

上方求ム！リバース十三商割【第二幕】



北海道 西村 友幸

写真：淀川にかかる十三大橋から筆者自身が撮影

青天に鯉のぼりがはためくこの時季、大阪平野を流れる淀川では、天然アユの遡上がピークを迎えるという。前途洋々？いやいや、洋々なのは今まで棲んどった大阪湾のほうやで。まあ、道中気いつけや。

九々鱗伝説

遡上するアユが堰などの段差を乗り越えようとジャンプすることはよく知られており、その懸命な姿は秋に産卵目的で故郷の川を遡上するサケとも重なる。

リバース十三商割のプレイヤーもまた、13桁の距離を「遊泳」して被除数にたどり着いた後、さらに被除数の因数分解というジャンプを敢行し、これを成功させねばならない。

ここで再度、リバース十三商割の例題を解いてみよう。

例題① 除数 790653 余り 33042×10^{-13}

まずは「遊泳」である。プレイヤーは、提示された除数と余りから未知の商と被除数を求める。

商 0.6175161543686 被除数 488241

そのあとの^{しめ}メは被除数の因数分解である。1回きりですんなり突破できるほど生易しくはなく、その点で因数分解は魚の滝登りとよく似ている。

滝登りをする魚の代表格といえば鯉だ。もっとも、鯉の滝登りは実話というよりも神話なのだが。側線上に36枚の鱗があることから、鯉は六々魚^{りくりくぎよ}の異名を持つ。「六々変じて九々鱗^{くくりん}となる」。数多くの魚の挑戦を退けた黄河急流の「龍門」という滝を登り切り、鯉は九々鱗すなわち81枚の鱗がある龍に変身したという言い伝えがある。突破すれ

ば立身出世につながる難関のことを登龍門——正月恒例の「新春そろばんはじき初め大会」が開催される大阪天満宮にも、東西2つの登龍門がある——と呼ぶのも、こうした言い伝えに由来する。

30数年前に一度耳にただけなのに、今もなお私の記憶に残る言い伝えがある。当時すでにベテランと呼ばれていたあるソロバンプレイヤーは、国民珠算競技大会（現そろばんグランプリジャパン）の除暗算問題の被除数を見ただけで、除数と商が頭に浮かぶというのである。並みのベテランではなく、それこそ九々鱗の域に達していたと言っても過言ではなからう。

リバース十三商割選手権が実現した暁には、九々鱗にもぜひ出場いただき、その超越的な能力の“片鱗”を見せてほしいものである。

本家への逆導入

さて、もしリバース十三商割のメの因数分解工程をひっくり返して本家十三商割に逆導入するならば、本家のルールは次のように改変し得るのではないだろうか。

- ①除数（例：523908）がプレイヤーに提示される
- ②プレイヤーは、除数の上位3桁の数字（523）と下位3桁の数字（908）を掛け合わせる
- ③その値（ $523 \times 908 = 474884$ ）を被除数として、プレイヤーは十三商割を行う

被除数が142884ではないものはもはや十三商割ではない、という声も聞こえてきそう。ならば「新・十三商割」とでも呼ぶことにしようか。呼び名はさておき、被除数を①～③の要領で除数と連動させることのメリットは力説しておきたい。そ

これは、本家では除数として出番のなかった6桁の整数にも活躍の機会が開かれることである。

前掲の除数523908はその一例である。142884を523908で割ると商が0.27272727...となってしまうため、本家ではこの除数はNGのはずだ。被除数を $523 \times 908 = 474884$ に交代すれば、こうした商の循環は避けられる。不採用理由は消え、除数523908は晴れてベンチ入りとなる。

また、連動制の下では必ずと被除数<除数が成り立ち、「商は小数」という十三商割の伝統が守られる。それゆえ、除数が142884未満の“小柄な”6桁整数であってもOKなのである。

ただし、140625や142857は、商の循環が発生してしまうのでNGである。割り切れてしまうのも当然NGであり、小柄な6桁整数の中ではたとえば141376がこれに該当する。

「わや」封じの策

昨今、阪神タイガースのチーム内にスイッチヒッターが増殖している。奇数打席と偶数打席とで登場曲を使い分ける新・スイッチヒッターだ。

すべての整数は奇数であるか偶数であるかのどちらかである。ご承知のとおり、奇数に2を掛けると偶数になる。では、偶数は奇数に2を掛けたものかということ、必ずしもそうではない。たとえば偶数523908は、奇数130977に2ではなくて 2^2 を掛けたものである。一般化すれば、

$$\text{偶数} = \text{奇数} \times 2^m$$

と書くことができる。

前頁の例題⑩の除数790653は奇数である。除数が奇数のとき（ただし、後述のとおり一の位が5の場合を除く）、その除数と余りから、商および被除数は一意的に決まる。例題⑩から導かれる被除数は488241しかあり得ない。言い換えると、488241以外の6桁の整数を790653で割っても、余りが 33042×10^{-13} になることは絶対にならない。

ところが、除数が偶数のときは事情が異なってくる。たとえば、

例題⑩ 除数523908 余り 48944×10^{-13}

のとき、被除数の候補として95123、226100、357077、488054の四者が現れる。前記のとおり、 $523908 = 130977 \times 2^2$ である。リバース十三商割では、除数が 2^m を因数として含むとき、被除数の候補は 2^m 通りになるのである。ということは、除数141376（ $= 2209 \times 2^6$ ）のように $m = 6$ ならば、被除数の候補は64通りもあることになる。これを「わや」と言わずして何と言おうか。

実は、奇数組の中にも例外的に「わや」な事態を引き起こすメンバーが存在する。一の位が5の奇数である。

一の位が5の奇数 = それ以外の奇数 $\times 5^n$

と書くことができるが、結果は察しが付くであろう。除数が 5^n を因数として含むとき、被除数の候補は 5^n 通りになるのである。

以上の議論では、 m や n を自然数（1、2、3、4、...）と想定していたが、 m や n が0の場合もひっくりめると、あらゆる整数は、

$$\text{整数} = \text{一の位が5以外の奇数} \times 2^m \times 5^n$$

で表される（注： $2^0 = 5^0 = 1$ である）。

タフな滝登りの前に、登るべき滝を選ぶのに四苦八苦するとなると、さしもの九々鱗も音を上げてしまうであろう。本物の滝は簡単に見分けがつくようにしたい。そこで、被除数のつくり方に関する以下のルールを設定する。「除数が因数として含んでいる 2^m または 5^n を、被除数も因数として最低限含んでいなければならない」。

例題⑩もこのルールに即して被除数がつくられている。とすると、本物の被除数は226100だと分かる。四候補の中で唯一、 2^2 を因数として含んでいるからだ。226100を選び、これを 950×238 に因数分解できればゴールインである。

難関はどうか突破できた。来号ではいよいよ、競技としてのリバース十三商割を検討する。

（小樽商科大学大学院教授）