

No.160

整数ナップサックの周期性について
あれこれ

飯田浩志

2013年7月

小樽商科大学商学部社会情報学科

整数ナップサックの周期性についてあれこれ

飯田浩志*

2013年7月2日

あらまし

Kellerer *et al.* の手になる成書に見られる、整数ナップサック問題の最適解の周期性にかんする記述と、その関連事項についてのメモ書き。Huang and Tang (2012) が提案した上界にも触れる。

キーワード: 組合せ最適化; 整数ナップサック問題; 最適解の周期性

Kellerer *et al.* [3, pp. 215–6] にある整数ナップサック問題の最適解の周期性にかんする記述とそれに関連する事柄について、すこし書き留めておく。整数ナップサックは、ともに正の整数である価値 p_j と重量 w_j なるふたつの属性をもつ項 j ($j = 1, 2, \dots, n$) を、重量制限 c があるナップサックへの、価値を最大にする詰め方を問う問題である。ここに、与へられた n 種類の項それぞれの個数は無制限である。個数無制限ということが、周期性ならびに支配関係という、整数ナップサック固有の性質を生む。

以下では、一般性を損なうことなく、記述を簡単にするために、Kellerer *et al.* [3] でいう最も効率の良い項 s を項 1 とする — $\forall j, p_1/w_1 \geq p_j/w_j$. さらに項 j ($\neq 1$) の重量 w_j について、項 1 の重量 w_1 との最小公倍数 $\text{lcm}(w_1, w_j)$ を $\text{lcm}(w_1, w_j) = a_j w_j = b_j w_1$ とする。ここで、支配関係から $a_j = b_j = 1$ の可能性は考えなくてよいことに注意されたい。同じ重量なら、より価値の大きい方が残るからである。

整数ナップサックを式で書くと、各項 j の選

択個数を表す変数 x_j の属する非負整数の集合を $\mathbb{Z}_+ := \{0, 1, 2, \dots\}$ として $z = \max\{\sum_{j=1}^n p_j x_j \mid \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c; x_j \in \mathbb{Z}_+, j = 1, 2, \dots, n\}$ となる。以後、 n 次元ベクトル (x_1, x_2, \dots, x_n) を解と呼ぶ。制約条件を満たす解のうち、 $\sum_{j=1}^n p_j x_j$ を最大にする解を最適解 (それはひとつしかない、とは限らない)、その最大なった値を最適値という。たとえば w_1 が c を割り切る — この先、 $w_1 \mid c$ と書く — とき、 $p_1 c/w_1$ が最適値である。

この整数ナップサックの最適解が周期性を持つことは、よく知られている。どういうことかと云うと、具体的な問題例 (instance) I ごとに決まる、ある $c^{**} := c^{**}(I)$ 以上の c を持つ I では、必ず、項 1 を含む最適解がある、というものである。このことは、十分に大きい c を持つ整数ナップサックの求解時間を短縮する。すなはち、 c から w_1 を引き続け、 c^{**} 未満になったところで最適解を求めるとよい。この c^{**} については、まだ、簡便な求め方は知られていない。

まず、定理 8.2.1 の式 (8.10) で示される、周期の始まりを指す c^{**} への上界 $c_0 := \sum_{j=2}^n a_j w_j$ は、拙稿 [4] で言及したように、やや大きいのではないか。選択した項の総重量がこの c_0 以上であれば、項 1 を含まずとも項 1 と交換できる項がある — 少なくともひとつの項 j ($\neq 1$) については、 a_j 個以上がナップサックに這入つてゐる — といふ主張だけでも、拙稿 [4] で述べたように

$$c_0' := \sum_{j=2}^n (a_j - 1) w_j + \min_j w_j \quad (1)$$

で充分ではなからうか ($n = 2$ かつ $w_1 > w_2$ のとき、両者は一致する)。最も効率の良い項 1 以

* E-mail address: hiroggiida@me.com

外の項 j すべてを考慮した選択のうち、項 1 と入れ替えできるまでに至らない総重量の最大は $\sum_{j=2}^n (a_j - 1)w_j$ で、そこからいずれかひとつの項 $j (\neq 1)$ を項 1 と交換可能にせしめる、もしくは項 1 を取らざるを得ない為には (1) が最小であろう。

これに関連して次の系 8.2.1 について、 $w_1 | (c - c_0)$ のとき、そこで示された式の右辺第二項にある、重量制限を引数に取って最適値を返す函数 $z^*(\cdot)$ の引数が $c - \lfloor (c - c_0)/w_1 \rfloor w_1 = c_0$ なので、もうひとつ項 1 を取れる。つまり $c \geq c_0$ のとき、項 1 を取りうる個数は $\lfloor (c - c_0)/w_1 \rfloor$ ではなく $\lfloor (c - c_0)/w_1 \rfloor + 1$ であり、

$$z^*(c) = \left(\left\lfloor \frac{c - c_0}{w_1} \right\rfloor + 1 \right) p_1 + z^* \left(c - \left(\left\lfloor \frac{c - c_0}{w_1} \right\rfloor + 1 \right) w_1 \right) \quad (2)$$

となろう。とくに、(2) の右辺第二項 $z^*(\cdot)$ の引数については、床函数の性質から $\geq c_0 - w_1 \geq 0$ がいえる。項 1 を含む最適解の存在を主張するのだから、 $c_0 < w_1$ はあり得ない。実際 (1) では例えば $n = 2$ であれば、 $w_1 > w_2$ なら前述したように $c_0' = c_0 = \text{lcm}(w_1, w_2) \geq w_1$ だし、 $w_1 < w_2$ なら $c_0' = \text{lcm}(w_1, w_2) - w_2 + w_1 \geq w_1$ 。かように $\text{lcm}(w_1, w_j) \geq \max\{w_1, w_j\}$ を駆使すれば、 $c_0' \geq w_1$ が出る。

さて最近、 c_0' よりも大きくない^{*1} 上界が³、Huang and Tang [2] によって提案された。 $n > 2$ として、

$$h_0 := \sum_{j=2}^n \left(\min_{1 \leq i < j} \{\text{lcm}(w_i, w_j)\} - w_j \right) + 1 \quad (3)$$

というものである (Huang and Tang [2] は、 $p_1/w_1 \geq p_2/w_2 \geq \dots \geq p_n/w_n$ に加えて

^{*1} $n > 2$ のとき、 $c_0' \geq h_0$ から c_0' の正当性が示されたことになる。 $n = 2$ のときは、 $w_1 > w_2$ なら先述のとおり $c_0' = c_0$ であり、 $w_1 < w_2$ のときは $(w_1, w_2) = 1$ を仮定すると $c_0' = w_1 w_2 - w_2 + w_1 \geq (w_1 - 1)w_2 + 1$ で、最後の式は Huang *et al.* [1] で提案されたみつつの上界の内ふたつ目 h_{II} で $n = 2$ の場合と同じ。このついでに、その Prop. 3.6 の証明で、 $w_1 = 1$ としても同じことが主張できる。つまり、 $h_{II}|_{w_1=1} - 1 = 0 < w_1$ で矛盾する。

w_1, w_2, \dots, w_n の最大公約数 $(w_1, w_2, \dots, w_n) = 1$ も仮定している)。 h_0 の定義——[2, p. 330] の左端上部の (2) ——には $n = 2$ の場合が欠落している^{*2} けれど Huang and Tang [2, p. 331] の定理 3 によれば $n \leq 2$ のとき $h_0 = c_0$ とのことなので、 $n = 2$ では $h_0 = a_2 w_2 = \text{lcm}(w_1, w_2)$ なのだろう。

とくに、 $\min_j w_j = 1$ かつ勝手な $j = 3, 4, \dots, n$ について $\min_{1 \leq i < j} \{\text{lcm}(w_i, w_j)\} = \text{lcm}(w_1, w_j)$ となる、たとえば $w_1 = 1$ のとき c_0' と h_0 は一致する。まったくいい所なしに見える c_0' でも、時間複雑度のオーダーでいえば h_0 より n の^{べき} 冪乗指数が一つ少ないし、 $n = 1$ のときに $c_0' = w_1$ という特性をもつ。

先に $n = 2$ のとき $h_0 = c_0$ だったけれども、このことから例えば $w_1 = 1$ のとき: $n > 2$ なら (3) で $\min_{1 \leq i < j} \text{lcm}(w_i, w_j) = \text{lcm}(w_1, w_j) = w_j$ から $h_0 = 1$ となって h_0 の tight さを示すものの; $n = 2$ では $h_0 = \text{lcm}(1, w_2) = w_2$ が > 1 から tight ではない。ということで $n = 2$ の場合について h_0 は改良の余地を残していることになる^{*3}。

他方 $n = 2$ のときに (3) はどうかというと、たとえば $w_1 = 2, w_2 = 4$ のとき $h_0 = 1 < w_1$ となってしまい、 $w_1 = 4, w_2 = 2$ でも $h_0 = 3 < w_1$ となってしまう (どっちも $h_0 = w_1$ であるべき)。だが Huang and Tang [2] では $(w_1, \dots, w_n) = 1$ が仮定されていたので、この二例は反則であり、参考にはならない。じつは、 $n = 2$ と $(w_1, w_2) = 1$ を (3) にあて嵌めて得られる $\text{lcm}(w_1, w_2) - w_2 + 1 = (w_1 - 1)w_2 + 1$ は、(前に出てきた) Huang *et al.* [1] の $h_{II}|_{n=2}$ と同じだから、 $n = 2$ のときでも (3) が使えるように思う^{*4}。またこのとき、 $(w_1 - 1)w_2 +$

^{*2} さらに $n = 1$ では $h_0 = 1$ とあるけれど、 $h_0 = w_1$ の誤りだろう。ついでに些細な誤植ながら Prop. 1 の証明中 (ii) の場合の 5 行目先頭は k^* ではなく \hat{k} のはず。つまり、 m_k ケの項 k と交換可能なのは $w_k/d_{\hat{k}k}$ ケの項 \hat{k} 。

^{*3} $n = 2$ かつ $w_1 < w_2$ のとき $c_0' = c_0 - w_2 + w_1 < c_0 = h_0$ 。

^{*4} かわえて Prop. 1 の証明で、 $n > 2$ は未使用ではないか。ソフトウェアのエラーは、データの境界附近の入力で起こりやすい (たとえば、角田 [6, p. 126]) という余談はさておき、証明中 (i) の場合には補題 1 が使われる。特に $n = 2$ での補題 1 は、 $a_1 > 0, -m_2 = -w_1 < a_2 \leq 0$,

$1 \geq w_1 - 1 + 1 = w_1$ でもある.

最後にひとつ, 簡単な例を挙げる:

j	1	2
p_j	5	3
w_j	4	3

これについては $h_0 = 12 - 3 + 1 = 10$ けれど, $c = 7, 8, 9^{*5}$ には項 1 を含む最適解がある. ついでに拙稿 [5] で登場した

$$\left\lceil \frac{(w_1 - 1)e_1 - \max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=2}^k (w_{j-1} - w_j)e_j}{e_1 - e_2} \right\rceil \quad (4)$$

(ここに $e_j := p_j/w_j$) は 11, それから $c_0 = c_0' = 12$ である. さて, この例で $p_1 = 6$ に変えたとして. このとき, c^{**} は 7 から 4 に変わるのに, h_0 や c_0, c_0' はそのままである. このことから, c^{**} の exact な決め方は, 項の価値をも考慮せざるを得ないと推測できる. ちなみに, $p_1 = 6$ にすると (4) は 11 から 7 に減る——それでもまだ差はある.

参考文献

[1] Ping H. Huang, Mark Lawley and Thomas Morin, Tight bounds for periodicity theorems on the unbounded knapsack problem. *European J Oper Res* **215**(2) 319–24 (2011) <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2011.06.010>.

[2] Ping H. Huang and Kwei Tang, A constructive periodicity bound for the unbounded knapsack problem. *Oper Res Lett* **40**(5) 329–31 (2012) <http://dx.doi.org/10.1016/j.orl.2012.05.001>.

[3] Hans Kellerer, Ulrich Pferschy and David Pisinger, *Knapsack Problems*. Springer 2004.

[4] 飯田, 整数ナップサックの周期性について. Discussion paper series no. 118, 小樽商大 CBC (2009) available at (<http://hdl.handle.net/10252/2207>).

[5] 飯田, 整数ナップサックの周期性について: 補遺の補遺. 商学討究 **61.2-3**, 239–44 (小樽商大 2010) available at (<http://hdl.handle.net/10252/4403>).

[6] 角田良明 (編著) ネットワークソフトウェア——未来へつなぐデジタルシリーズ **16**. 共立出版 2013.

[7] 松坂和夫, 代数系入門. 岩波書店, 第 17 刷, 1993 年 7 月 (初版 1976 年 5 月).

$a_1 w_1 + a_2 w_2 = 1$ なる整数の組 a_1, a_2 の存在を主張する. 仮定から $(w_1, w_2) = 1$ なので, $a_1 w_1 + a_2 w_2 = 1$ を満たす整数 a_1, a_2 があることはよく知られている (たとえば, 松坂 [7, p. 12]). もし a_2 が所望の範囲になれば, $w_2 w_1 - w_1 w_2 = 0$ を辺辺足すかまたは引くことを繰り返して $-w_1 < a_2 \leq 0$ にもっていきける. そのとき, $a_1 w_1 = 1 - a_2 w_2 \geq 1$ かつ $w_1 > 0$ から $a_1 > 0$ でもある. 他方 (ii) のとき, $n = 2$ であれば $2 \leq k \leq n$ から $k = 2$ しかなく, $\hat{k} < k$ から $\hat{k} = 1$ に決まってしまうものの, それで何の不都合も生じない. $x_2^* \geq m_2$ から, 最適解のうち辞書式順序で先頭の x^* において m_2 への項 2 を w_2/d_{12} への項 1 で置き換えると, Huang and Tang [2] の意図どおり x^* よりも辞書式順序でより前にある最適解を構成できてしまい矛盾する.

*5 $n = 2$ で $w_2 | c$, すなはちもつとも効率よく項 2 を使える場面にもかかわらず $x_2 = c/w_2$ が最適にならないなら, その $c < c'$ で $x_2 = \lfloor c'/w_2 \rfloor$ が最適になる見込みはないのではないか? 少なくとも, その c の倍数では駄目である.

This **Discussion Paper Series** is published by the **Center for Business Creation**(changed from the Institute of Economic Research on April 1999) and integrates two old ones published separately by the Department of Economics and the Department of Commerce.

**Discussion Paper Series
Institute of Economic Research
Otaru University of Commerce**

No.	Title	Author/s	Date
1.	ホーケンス=サイモンの条件に関する諸説の統合について	タスク・フタ, デイ・ハンカー	Jul. 1992
2.	Motivation and Causal Inferences in the Budgetary Control	Yoshihiro Naka	Aug. 1992
3.	Проблемы управления рабоче- сий на предприятиях Дальнего Востока (социологические аспекты)	Анатолий Михайлович Шкурки	Nov. 1992
4.	Dynamic Tax Incidence in a Finite Horizon Model	Jun-ichi Itaya	Jan. 1993
5.	Business Cycles with Asset Price Bubbles and the Role of Monetary Policy	Hiroshi Shibuya	Jun. 1993
6.	Continuous Double-Sided Auctions in Foreign Exchange Markets	Ryosuke Wada	Aug. 1993
7.	The Existence of Ramsey Equilibrium with Consumption Externality	Sadao Kanaya & Tomoichi Shinotsuka	Sep. 1993
8.	Money, Neutrality of Consumption Taxes, and Growth in Intertemporal Optimizing Models	Jun-ichi Itaya	Nov. 1993
9.	Product Returns in the Japanese Distribution System: A Case Study of a Japanese Wholesaler's Return Reduction Efforts	Jeffery Alan Brunson	Mar. 1994
10.	Dynamics, Consistent Conjectures and Heterogeneous Agents in the Private Provision of Public Goods	Jun-ichi Itaya & Dipankar Dasgupta	Jun. 1994
11.	Intra-industry Investment and Imperfect Markets A Geometric approach in Simple General Equilibrium	Laixun Zhao	Oct. 1994
12.	Sit-Down to Split: Flint GM Workers in 1937-1939	Satoshi Takata	Dec. 1994
13.	The Complementarity between Endogenous Protection and Direct foreign Investment	Laixun Zhao	Feb. 1995
14.	Consumption Taxation and Tax Prepayment approach in Dynamic General equilibrium Models with Consumer Durables	Jun-ichi Itaya	Mar. 1995
15.	Regulatory System and Supervision of the Financial Institutions in Japan	Osamu Ito	May 1995
16.	Financial Restructuring and the U. S. Regulatory Framework	Jane W. D'Arista	May 1995
17.	The Legacy of the Bubble Economy in Japan: Declining cross Shareholding and Capital Formation	Hiroo Hojo	May 1995
18.	Stockownership in the U. S.: Capital Formation and Regulation	Marshall E. Blume	May 1995
19.	International Joint Ventures and Endogenous Protection a Political-Economy Approach	Laixun Zhao	Nov. 1995
20.	GM社をめぐるアメリカ労働史研究: ファインとエッジフォースの現場像の吟味	高田聡	Feb. 1996
21.	卸売業の経営と戦略 - 卸売流通研究会ヒアリング調査録(1): 日用 雑貨卸売企業	卸売流通研究会 (代表 高宮城朝則)	Apr. 1996
22.	卸売業の経営と戦略 - 卸売流通研究会ヒアリング調査録(2): 食品・ 酒類卸売企業	卸売流通研究会 (代表 高宮城朝則)	Apr. 1996
23.	A Note on the Impacts of Price Shocks on Wage in Unionized Economies	Laixun Zhao	May 1996
24.	Transfer Pricing and the Nature of the subsidiary firm	Laixun Zhao	Jun. 1996
25.	The Incidence of a Tax on Pure in an Altruistic Overlapping Generations Economy	Jun-ichi Itaya	Sep. 1996
26.	'Small Government' in the 21st Century	Hiroshi Shibuya	Sep. 1996
27.	Characteristics and Reforms of Public Health Insurance System in Japan	Takashi Nakahama	Sep. 1996
28.	The Role of Local Governments in Urban Development Policy	Yoshinori Akiyama	Sep. 1996
29.	Optimal Taxation and the Private Provision of Public Goods	Jun-ichi Itaya & David de Meza & Gareth D. Myles	Oct. 1996
30.	Comparison of Agricultural Policy in the U. S. and the Japan	Toshikazu Tateiwa	Oct. 1996
31.	US Health Insurance: Types, Patterns of Coverage and Constraints to Reform	Dwayne A. Banks	Oct. 1996
32.	International Capital Flows and National Macroeconomic Policies	Jane W. D'Arista	Oct. 1996
33.	Financial Liberalization and Securitization in Housing Finance and the Changing Roles of the Government	Syn-ya Imura	Oct. 1996
34.	Social Efficiency and the 'Market Revolution' in US Housing Finance	Gary Dymski & Dorene Isenberg	Oct. 1996
35.	Government Expenditure and the Balance of Payments: Budget Deficit, Financial Integration, and Economic Diplomacy	Hiroshi Shibuya	Nov. 1996
36.	A History of PBGC and Its Roles	C. David Gustafson	Nov. 1996
37.	Dynamic Provision of Public Goods as Environmental Externalities	Toshihiro Ihori & Jun-ichi Itaya	Mar. 1997

38. A Comparative Static Analysis of the Balanced Budget Incidence in the Presence of Sector-Specific Unemployment	Koh Sumino	Mar.1997
39. An Econometric Study of Trade Creation and Trade Diversion in the EEC, LAFTA and CMEA:A Simple Application of the Gravity Model	Masahiro Endoh	Apr.1997
40. A Dynamic Model of Fiscal Reconstruction	Toshihiro Ithori & Jun-ichi Itaya	Apr.1997
41. The Japanese Way of Solving Financial Institution Failures	Osamu Ito	Jul.1997
42. The Federal Role in Community Development in the U.S.: Evolution vs. Devolution	Jane Knodell	Oct.1997
43. Rent-Seeking Behavior in the War of Attrition	Jun-ichi Itaya & Hiroyuki Sano	Oct.1997
44. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第1号	北東アジア-サハリン研究会	May 1998
45. 購買部門の戦略性と企業間連携について	伊藤 一	Jun.1998
46. The Formation of Customs Unions and the Effect on Government Policy Objectives	Masahiro Endoh	Jul.1998
47. The Transition of Postwar Asia-Pacific Trade Relations	Masahiro Endoh	Jul.1998
48. 地域型ベンチャー支援システムの研究 I-道内製造業系ベンチャー企業のケーススタディー	地域経済社会システム研究会 日本開発銀行札幌支店	Jul.1998
49. Fiscal Reconstruction Policy and Free Riding Behavior of Interest Groups	Toshihiro Ithori & Jun-ichi Itaya	Aug.1998
50. Quellen zum Markwesen des Osnabrücker Landes im Niedersächsischen Staatsarchiv Osnabrück(mit Schwerpunkt :Verfassung,Höfing,Siedlung und Konflikten im 17.und 18.Jahrhundert)	Susumu Hirai	Sep.1998
51. Equity and Continuity with a Continuum of Generations	Tomoichi Shinotsuka	Dec.1998
52. Public Resources Allocation and Election System	Akihiko Kawaura	Mar.1999
Discussion Paper Series Center for Business Creation Otaru University of Commerce		
53. 消費者の価格プロモーション反応への影響を考慮した広告効果測定結果モデルの構築	奥瀬喜之	Jun.1999
54. 地域型ベンチャー支援システムの研究 II-地域型ベンチャー・インキュベーションの設計-	小樽商科大学ビジネス創造センター & 日本開発銀行札幌支店	Jul.1999
55. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第2号	北東アジア-サハリン研究会	May 1999
56. 石鹼洗剤メーカーにおけるマーケティング・チャネル行動の変遷	高宮城朝則	Dec.1999
57. 長期的取引関係における資源蓄積と展開	近藤公彦&坂川裕司	Dec.1999
58. Exernalities:A Pigovian Tax vs. A Labor Tax	Ko Sumino	Dec.1999
59. A New Dimension of Service Quality:An Empirical Study in Japan.	Makoto Matsuo & Carolus Praet & Yoshiyuki Okuse	Dec.1999
60. Aftermath of the Flint Sit-Down Strike:Grass-Roots Unionism and African-American Workers, 1937-1939	Satoshi Takata	Mar.2000
61. Tariff induced dumping in the intermediate-good market	Chisato Shibayama	Apr.2000
62. Deregulation, Monitoring and Ownership structure:A Case Study of Japanese Banks	Akihiko Kawaura	Apr.2000
63. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第3号	北東アジア-サハリン研究会	Apr.2000
64. A Cooperative and Competitive Organizational Culture, Innovation, and Performance: An Empirical Study of Japanese Sales Departments	Makoto Matsuo	May 2000
65. Foreign Exchange Market Maker's Optimal Spread with Heterogeneous Expectations	Ryosuke Wada	Jun.2000
66. ダンピングとダンピング防止法の起源 歴史的文脈における「不公正貿易」概念の成立	柴山千里	Oct.2000
67. The Organizational Learning Process: A Review	Makoto Matsuo	Dec.2000
68. The Weak Core of Simple Games with Ordinal Preferences: Implementation in Nash Equilibrium	Tomoichi Shinotsuka & Koji Takamiya	Jan.2001
69. 業態開発におけるイノベーションと競争-ビブレのケース-	近藤公彦	Jan.2001
70. Budget Distribution Problem	Tomoichi Shinotsuka	Feb.2001
71. 小売バイヤー組織の機能と顧客対応	伊藤 一	May 2001
72. The Effect of Intra-Organizational Competition on Knowledge Creation:Case Study of a Japanese Financial Company	Makoto Matsuo	May 2001
73. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第4号	北東アジア-サハリン研究会	Mar.2001
74. The Weak Core of Simple Games with Ordinal Preferences: Implementation in Nash Equilibrium	Tomoichi Shinotsuka & Koji Takamiya	Oct.2001
75. 環境保全型河川計画と景観構築に係る計画技術の研究	地域環境問題研究会 (代表 八木宏樹)	Oct.2001
76. Additivity, Bounds, and Continuity in Budget Distribution Problem	Tomoichi Shinotsuka	Dec.2001

77. Monetary Policy in Bhutan: Implications of Indian Rupee Circulation	Akihiko Kawaura	Dec.2001
78. Optimal Multiobject Auctions with Correlated Types	Tomoichi Shinotsuka & Simon Wilkie	Feb.2002
79. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第5号	北東アジア・サハリン研究会	Mar.2002
80. The Case Study of Retail Buying Organization in Japanese Context	Hajime Itoh	Mar.2002
81. 宿泊業のサービスのサービス構成要素に関する重要度調査法に関しての一考察 北海道への台湾人観光客の事例を中心に	稲葉由之&沈潔如&伊藤 一	Feb.2003
82. ブティック経営における販売要素の分析 -AHPによる経営者・販売員間における重要度認識比較に関する一考察-	伊藤 一&橋詰敦樹	Mar.2003
83. 温泉地に対するイメージギャップに関する調査	伊藤 一	Mar.2003
84. Literature Review on Retail Buyer from Research on Industrial Purchasing	Hajime Itoh	
85. The Comparison Study on Retail Buyer Behaviour between UK, Australia and Japan	Hajime Itoh	
86. 社会科学研究の基礎 - 大学院生のための研究法 -	ダン・レメニイ他著 抄訳 稲葉由之&奥瀬善之 &近藤公彦&玉井健一 &高宮城朝則&松尾 睦	Mar.2002
87. マーケティング行為からみた小売業による需要創造 - 明治期呉服店の経営行為を考察対象として -	坂川裕司	May 2002
88. Interdependent Utility Functions in an Intergenerational Context	Tomoichi Shinotsuka	May 2002
89. Internal and External Views of the Corporate Reputation in the Japanese Hotel Industry	Hajime Itoh	Feb.2003
90. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第6号	北東アジア・サハリン研究会	Mar.2003
91. 小売購買行動研究に関する展望 - 「買い手視点」での小売購買行動研究に向けて -	坂川裕司	May 2003
92. 商品購買における「情報システムの逆機能」 - リスク回避的バイヤーにみる合理性とその弊害 -	坂川裕司	Sep.2003
93. An Experiment of Round-Robin Tournament by Excel's Macro - Using 160 Students' Data from Cournot Duopoly Game -	Masaru Uzawa	Apr.2004
94. Earnings Management through Deferred Tax Assets - In Case of Banking Company -	Hiroshi Onuma	Jun.2004
97. Competition between Matching Markets	Koji Yokota	May 2005
98. On the role of asymmetric information in the aggregate matching function	Koji Yokota	Apr.2006
99. A note on Optimal Taxation in the Presence of Externalities	Tomoichi Shinotsuka & Ko Sumino	Feb.2005
100. A Note on Jones' Model of Growth	Mutsuhiro Kato	Mar.2005
101. 整数ナップサック問題が多項式時間で解ける特殊な場合を定める条件について	飯田浩志	Jul.2005
102. IT技術者の熟達化と経験学習	松尾 睦	Sep.2005
103. Product De-listing by Retail Buyers: Relational Antecedents and Consequences	Gary Davies & Hajime Itoh	Dec.2005
104. 米国地域経営史における多文化主義的発展 - 1930年代ミシガン州プリントにおけるアフリカ系コミュニティの起業基盤を中心に -	高田 聡	May 2006
105. 環境便益を反映させた環境指標の開発 Developing an environmental indicator including environmental benefits	山本 充	Apr.2006
106. A Critical Investigation of Long-run Properties of Endogenous Growth Models	Mutsuhiro Kato	May 2006
107. What is National Income in Jones' Model of Growth? : An Expository Annotation	Mutsuhiro Kato	Jun.2006
108. A Further Analysis of the Consumer Behavior in Jones' R&D-Based Model of Economic Growth	Mutsuhiro Kato	Aug.2006
109. 看護師の経験学習プロセス	松尾 睦 &正岡経子 &吉田真奈美 &丸山知子 &荒木奈緒	Feb.2007
110. Comments on knapsack problems with a penalty	Iida Hiroshi	Mar.2007
111. 看護師の経験学習に関する記述的分析	松尾 睦 &正岡経子 &吉田真奈美 &丸山知子 &荒木奈緒	Jul.2007
112. 頂点被覆へのリスト減少法の解析に関する一考察	飯田浩志	Dec.2007
113. 小中学校における校長の経営観 - 探索的分析 -	松尾 睦	Dec.2007
114. インタビュー調査: 戦後復興期大阪における自転車部品製造業者・問屋の経営活動	田中幹大	Apr.2008
115. Partitionのある風景	飯田浩志	Jun.2008
116. Multiproduct Firms and Dumping	Chisato Shibayama & Yasunori Ishii	Jul.2008
117. モスクワの低層住宅団地開発 - 2つのケース -	小田福男	Mar.2009
118. 整数ナップサックの周期性について	飯田浩志	Mar.2009

119.	Discussion paper series no.118への補遺	飯田浩志	Jul.2009
120.	環境フィードバック効果を考慮したSandmoモデルによる二重配当仮説の再考察	角野 浩	Jul.2009
121.	部分線形モデルの差分推定量の漸近理論	劉 慶豊	Oct.2009
122.	モデル平均理論の新展開	劉 慶豊	Oct.2009
123.	Production Theory with Convex Labor Friction: Foundation of an Optimal Non-market-clearing Economy	Koji Yokota	Dec.2009
124.	19世紀ドイツの農村ゲマインデ制と政治参加資格 ---北西ドイツ・ハノーファーを中心に----	平井 進	Feb.2010
125.	環境経営と企業業績に関する実証研究（再検討：2003-2008）	加賀田和弘	Apr.2010
126.	「北海道ブランド」の仕入れに関する研究 —台湾小売バイヤーの視点から—	沈 潔如	Apr.2010
127.	Generalized Cp Model Averaging for Heteroskedastic models	Qingfeng Liu	Oct.2010
128.	How to solve the collapsing subset-sum problem revisited	Hiroshi Iida	Jan.2011
129.	顧客関係のマネジメントの系譜	近藤公彦	Feb.2011
130.	An Application of Forecast Combination Methods to Default Risk Prediction	Qingfeng Liu	Feb.2011
131.	An effect of consumer's earlier decision to purchase a discount ticket	Ryosuke Ishii & Kuninori Nakagawa	Feb.2011
132.	On the Behavior of money flows on the real side and the financial side in Hokkaido prefecture	Toshiaki Kanzaki	Mar.2011
133.	星野リゾート—顧客志向の組織マネジメント—	乙政佐吉 & 近藤隆史	Mar.2011
134.	（ケース）札幌ビズカフェー地域企業家ネットワークにおける中間主導型組織の役割—	加藤敬太	Mar.2011
135.	二重配当効果の最適課税ルールにしたがった再評価	角野 浩	Mar.2011
136.	18・19世紀前半北海沿岸農村社会の地域役職者：Landschaft Eiderstedt	平井 進	Mar.2011
137.	Tax Collecting Efforts and Local Allocation Tax Grants in Japan: The Effect of Administrative Reform Incentive Assessment on Local Tax Collection Rates	Mitsunari Ishida	Mar.2011
138.	The bargaining family with strategic interaction	Atsue Mizushima & Koichi Futagami	Mar.2011
139.	Generalized Cp Model Averaging for Heteroskedastic Models (Revised Version)	Qingfeng Liu	Apr.2011
140.	Exclusion of agents, virtual surplus and a transversality condition in adverse selection	Naoki Kojima	May 2011
141.	Implementability by a canonical indirect mechanism of an optimal two-dimensional direct mechanism	Naoki Kojima	Jun.2011
142.	18・19世紀前半北西ドイツ北海沿岸地方の領邦官吏と自治組織役職者：Landschaft S?derdithmarschen	平井 進	Jun.2011
143.	CRMにおける顧客関係のマネジメント	近藤公彦	Aug.2011
144.	企業家ネットワークによる地域企業のビジネスシステム・イノベーション—サマライ日本プロジェクトの事例分析—	加藤敬太	Oct.2011
145.	Observable Actions	Ryosuke Ishii	Nov.2012
146.	Dumping in Transition Economies and the Effects of Anti-Dumping Policy	Chisato Shibayama & Yasunori Ishii	Mar.2012
147.	Time Discount and Convex Hiring Cost	Koji Yokota	May 2012
148.	Two-dimensional Mechanism Design and Implementability by an Indirect Mechanism	Naoki Kojima	Jun.2012
149.	北海道経済と開発のプロセス	神崎稔章	Dec.2012
150.	道内における地域経済の現状について	渡久地朝央 & Baljinnyam Maitsetseg	Dec.2012
151.	モンゴルにおける資本主義転換後の地域間経済格差に関するパネルデータ分析	渡久地朝央 & Baljinnyam Maitsetseg	Dec.2012
152.	モンゴルにおける食肉価格の動向に関するパネルデータ分析	Baljinnyam Maitsetseg & 渡久地朝央	Dec.2012
153.	付加価値率の動向と地方自治体による政策効果の関係について—北海道における製造産業を対象としたパネルデータ分析—	渡久地朝央	Dec.2012
154.	CRMにおける組織能力	近藤公彦	Feb.2013
155.	19世紀北西ドイツの農村ゲマインデ制の変革---自治参加資格と家屋・土地保有要件---	平井 進	Feb.2013
156.	北海道における産業クラスターに関する文献資料目録	加藤敬太	Mar.2013
157.	トヨタ自動車北海道のマネジメント	乙政佐吉	Mar.2013
158.	Mechanism design to the budget constrained buyer: a canonical mechanism approach	Naoki Kojima	May 2013
159.	First Price Package Auction with Many Traders	Yasuhiro Shirata	Jun.2013
160.	整数ナップサックの周期性についてあれこれ	飯田浩志	Jul.2013

Discussion Paper Series Department of Economics, Otaru University of Commerce No.1-16 Feb.1985-Oct.1991

Discussion Paper Series Department of Commerce, Otaru University of Commerce No.1-2 Apr.1985-May 1989

Center for Business Creation, National University Corporation Otaru University of Commerce
3-5-21, Midori, Otaru, Hokkaido 047-8501, Japan Tel +81-134-27-5290 Fax +81-134-27-5293
E-mail:cbcjimu@office.otaru-uc.ac.jp

国立大学法人小樽商科大学ビジネス創造センター
〒047-8501 北海道小樽市緑3丁目5番21号 Tel 0134-27-5290 Fax 0134-27-5293
E-mail:cbcjimu@office.otaru-uc.ac.jp