of the Continuum. p. 346–p. 354.

[9] H. Poincaré, Le continu mathématique. Revue de Métaphysique et de Morale. t. 1 (1893) p. 26.

Le continu ainsi conçu n'est plus qu'une collection d'individus rangés dans un certain ordre, en nombre infini, il est vrai, mais extérieurs les uns aux autres.

[10] B. Russell, Mysticism and Logic (1917). V. Mathematics and the Metaphysicians. (江森巳之助訳，バートランド・ラッセル著作集第4巻，昭34)．このなかに有名な次の「数学の定義」がある。

Thus mathematics may be defined as the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true.

[11] Every possible value of a variable is a constant. ([8] Chap. XLII. 332, p. 351.)

[12] G. Noël, Le mouvement et les arguments de Zénon d'Élée. Revue de métaphysique et de morale t. 1 (1893) p. 107–p. 125.

[13] M. Evellin (1836–1909), Encore a propos de Zénon d'Élée. Revue de metaphysique et de morale t. 1 (1893) p. 382–p. 395.

[14] [8] の Part VI. Space. p. 371.