プレーヤーの繋がりと囚人のジレンマ

行　方　常　幸

目　　次

1節　はじめに

商学討究第43巻第3・4合併号において[1]「繋がりの根拠－ゲーム理論の基礎に向けて」，と題して，プレーヤーの繋がりの根拠を探った。すなわち，生身の人間がプレーヤーである場合，通常想定されているようにプレーヤーを自律的に行動する理性的意思決定主体とみなし，自分の受け取る利得が他のプレーヤーのとる手に依存するという意味で，関係がある，とするだけでは不十分であり，プレーヤー自身の中に（人間存在の奥深くに）他との繋がりを求めるべきであることを述べた。そこで，本稿では社会現象によく現れ，色々と

興味の尽きない「囚人のジレンマ」ゲームを取り上げ，他との繋がりを自分の中に秘めたプレーヤーなら，どう行動すべきかを考察してみる。

2節　「囚人のジレンマ」ゲーム

「囚人のジレンマ」ゲームとは図. 1のような利得行列を持つ非協力ゲームである。

$$
\begin{array}{ccc c}
 & \multicolumn{2}{c}{\text{プレーヤー2}} & \\
 & C \quad\quad D & & \\
\text{プレーヤー1} \begin{array}{c} C \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} (1,\ 1) & (b,\ a) \\ (a,\ b) & (0,\ 0) \end{pmatrix} & \begin{array}{l} a>1,\ b<0 \\ a+b<2 \end{array} &
\end{array}
$$

図1.「囚人のジレンマ」

これが「囚人のジレンマ」と呼ばれる由縁は次の通りである。今，自分をプレーヤー1とする。相手のプレーヤー2がC（*Cooperation* 協調）を取ってくると仮定すると，自分がCを取れば利得が1，D（*Defection* 裏切り）を取れば利得がaとなり，$a>1$と仮定しているので，Dを取る方が有利である。次に，プレーヤー2がDを取ってくると仮定すると，自分がCを取れば利得がb，Dを取れば利得が0となり，$b<0$と仮定しているので，Dを取る方が有利である。すなわち，相手がどの手を取ってくると仮定しても，CよりもDを取る方が自分にとって有利である。このことが自分の利得を最大にしたい両方のプレーヤーについて言えるので，結局(D,D)[1)]が普通のゲーム理論が与える「囚人のジレンマ」ゲームの答えとなる[2)]。しかしながらこの(D,D)を取った時の各プレーヤーの利得は0であり，(C,C)をとった時の各プレーヤーの利得1よりも少ない。合理的なプレーヤーが自分の利得を最大にするように行動すると，かえって両方のプレーヤーにとって不利益な結果に陥ってしま

1）左側をプレーヤー1，右側をプレーヤー2の取る手（戦略）とする。
2）この$(D,\ D)$は均衡点（後述）でもある。「囚人のジレンマ」ゲームの場合，本文で述べたように相手がどの手を取ろうともDを取るのが有利という，均衡点よりも強い意味で安定である。

う。これがジレンマなのである。このジレンマを何とかして回避したいのであるが，その前にどうしてこのようなジレンマが生じてきたかを調べてみる。

上記の (D, D) が答えである，とした議論をもう一度吟味してみる。図. 1において行プレーヤー(プレーヤー1)は自分の利得(ベクトルの左の要素)を列方向(上下方向)に比較し，自分の取るべき手を決めようとする。列プレーヤー(プレーヤー2)も同様に自分の利得(ベクトルの右の要素) を行方向（左右方向）に比較し，自分の取るべき手を決めようとする。その結果 (D, D) が得られたのである。決して斜め方向に比較していないのである。簡単に言うと，上で述べたように，利得行列において，利得を上下方向と左右方向に比較するが，斜め方向には比較しないのである。このことに注意すると，「囚人のジレンマ」ゲームにおいて発生している，解(D, D) よりも2人のプレーヤーにとって有利な斜め方向にある戦略の組み (C, C) が存在しても別に不思議でもなんでもない。ここで言う「ジレンマ」とは何か別の考え方を導入してこの状態（合理的なプレーヤーが合理的な行動をしようとするとかえって不利な結果を招いてしまう状態）を回避できないか？という問題提起をしているのである。

さて，非協力ゲームとは，参加者である自律独立した合理的なプレーヤーが自分の利得を最大にすることを目的とするゲームである。自分の決定は最終的には自分の利得が多くなるように自分が決める。たとえ，話し合いで取り決めが行われても，最終的にこれを守るか破るかは各プレーヤーの意思に委ねられ[2]，プレーヤーは自分の利得を最大にするように最終判断を下す。このような厳しい状況を想定したのが非協力ゲームであり，基本的な解の概念は均衡点といわれるものである。ゲームの参加者である各プレーヤの戦略の組みが均衡点であるとは：

「他のプレーヤーが均衡点で指定された戦略を取ると仮定した時，自分一人だけが均衡点で指定された戦略以外の戦略を取っても得にはならない。」ということが，すべてのプレーヤーについて成り立つことである。

と，定義されている。均衡（釣り合っている，安定している）とは自分一人だ

けが均衡点からずれても得をしないという意味であり，複数のプレーヤーが同時に均衡点からずれた場合と比較して，安定であるということを意味している訳ではない。非協力ゲームにおいては，物理的な制約等から他のプレーヤーとの間で戦略の調整が不可能であり，また最終決定を他のプレーヤーとは独立に自分の判断で下すと言っても，どの戦略が望ましいかを決める段階の仮想的な思考において，他のプレーヤーと同時に均衡点からずれた場合を比較対象として想定しないのは少し不十分と思われる。この不十分さは後で検討するとして，ジレンマを回避する試みである「繰返し囚人のジレンマ」ゲームを次節で紹介する。図. 1の条件 $a+b<2$ は（C, C）を2回続ける方が（C, D）と（D, C）を交互に行うよりも有利なことを意味し，「繰返し囚人のジレンマ」ゲームを扱う際に利用される。

3節 「繰返し囚人のジレンマ」ゲーム

前節で1回限りの「囚人のジレンマ」ゲームを調べたが，均衡点として唯一つ（D, D）が存在するだけであった。しかしながら，この「囚人のジレンマ」を繰返し行うと，両プレーヤーが共に「いつもDを選ぶ。」以外の均衡点が存在するようになる。

「繰返し囚人のジレンマ」ゲームとは前節の「囚人のジレンマ」ゲームを繰返し（多期間）行うゲームである。この繰返しゲームでは，各期でプレーヤーは自分の手を取る時に，その時までの相手及び自分の取った手を記憶しており，この過去の履歴に依存して自分の取る手を決定できる。また，プレーヤーの利得は割引率 δ（$0<\delta<1$）で割り引かれた利得の総和（の期待値）である。ここで割引率を導入したのは，経済学的には明日の額面の1円の今日の価値は δ 円であることを意味し，数学的には無限級数を収束させるためである。「繰返し囚人のジレンマ」と1回限りの「囚人のジレンマ」との本質的な違いは各段階でプレーヤーはそれまでの過去の履歴に依存した手を取ることができる点である。この過去の履歴，特に相手のプレーヤーの取った手に依存して，

自分の手を決めることができるため，以下に述べるようにある条件の下で，毎回（C, C）（協調，協調）が実現する均衡点が存在する。

3－1節　「無限回繰返し囚人のジレンマ」ゲーム

さて，最初は無限回繰返す場合である。まず，戦略D^{∞}＝「いつもD（裏切り）を選ぶ。」3) とすると，（D^{∞}，D^{∞}）は均衡点である。しかしながら，$\delta \geqq (a-1)/a$ならば，次の戦略の組み（CD^{∞}，CD^{∞}）が部分ゲーム完全な均衡点となることが知られている。[3]

CD^{∞}＝「第1期はC（協調）を選ぶ，第2期以降は以前にD（裏切り）が1度も取られていない限りC（協調）を選ぶが，1度でも取られていればD（裏切り）を選ぶ。」4)

すなわち，割引率δが十分1に近く，未来も現在と同等の価値があるとみなすことができ，相手のプレーヤーが上記の戦略CD^{∞}を取ってくるならば，自分が戦略CD^{∞}からそれて，今D（裏切り）を選んで1回だけ1より有利なaを得ても，以後無限に裏切りの応酬で0しか得られず，結局損になるのである。キーポイントは「1回の裏切り」＝「無限回の裏切りの応酬」としたことと，「無限回の協調」は「無限回の裏切り」より有利，となっていることである。更に，上記の均衡点（CD^{∞}，CD^{∞}）は部分ゲーム完全である。すなわち，両方のプレーヤーがCD^{∞}を使っている限り正の確率で訪れない状況から新たに始まる部分ゲームにおいても均衡点となっている。この部分ゲーム完全という性質は，実際にその脅しを実行する羽目に陥ったら実行しないであろう脅しを排除するために要請された性質である。

次に興味ある性質を持つ「しっぺ返し」戦略[4]（Tit For Tat と呼ばれている。以下ではCD^{1}と略記する。）を紹介する。

CD^{1}＝「第1期はC(協調)を選ぶ，第2期以降は前の期に相手のプレーヤーが

3）D^{∞}でDを無限回繰返すことを表す。

4）CD^{∞}で最初はCを取るが，1度でもDが取られたならば，Dを無限回繰返すことを表す。

取った手を選ぶ。」(言い換えると,「第1期はC(協調)を選ぶ,第2期以降は相手がDを取った(裏切った)場合のみ1回だけD(裏切り)を選び,それ以外はC(協調)を選ぶ。」)[5)]

$\delta \geq \max\ \{(a-1)/a, (a-1)/(1-b)\}$ という条件の下で(CD^1, CD^1)は部分ゲーム完全ではない,均衡点である。文献[4]で(CD^1, CD^1)が均衡点であることが証明されているが,少し違った証明と部分ゲーム完全ではないことを補遺で述べる。

さて,(CD^1, CD^1)は以下のような興味ある性質を備えている。文献[4]の要点を私なりにまとめてみる。著者は幾つかの戦略を募集して,「繰返し囚人のジレンマ」ゲームの選手権を行なった。自分自身も含め集まった戦略と対戦させ,総得点を競い合った。2回の選手権を行ったが,参加者の1つであるCD^1が2回とも優勝した。(CD^1, CD^1)が均衡点であるから,相手のプレーヤーがCD^1を取ってくる限り,自分はCD^1以外の戦略を選ぶ利点はない。しかしながら,この選手権のように相手が他の戦略を取る可能性がある場合はCD^1が有利であるという保証は均衡点であるということからは出て来ない。ではなぜこの選手権で優勝したのであろうか?著者は次の3点を上げている。

1)自分の方から裏切り始めることはない。

2)相手の裏切りには即座に1回だけ報復する。

3)相手にたいしてわかりやすい。

自分にとって一番有利なのは相手がC(協調)を取り,自分がD(裏切り)を取ることであるが,相手にとってこれはもっとも不利なことなので易々と見逃してくれることはない。この搾取を諦めるとすると,上記の1)が言うように「自分の方から裏切り始めない」ことになる。しかしながら,相手の搾取しようという邪念に対しては毅然とした態度で臨み,その邪念を即座に諦めさせる必要がある。すなわち,上記の2)が必要となる。(CD^1, CD^1)は均衡点であるので,相手に対して自分がCD^1を利用していることを確信させれば,相

5)CD^1で最初はCを取り,Dが取られたならば,1回だけDを取ることを表す。

手も CD^1 を取るであろう。そして，CD^1 はその構造から非常に分かりやすい戦略である（上記の 3 ））。

CD^1 は 2 回の選手権で勝ったが，面白いことに直接の対戦相手よりも高い得点をあげたことは 1 度もなかった。また，前記の戦略 CD^∞ もこの選手権に参加していたが，あまり芳しい成績をあげられなかった。この CD^∞ は相手が 1 度でも D（裏切り）を取ると，この裏切りを許さず永久に報復する。相手の出来心的な裏切りと性悪な裏切りとを区別できず，前者の裏切りに対しても無限に報復してしまい，自ら墓穴を掘る結果となっている。

以上，「無限回繰返し囚人のジレンマ」ゲームにおいて，割引率 δ が十分 1 に近く，未来も現在と同等の価値とみなしている時，毎回（C, C）（協調，協調）を実現させる均衡点が存在することを紹介した。この 2 つの戦略 CD^∞ と CD^1 は共に「裏切りには必ず報復するからやめなさい」と公言して，（C, C）（協調，協調）を実現させているのである。更に，「裏切りには必ず報復するからやめなさい」と言う公言が現実的であるために，無限回の繰返しと，未来も現在と同等の価値があることが必要だったのである。

3 − 2 節　「有限回繰返し囚人のジレンマ」ゲーム

3 − 1 節で見たように「無限回繰返し囚人のジレンマ」ゲームにおいては（C, C）（協調，協調）を実現させる均衡点が存在した。ではこの「囚人のジレンマ」ゲームを有限回しか繰返さない場合はどうであろうか？今までの枠組では，（D^∞，D^∞）が唯一の均衡点である。しかし，以下のようにモデルを変更すると，「有限回繰返し囚人のジレンマ」[6] ゲームにおいても，（C, C）（協調，協調）を実現させる均衡点が存在する。[3]

変更されたモデルでのプレーヤーは次のようである。2 人のプレーヤーのうちプレーヤー 2 は今まで考慮してきた普通の，自分の利得を最大にしようとするプレーヤーであるが，プレーヤー 1 はタイプ 1 とタイプ 2 に分かれる。タイ

6 ）「有限回繰返し囚人のジレンマ」ゲームにおいては割引率 $\delta = 1$ とする。

プ2はプレーヤー2と同様自分の利得を最大にしようとするが，タイプ1は CD^1 戦略しか使わない。更に，確率 p でプレーヤー1はタイプ1であると見積もられている。このようにプレーヤー1に自分の利得を最大しようとせずに CD^1 に固執するかもしれない，という可能性が存在する場合，次のことが成立する。

「$p \geqq \max\ \{(a-1)/a,\ -b/(1-b)\}$ ならば，2期を残して，(C, C)（協調，協調）を実現させる（perfect Bayesian）均衡点が存在する。」

このように，たとえ有限回の繰返しでも，プレーヤーの中の1人が3－1節で出てきた C（協調）を誘う CD^1 を使う可能性がかなり高いのなら，(C, C)（協調，協調）が実現する。

4節　繋がりと厳密でない可能性（時間－空間）

2節において「囚人のジレンマ」ゲームを紹介し，1回限りでは (D, D)（裏切り，裏切り）だけが均衡点であり，合理的なプレーヤーが自分の利得を最大にするように行動すると，かえって両方のプレーヤーにとって不利益な結果に陥ってしまう，というジレンマを述べた。それを回避するための試みとして，3節で「繰返し囚人のジレンマ」ゲームを導入し，いかに回避できたかを見てきた。この節では3節での回避法を別の角度から検討して，上記のジレンマを回避するもう一つのモデルを提出する。

4－1節　時間的な繋がりと厳密でない可能性

囚人のジレンマとは「合理的なプレーヤーが自分の利得を最大にするように行動すると，かえって両方のプレーヤーにとって不利益な結果に陥ってしまう。」というジレンマであった。これをジレンマというのであるから，(C, C)（協調，協調）の方が (D, D)（裏切り，裏切り）より優れていることは暗に当然のこととされている。ただ，(C, C)（協調，協調）を簡単に正当化するこ

とができなかっただけである。3節でどのような理由付けをしてジレンマを回避したかを少し詳しく検討してみる。

(C, C)（協調，協調）を簡単に正当化することが不可能な理由は，プレーヤーを過度に自律的に行動する理性的意思決定主体とみなしているため，自分の行動は自分で完全に制御できるが，他のプレーヤーの行動には直接的には影響されない，としている点である。このため，2節で述べたように，自分の取るべき行動を模索する仮想思考においても，自分の行動を変化させる時に，相手はまるで石のようにその行動を変えない。そこで，自分の行動の変化で相手の行動が変わる，または，相手の行動で自分が変わることをモデルに入れるために，繰返しゲームを導入した。そうすることにより，各期においてプレーヤーは自分の取る手をそれまでの過去の履歴に依存させて選ぶことができ，自分の行動の中に相手の行動を取り込むことができた。無限回繰返す場合には，(C, C)（協調，協調）を継続させる時間的な繋がりを維持できるために，割引率δが1に十分近いという仮定が必要であった。また，有限回繰返す場合は，一方のプレーヤーが協調行動を誘う戦略（CD^1）を取り続ける可能性がある程度必要であった。しかし，どちらも(C, C)（協調，協調）を実現させる安定な均衡点の存在を示すことができた。ここで，プレーヤー1のタイプ1が戦略（CD^1）を採用することに固執することは，厳密にいえば不利益である。このプレーヤー1のタイプ1は厳密さを敢えて放棄しており，このプレーヤー1を考慮することにより厳密でない可能性をモデルの中に取り込んでいるのである。すなわち，時間的な繋がりと厳密でない可能性を考慮することにより，初期のジレンマを回避できたのである。

このように繰返しゲームを導入することにより，自律的に行動する理性的意思決定主体であり，自分の行動は自分で完全に制御できるが，他のプレーヤーの行動には直接的には影響されない，プレーヤーが(C, C)（協調，協調）の実現を正当化できることが分かった。たとえ繰返しゲームの戦略が元のものより非常に複雑になるとしても，これは理論的には素晴らしい結果である。

ただ，私としてはプレーヤーを過度に自律的に行動する理性的意思決定主体

とみなし，自分の行動は自分で完全に制御できるが，他のプレーヤーの行動には直接的には影響されない，とした仮定を検討する必要があるように思われる。便宜上，このようなプレーヤーを「固いプレーヤー」と呼んでおく。

4－2節　空間的な繋がりとそのモデル

4－1節で，1回限りの「囚人のジレンマ」ゲームに付随するジレンマを「繰返し囚人のジレンマ」ゲームで回避することは，「固いプレーヤー」が時間的な繋がりと厳密でない可能性を考慮することでジレンマを回避することである，との解釈を行った。

参考文献[1]でプレーヤーが生身の人間である時，プレーヤー自身の中に（人間存在の奥深くに）他との繋がりを求めるべきであることを述べ，その根拠を3つ述べた。この繋がりは時間，空間を超えたものであり，更に，これこれのものであると明白に限定できるものでもなさそうである。しかし，それを時間的に捉えて展開させたものが4－1節で述べた時間的な繋がりであり，明白に限定できない点を考慮に入れたのが厳密でない可能性であると解釈できる。それでは，この繋がりを空間的に捉えて展開させたらどうなるだろうか？これを，特に，「囚人のジレンマ」ゲームにおいて「(C, C)（協調，協調）の実現を正当化する」ために考察するのが本節の目的である。相手との繋がりを空間的に捉えるとは以下のように解釈するプレーヤー（便宜上，「柔らかいプレーヤー」と呼ぶ）を想定することである。

Ⅰ）自分が取るべき手を探る仮想思考において，自分が取る手を変えようとする時に相手も同時に手を変える可能性を考慮する。（空間的な繋がり）

Ⅱ）上記の「相手も同時に手を変える可能性」を確率として捉える。

このプレーヤーが一般的なゲームをいかに行うかを考察することは困難と思われるが，本稿の目的は「囚人のジレンマ」ゲームにおいて「(C, C)（協調，協調）の実現を正当化する」ことである。

自分をプレーヤー1，相手をプレーヤー2とする。今，相手がC（協調）を確率xで取ると見積もっているとする。自分がC（協調）を取れば，期待利得

$$
\begin{array}{rcl}
 & \begin{array}{cc} C(x) & D(1-x) \end{array} & \\
\begin{array}{r} \Rightarrow C \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} (1,\ 1) & (b,\ a) \\ (a,\ b) & (0,\ 0) \end{pmatrix} & \begin{array}{l} x+(1-x)b \\ \end{array}
\end{array}
$$

図2．プレーヤー1がCを取ろうとする場合

$$
\begin{array}{rcl}
 & \begin{array}{cc} C & D \quad (0 \leqq \varepsilon \leqq 1) \\ (1-\varepsilon)x & 1-(1-\varepsilon)x \end{array} & \\
\begin{array}{r} C \\ \Rightarrow D \end{array} & \begin{pmatrix} (1,\ 1) & (b,\ a) \\ (a,\ b) & (0,\ 0) \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \\ a(1-\varepsilon)x \end{array}
\end{array}
$$

図3．プレーヤー1がDを取ろうと変更する場合

は$x+(1-x)b$である（図. 2参照)。自分がD（裏切り）を取ろうと変更すると相手(プレーヤー2）がC(協調）を取ろうとする確率も変化し（上記の柔らかいプレーヤーの仮定Ｉ),$(1-\varepsilon)x\ (0 \leqq \varepsilon \leqq 1)$に減少すると仮定する（上記の柔らかいプレーヤーの仮定Ⅱ)。この時の期待利得は$a(1-\varepsilon)x$となる(図. 3参照)。$x+(1-x)b \geqq a(1-\varepsilon)$を解くと，$\varepsilon \geqq (a-1)/a$の時$x \geqq 1-\dfrac{1-a(1-\varepsilon)}{1-a(1-\varepsilon)-b}$となる。すなわち，プレーヤー1のプレーヤー2に対する予想（x，ε）（xは自分がCを取る時に，相手もCを取ると思う確率であり，自分がDに変更した時に，相手がDを取る確率がεxだけ増える。）が$\varepsilon \geqq (a-1)/a$かつ$x \geqq 1-\dfrac{1-a(1-\varepsilon)}{1-a(1-\varepsilon)-b}$を満たせば，$C$（協調）を取るのが有利である。プレーヤー2のプレーヤー1に対する同様の予想（y，η）も$\eta \geqq (a-1)/a$かつ$y \geqq 1-\dfrac{1-a(1-\eta)}{1-a(1-\eta)-b}$を満たせば，$C$（協調）を取るのが有利である。すなわち，$\varepsilon \geqq (a-1)/a$かつ$\eta \geqq (a-1)/a$ならば，$(x,\ y)=(1,\ 1)$で安定している。

以上，自分が手を変えると相手も手を変える可能性を考慮した「柔らかいプレーヤー」が自分がC（協調）からD（裏切り）に取る手を変更した時に，相手がD（裏切り）に変わるだろうと予想する割合（εとη）が$(a-1)/a$以上と思っているなら,(C, C)(協調, 協調）が安定していることが示された。

4－3節　数値例

この節では簡単な数値例を与えて，今までに述べてきたモデルにおいて(C, C)（協調，協調）を実現する条件を具体的に求めてみる。

$$
\begin{array}{ccc}
 & & \text{プレーヤー2} \\
 & & \begin{array}{cc} C & D \end{array} \\
\text{プレーヤー1} & \begin{array}{c} C \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} (1,\ 1) & (-1,\ 3/2) \\ (3/2,\ -1) & (0,\ 0) \end{pmatrix}
\end{array}
$$

図4．「囚人のジレンマ」数値例1

$$
\begin{array}{ccc}
 & & \text{プレーヤー2} \\
 & & \begin{array}{cc} C & D \end{array} \\
\text{プレーヤー1} & \begin{array}{c} C \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} (1,\ 1) & (-1,\ 2/2) \\ (2,\ -1/2) & (0,\ 0) \end{pmatrix}
\end{array}
$$

図5．「囚人のジレンマ」数値例2

まず，図．4のように$a=3/2$，$b=-1$とすると，$(CD^{\infty}, CD^{\infty})$と$(CD^{1}, CD^{1})$が均衡点となる条件は共に$\delta \geqq 1/3$となる。3－2節で述べた「有限回繰返し囚人のジレンマ」ゲームにおけるpに関する条件は$p \geqq 1/2$となる。4－2節で述べた柔らかいプレーヤーが（C, C）（協調，協調）で安定となる条件はε，$\eta \geqq 1/3$となる。

次に，図．5のように$a=2$，$b=-1/2$とすると，$(CD^{\infty}, CD^{\infty})$が均衡点となる条件は$\delta \geqq 1/2$となる。$(CD^{1}, CD^{1})$が均衡点となる条件は$\delta \geqq 2/3$となる。$p$に関する条件は$p \geqq 1/2$となる。柔らかいプレーヤーが（$C, C$）（協調，協調）で安定となる条件は$\varepsilon$，$\eta \geqq 1/2$となる。

5節　ま　と　め

合理的なプレーヤーが自分の利得を最大にするように行動すると，かえって両方のプレーヤーにとって不利益な結果に陥ってしまう，という「囚人のジレンマ」ゲームを取り上げ，このジレンマを回避し，（C, C）（協調，協調）を実現させる試みを，プレーヤーの繋がりの具現という観点から検討を行った。

自分が取り得る手を探る仮想思考においても，自分と相手とが同時に変化することを正当化し得ない「固いプレーヤー」は時間的な繋がりを通じることにより（無限回繰返しゲームで），または，厳密性を放棄する可能性により（有

表1．（C，C）を実現するモデルとその条件

モ デ ル	変数とその意味	臨 界 値
無限回繰返し（CD^{∞}，CD^{∞}）	δ（割引率）	$(a-1)/a$
無限回繰返し（CD^{1}，CD^{1}）	δ（割引率）	$\max\{(a-1)/a, (a-1)/(1-b)\}$
有限回繰返し	p（CD^{1}を利用する可能性）	$\max\{(a-1)/a, -b/(1-b)\}$
1回（柔らかいプレーヤー）	ε，η（相手も同時に手を変える可能性）	$(a-1)/a$

限回繰返しゲーム），ジレンマの回避を試みた。

そこで，自分が取り得る手を探る仮想思考において，自分と相手とが同時に変化することを有り得るとみなす「柔らかいプレーヤー」を想定し，1回限りのゲームでも（C, C）（協調，協調）が実現する条件を求めた。これらをまとめたのが表. 1である。δ，p，ε（η）をそれぞれ時間的な繋がり，厳密でない可能性，空間的な繋がりを表す尺度とみなせば，全て同様の臨界値を持っていることが伺える。これらが十分1に近い時，（C, C）（協調，協調）が実現するのである。

今後の課題を述べることで本稿を終わることにする。

1）「柔らかいプレーヤー」が「囚人のジレンマ」以外のゲームをいかに行うかを検討すること。

2）自分が取り得る手を探る仮想思考において，自分と相手とが同時に変化することを有り得るとみなす「柔らかいプレーヤー」の仮定が現実的であると示すこと。

補　　遺

「$\delta \geqq \max\{(a-1)/a, (a-1)/(1-b)\}$が成り立つならば，$(CD^1, CD^1)$ は均衡点である。しかし，部分ゲーム完全ではない。」ただし，

CD^1＝「第1期はC（協調）を選ぶ，第2期以降は前の期に相手のプレーヤーが取った手を選ぶ。」

証明

CD^1 は前回に相手の取った手にのみ依存するので，プレーヤーが各期で自分の取る手を決定する際に次の4個の状態を区別すれば十分である：$s=(C,C),(C,D),(D,C),(D,D)$。ただし，この補遺では（プレーヤー1の前回取った手，プレーヤー2の前回取った手）とする。今，プレーヤー2が戦略 CD^1 を取ると仮定する。この時のプレーヤー1が自分の総期待利得を最大にするために各期に取るべき手を求める。ここで注意すべきことはプレーヤー2の戦略は CD^1 と決まっているので，このプレーヤー1の問題はゲームではなく，割引率δを考慮した無限計画期間の動的計画法の問題となる。すなわち，

$f(s)$＝状態sから始まるこの無限計画期間問題の総期待利得の最大値とすると，$f(s)$ は唯一つ存在し，次の関数方程式を満足することが知られている。

$$
\begin{array}{l}
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad C \qquad\qquad\qquad\quad D \\
\begin{cases}
f(C,C)=\max\ \{1+\delta f(C,C),\ \ a+\delta f(D,C)\} \\
f(C,D)=\max\ \{1+\delta f(C,C),\ \ a+\delta f(D,C)\}
\end{cases}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
\qquad\qquad\qquad\qquad\quad C \qquad\qquad\qquad\quad D \\
\begin{cases}
f(D,C)=\max\ \{b+\delta f(C,D),\ \ 0+\delta f(D,D)\} \\
f(D,D)=\max\ \{b+\delta f(C,D),\ \ 0+\delta f(D,D)\}
\end{cases}
\end{array}
$$

さらに，この右辺の最大値を与える項に対応する手がその時の最適政策（CD^1 に対する最適反応）となる。最初の主張「(CD^1，CD^1) は均衡点である」は両プレーヤーが（CD^1，CD^1）を選んだ時，正の確率で訪れる状態（C, C）でのみCが最適な手であることが示されれば良い。次の主張「部分ゲーム完全ではない」は他の状態で CD^1 が処方する手が最適でないことが示されれば良い。

まず，注意することは上記の関数方程式より，
$f(C, C)=f(C, D)$，$f(D, C)=f(D, D)$ が成り立つ。これは，プレーヤー2の戦略 CD^1 に対するプレーヤー1の最適な手が，プレーヤー2が前回取った手に依存しないことを意味する。CD^1 はこの性質を満足しないので，主張「部分ゲーム完全ではない」が証明された。さて，最初の主張「(CD^1，CD^1) は均衡点である」を証明するために，状態（C, C）でCが最適な手であることを示す。すなわち，

A）$f(C, C)=1+\delta f(C, C) \geqq a+\delta f(D, C)$

が示されれば良い。次の2つの場合に分けて考える。この中の少なくとも一方は必ず成立し，同時には成立しない。

1）$f(D, C)=b+\delta f(C, C) \geqq 0+\delta f(D, C)$

2）$f(D, C)=0+\delta f(D, C) > b+\delta f(C, C)$

1）の場合：

A）と1）の等式より

$f(C, C)=1/(1-\delta)$，$f(D, C)=b+\delta/(1-\delta)$

これをA）と1）の不等式へ代入してδに関して解くと，$\delta \geqq (a-1)/(1-b)$，$\delta \geqq -b/(1-b)$ となる。

2）の場合：

A）と2）の等式より

$f(C, C)=1/(1-\delta)$，$f(D, C)=0$

これをA）と2）の不等式へ代入してδに関して解くと，$\delta \geqq (a-1)/a$，$\delta < -b(1-b)$ となる。

仮定$\delta \geqq \max\{(a-1)/a,\ (a-1)/(1-b)\}$に注意すれば，上記の一方が成立している。これで，A）が成立することが示された。

（証明終り）

参 考 文 献

[1] 行方常幸　「繋がりの根拠－ゲーム理論の基礎に向けて」，商学討究第43巻第3・4合併号，1993 (pp. 249-263)

[2] Friedman, James W. 1990. *Game Theory with Applications to Economics*. 2nd ed. New York : Oxford University Press.

[3] Gibbons, R. 1992. *Game Theory for Applied Economists*. Princeton : Princeton University Press.

[4] Axelrod, R. 1984. *The Evolution of Cooperation*. New York : Basic Books. (松田裕之訳,「つきあい方の科学」, HBJ 出版局, 1987。)