

# 純粹戦略における Nash 均衡より緩い安定性

行方常幸

## 目次

1. はじめに
2. プレイヤーが同時に手を変える可能性を考慮に入れた安定性
3. 例と考察
  3. 1. 例 1 : 簡単な例
  3. 2. 例 2 : 安定な解が存在しない例
  3. 3. 例 3 :  $I(c^1) = \emptyset \neq \{1, 2\}$  の場合 (囚人のジレンマ)
  3. 4. 例 4 :  $I(c^1) = \{1, 2\}$  の場合 (チキンゲーム)
  3. 5. 例 5 : ROSENTHAL の例 ([2]より)
  3. 6. 例 6 :  $c^\infty$  が複数ある場合
  3. 7. 考察
4. 関連する研究
5. まとめ
6. 参考文献

## 1. はじめに

非協力ゲームは与えられた問題に対して、ある意味で安定な状況を見つける理論である。この安定性の1つの解釈として Nash 均衡が有名であるが、状況によってはそれが要求する安定性が強すぎるために、それを単純に適用しても、現実を十分説明しているとは言い難い場合がある。例えば、有限回繰返し囚人のジレンマゲームにおいて、協調行動が実現する戦略の組みが Nash 均衡となるためには、一方のプレイヤーがいつも「しっぺ返し戦略」を使う不確

定性をモデルに組み込む、等の細工をしなければならない。しかし、Nash 均衡の定義「自分以外の他のプレイヤーが Nash 均衡で指定された戦略をとっている時、自分だけが違う戦略をとっても有利にはならない。」の下線部を再考し、自分が戦略を変える時、相手も同時に戦略を変える可能性を考慮すれば 1 回きりの囚人のジレンマゲームにおいても、ある条件のもとで、共に協調行動をとるのが安定であることを [1] で示した。本稿においてはこの考えを発展させて、純粋戦略における Nash 均衡より緩い安定性について考察してみる。ゲーム論的状况において、何が起こるか又は何が望ましいかが皆目見当がつかない場合もあるが、あらかじめ望ましいと思われる結果がありそれを正当化する根拠に欠けている場合も多く存在する。本稿の目的は先験的に望ましいと考えられる（例えば、なるべくパレート最適な利得を与える）戦略の組みを正当であるとする安定性を考察することである。

## 2. プレイヤーが同時に手を変える可能性を考慮に入れた安定性

戦略形で与えられた有限 2 人ゲーム  $\Gamma = (N, C, u)$  を考える。ただし、 $N = \{1, 2\}$  はプレイヤーの集合、 $C = C_1 \times C_2$  で  $C_i$  はプレイヤー  $i$  の純粋戦略の集合、 $u = (u_1, u_2)$  で  $u_i$  はプレイヤー  $i$  の利得関数 ( $u_i : C \rightarrow \mathbb{R}$ ) である。また、対応  $T : C \rightarrow C$  を  $T(c) = T_1(c) \times T_2(c)$ ,

$$T_i(c) = \begin{cases} \{d \mid \max_e u_i(e, c_{-i}) = u_i(d, c_{-i})\} & \text{if } \max_e u_i(e, c_{-i}) > u_i(c) \\ \{c_i\} & \text{if } \max_e u_i(e, c_{-i}) = u_i(c) \end{cases}$$

とし、 $I(c) = \{i \mid c_i \notin T_i(c)\}$  と定める。すなわち、今、戦略の組み  $c = (c_1, c_2)$  をみんなで利用している時、自分一人だけ変わるにより利得が本当に増加する場合はその戦略を、そうでない場合は元の戦略を取るようになるのが  $T(c)$  である。この時、元の戦略と異なった戦略を取るプレイヤーの集合が  $I(c)$  である。 $I(c) = \emptyset$  であることと  $c$  が純粋戦略 Nash 均衡であることは同値である。さて、プレイヤーが同時に手を変える可能性を考慮に入れた安定性を次のように定義する：

「純粋戦略の組み  $c^* = (c_1^*, c_2^*)$  が追従定数の組み  $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  に関して安

定である。」とは

「 $I(c^*) \neq \emptyset$ ならば,

『列  $\{c^k\}$  ( $c^0 = c^*$ ,  $c^{k+1} \in T(c^k)$ ) から次のようにして極限值  $c^\infty$  を得る。  $I(c^1) = N$  ならば  $c^\infty = c^1$ ,  $I(c^1) \neq N$  ならば列  $\{c^k\}$  に無限回現われる項を  $c^\infty$  とする<sup>1)</sup>。

この極限值  $c^\infty$  に関して,

全ての  $i \in N$  に対して,

$$u_i(c^*) \geq \varepsilon_i u_i(c^\infty) + (1 - \varepsilon_i) u_i(c_i^\infty, c_{-i}^*) \quad (ST)$$

となること』

である。」

$c^*$  が Nash 均衡ならば,  $I(c^*) = \emptyset$  なので上記の定義の仮定の部分を満足しないので次の性質が成り立つ。

**性質 1.** 「Nash 均衡は任意の追従定数の組みに関して上記の意味で安定である。」

すなわち, 上記の安定性は Nash 均衡より緩い安定概念である。この安定性の意味は次のようである。今, 必ずしも Nash 均衡でない  $c^*$  を正当化したい。 $c \in T(c^*)$  ( $c \neq c^*$ ) が存在すれば,  $i \in I(c^*)$  であるプレイヤー  $i$  は  $c_i$  に変更しようとする動機が存在する。この動機を何とかして抑止したいのである。そこで思考過程の列  $\{c^k\}$  ( $c^0 = c^*$ ,  $c^{k+1} \in T(c^k)$ ) と同時に手を変える可能性を以下のように考慮する。この列の極限值  $c^\infty$  が各プレイヤーの脳裏に残るであろう。上記の思考過程により, 各プレイヤー  $i$  は自分が手を変えるなら, 結局,  $c_i^\infty$  に変更することになるだろう。そしてその際, 他のプレイヤーも同時に手を変える可能性を考慮する。すなわち, 自分だけが変更する確率を  $1 - \varepsilon_i$  ( $\varepsilon_i$  は追従定数), 他の全てのプレイヤーも同時に変更する確率を  $\varepsilon_i$  と見積もっているとする。自分の手を変えようとしても有利ではないという条件が上式 (ST) である。

自分が戦略を変えようとする, 自分以外の全てのプレイヤーも同時に戦略

---

1) このように  $c^\infty$  を決める理由は次節で述べる。

を変えようとする確率が正と考えられる場合は存在するか？また、存在するとしたらどのような場合か？

通常、われわれは結果として生じる利得が各プレイヤーへ支払われると仮定しているので、頭の中で行う思考過程においても同様に各プレイヤーが独立に行動を行うと簡単に仮定している。しかしながら、人間は社会的動物であり関係の渦中において行動を決定するので、事後に生じる結果とあまり直接に関係なく、事前の思考過程では同時に戦略を変更する可能性を案外考えていると思われる。このような思考過程における同時に戦略を変更する可能性が意思決定に大きな影響を与える場合、さらに、 $c^*$  が社会的に望ましい性質を持っていて、その実現が望まれる場合ならば、 $c^*$  からの逸脱を抑止を促すための思考フレームワークとして、上記の同時に戦略を変更すると考えるのは無理なことではないと思われる。

### 3. 例と考察

この節では色々な例を通じて前節で述べた安定な解を求める。われわれの立場は先験的に2人のプレイヤーにとって望ましいと思われる純粋戦略の組みが安定であるのはどういう場合かを調べることである。ここで先験的に望ましいとは、明確に限定的な表現方法ではないが、なるべくパレート最適でかつ両プレイヤーの利得の差がなるべく小さいものを意味する。

#### 3. 1. 例1：簡単な例

表1

|        |   | プレイヤー2 |      |
|--------|---|--------|------|
|        |   | L      | R    |
| プレイヤー1 | U | 4, 5   | 2, 4 |
|        | D | 5, 1   | 3, 2 |

まず、表1で与えられたゲームを考察する。パレート最適な利得の組み(4, 5)を与える戦略の組み(U, L)を正当化したい。(U, L)はNash均衡ではない。 $c^* = (U, L)$

とし、思考過程の列  $\{c^k\}$  ( $c^0 = c^*, c^{k+1} \in T(c^k)$ ) を求めると、 $c^1 = (D, L)$ ,  $c^2 = c^3 = \dots = (D, R)$  ((D, R)がNash均衡であることによる),  $I(c^1) = \{2\}$  となるので、思考過程は  $c^\infty = (D, R)$  で停止する。条件 (ST) に代入して、

$$u(c^*) = (4, 5) \geq (3\varepsilon_1, 2\varepsilon_2) + (5(1-\varepsilon_1), 4(1-\varepsilon_2))$$

これを解いて、 $\varepsilon_1 \geq \frac{1}{2}$ ,  $0 \leq \varepsilon_2 \leq 1$ となる。すなわち、プレイヤー1が自分が手を変えるとときに相手も手を変える確率を50%以上と見積もっているならば、(U, L) は安定である。

3. 2. 例2 : 安定な解が存在しない例

表2

|        |   |                     |                     |
|--------|---|---------------------|---------------------|
|        |   | プレイヤー2              |                     |
|        |   | L                   | R                   |
| プレイヤー1 | U | $\underline{1}, -1$ | $-1, \underline{1}$ |
|        | D | $-1, \underline{1}$ | $\underline{1}, -1$ |

次に、安定な解が存在しない表2のゲームを見てみる。今、 $c^* = (U, L)$ として話しを進める。他の戦略の組み合わせでも同様である。思考過程の列  $\{c^k\}$  ( $c^0 = c^*$ ,

$c^{k+1} \in T(c^k)$ ) を求めると、 $c^1 = (U, R)$  ( $I(c^1) = \{1\}$ ),  $c^2 = (D, R)$ ,  $c^3 = (D, L)$ ,  $c^4 = c^0$ ,  $c^5 = c^1$ , ...となる。思考過程は (U, L), (U, R), (D, R), (D, L) の中のどれで停止するか解らないので、全ての可能性を考慮に入れることにする。すなわち、 $c^\infty = (U, L)$  または (U, R) または (D, R) または (D, L) とおいて、条件 (ST) に代入すると、

$$(1, -1) \geq (\varepsilon_1, -\varepsilon_2) + ((1-\varepsilon_1), -(1-\varepsilon_2)) \text{ これは常に成立}$$

$$(1, -1) \geq (-\varepsilon_1, \varepsilon_2) + (-(1-\varepsilon_1), (1-\varepsilon_2)) \text{ これは常に不成立}$$

$$(1, -1) \geq (\varepsilon_1, -\varepsilon_2) + (-(1-\varepsilon_1), (1-\varepsilon_2)) \text{ より } \varepsilon_2 = 1$$

$$(1, -1) \geq (-\varepsilon_1, \varepsilon_2) + (-(1-\varepsilon_1), (1-\varepsilon_2)) \text{ これは常に不成立}$$

これら4つの不等式の少なくとも1つが成立しないので (U, L) は安定ではない。

3. 3. 例3 :  $I(c^1) = \emptyset \neq \{1, 2\}$  の場合 (囚人のジレンマ)

表3 囚人のジレンマ

|        |   |                                |                                |
|--------|---|--------------------------------|--------------------------------|
|        |   | プレイヤー2                         |                                |
|        |   | C                              | D                              |
| プレイヤー1 | C | $\underline{5}, \underline{5}$ | $0, \underline{6}$             |
|        | D | $\underline{6}, 0$             | $\underline{1}, \underline{1}$ |

表3の囚人のジレンマゲームを考える。パレート最適である利得の組み (5, 5) が両プレイヤーにとって望ましいと思われる。そこで、協調行動 (C, C) を解としてサポートしたいので  $c^* = (C, C)$  とし、思考過程の列  $\{c^k\}$  ( $c^0 = c^*$ ,  $c^{k+1} \in$

$T(c^k)$ ) を求めると、 $c^1 = (D, C)$  ( $I(c^1) = \{2\}$ ),  $c^2 = (D, D)$ ,  $c^3 = (C, D)$ ,  $c^4 = (C, C)$ ,  $c^5 = c^1$ , ...となる。思考過程は (C, C), (D, C), (D, D), (C, D), (C, C) の中のどれで停止するか解らないので、全ての可能性を考慮に入れることにする。すなわち、 $c^\infty = (C, C)$  または (D, C) または (D, D) または (C, D) とおいて、条件 (ST) に代入すると、

$T(c^k)$  を求めると、(D, D) が Nash 均衡なので、 $c^1=c^2=\dots=(D, D)$  となる。すなわち、思考過程は  $c^\infty=(D, D)$  で停止する。これを条件 (ST) に代入すると、 $u(c^*)=(5, 5) \geq (\varepsilon_1, \varepsilon_2) + (6(1-\varepsilon_1), 6(1-\varepsilon_2))$  より  $\varepsilon_i \geq \frac{1}{6}$  ( $i=1, 2$ ) となる。すなわち、両プレイヤー共自分が手を変える時相手も同時に手を変える確率を20%以上であると見積もっているなら、協調行動 (C, C) は安定である。

### 3. 4. 例4: $I(c^1)=\{1, 2\}$ の場合 (チキンゲーム)

表4 チキンゲーム

|        |   |        |        |
|--------|---|--------|--------|
|        |   | プレイヤー2 |        |
|        |   | C      | B      |
| プレイヤー1 | C | 4, 4   | 1, 6   |
|        | B | 6, 1   | -3, -3 |

表4で与えられているチキンゲームを考察する。パレート最適である利得の組み (4, 4) が両プレイヤーにとって望ましいと思われるので、 $c^*=(C, C)$  とする。

思考過程の列  $\{c^k\}$  ( $c^0=c^*, c^{k+1} \in T(c^k)$ ) を求めると、先ず、 $c^1=(B, B)$  となる。 $I(c^1)=\{1, 2\}$  なので思考過程をここで停止し、 $c^\infty=c^1=(B, B)$  とする。これは2つの思考過程  $\{c^0, c^1\}$  と  $\{c^1, c^2, \dots\}$  の関連を意味付けられないからである。 $u(c^*)=(4, 4) \geq (-3\varepsilon_1, -3\varepsilon_2) + (6(1-\varepsilon_1), 6(1-\varepsilon_2))$  より  $\varepsilon_i \geq \frac{2}{9}$  ( $i=1, 2$ ) となる。すなわち、両プレイヤー共自分が手を変える時相手も同時に手を変える確率を22.2%以上であると見積もっているなら、(C, C) は安定である。

3. 5. 例 5 : Rosenthal の例 ([2] より)

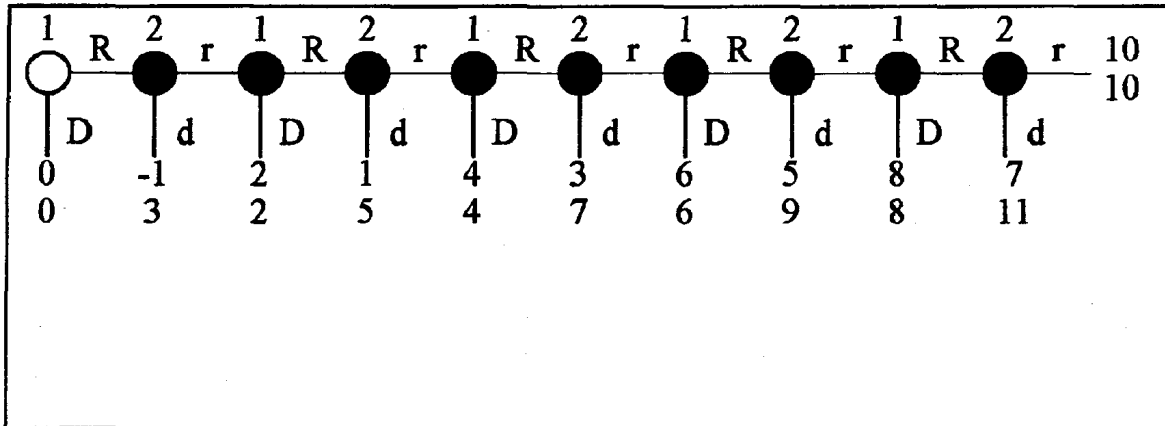


図 1

表 5

|       | d            | rd          | rrd         | rrrd        | rrrrd        | rrrrr         |
|-------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|---------------|
| D     | <u>0, 0</u>  | 0, 0        | 0, 0        | 0, 0        | 0, 0         | 0, 0          |
| RD    | -1, <u>3</u> | <u>2, 2</u> | 2, 2        | 2, 2        | 2, 2         | 2, 2          |
| RRD   | -1, 3        | 1, <u>5</u> | <u>4, 4</u> | 4, 4        | 4, 4         | 4, 4          |
| RRRD  | -1, 3        | 1, 5        | 3, <u>7</u> | <u>6, 6</u> | 6, 6         | 6, 6          |
| RRRRD | -1, 3        | 1, 5        | 3, 7        | 5, <u>9</u> | <u>8, 8</u>  | 8, 8          |
| RRRRR | -1, 3        | 1, 5        | 3, 7        | 5, 9        | 7, <u>11</u> | <u>10, 10</u> |

次に、図 1 で展開形が与えられている Rosenthal の例を考察する。始点は左端のノードでプレイヤー 1 と 2 が交互に D(d)か R(r)を選ぶ。D(d)を選べばその時点でゲームは終わる。これを戦略形で表わしたのが表 5 である。図 1 より唯一の部分ゲーム完全 Nash 均衡は「常に D(d)を選ぶ」であり、表 5 の (D, d) に対応する。Rosenthal の考えは次節で述べるとして、ここではパレート最適な利得の組み(10, 10)を与える戦略の組み(RRRRR, rrrrr)が安定である条件を求めてみよう。思考過程の列  $\{c^k\}$  ( $c^0=c^*$ ,  $c^{k+1} \in T(c^k)$ ) を求めると、次のようになる ( $I(c^1)=\{1\}$  であることに注意)。

$$c^*=(RRRRR, rrrrr), c^1=(RRRRR, rrrrd),$$

$$c^2=(RRRRD, rrrrd), c^3=(RRRRD, rrrd),$$

$$c^4=(RRRD, rrrd), c^5=(RRRD, rrd),$$

$$c^6=(RRD, rrd), c^7=(RRD, rd), c^8=(RD, rd),$$

$$c^9=(RD, d), c^{10}=c^{11}=\dots=(D, d), c^\infty=(D, d)$$

$$u(c^*)=(10, 10) \geq (0 \varepsilon_1, 0 \varepsilon_2) + (0(1-\varepsilon_1), 3(1-\varepsilon_2))$$

この不等式は常に成立する。

これは任意の追従定数に対して、すなわち、同時に手を変える確率をどのように見積もっていても（たとえ0であっても）、(RRRRR, rrrrr) は安定であることを示している。

3. 6. 例6 :  $c^\infty$ が複数ある場合

表6

プレイヤー2

|        | a | b                         | c                         | d           |
|--------|---|---------------------------|---------------------------|-------------|
| プレイヤー1 | A | <u>3, 2</u> → 0, <u>3</u> | 0, 2                      | -1, 0       |
|        | B | 2, 0                      | <u>1, 0</u> → 0, <u>1</u> | -1, 0       |
|        | C | 2, 0                      | 0, <u>1</u> ← <u>1, 0</u> | -1, 0       |
|        | D | 0, -1                     | 0, -1                     | <u>0, 0</u> |

最後に、表6で与えられたゲームを考察する。パレート最適な利得の組み(3, 2)を与える戦略の組み(A, a)が安定である条件を以下で求める。

$$c^*= (A, a), c^1=(A, b), c^2=(B, b), c^3=(B, c),$$

$$c^4=(C, c), c^5=(C, b), c^6=c^2, \dots$$

$$c^\infty=(B, b), \text{ or } (B, c), \text{ or } (C, c), \text{ or } (C, b)$$

$$u(c^*)=(3, 2) \geq (\varepsilon_1, 0) + (2(1-\varepsilon_1), 3(1-\varepsilon_2)) \rightarrow \varepsilon_2 \geq \frac{1}{3}$$

$$u(c^*)=(3, 2) \geq (0, \varepsilon_2) + (2(1-\varepsilon_1), 2(1-\varepsilon_2)) \text{ 常に成立}$$

$$u(c^*)=(3, 2) \geq (\varepsilon_1, 0) + (2(1-\varepsilon_1), 2(1-\varepsilon_2)) \text{ 常に成立}$$

$$u(c^*)=(3, 2) \geq (0, \varepsilon_2) + (2(1-\varepsilon_1), 3(1-\varepsilon_2)) \rightarrow \varepsilon_2 \geq \frac{1}{2}$$

すなわち、プレイヤー2が同時に手を変える確率を50%以上と見積もっているならば、(A, a) は安定である。



### 3. 7. 考察

以上の例を参考にしながら本稿で述べている安定性の概念の妥当性について検討してみる。

まず、同時に手を変える可能性に関して考えてみる。われわれの立場は「自分が手を変えることにより他のプレイヤーの自律性を脅かす何かが伝播し、その結果、ある頻度で他のプレイヤーも手を変える」と主張するものでは決してない。両プレイヤーにとって望ましいと思われる戦略の組みから逸脱したい理由は、自分だけが手を変えれば自分の利得が増加する（多分相手の利得は減少する）からであるが、相手も同様な状況にあるので自分だけが手を変えられると考えるのは甘すぎる。この考えを直接かつ素朴に表現したのが同時に手を変える可能性である。特に、社会的に望ましいと思われる状態からの逸脱に関しては、「そうしたいが相手も同じことを考えているだろうから、やはり止めておこう」というタイプの思考で対処していることが多いのではないだろうか？このように同時に手を変える可能性を考慮するのは社会的に望ましいと思われる状態からの逸脱を抑止するときによく使われるパターンの一表現と見なせるからであり、手を変えようとする意思が伝播する可能性を考えているのではない。

次に、思考過程の列  $\{c^k\}$  ( $c^0 = c^*$ ,  $c^{k+1} \in T(c^k)$ ) から求める極限値の求め方に関して考えてみる。

例1と例5のように、 $I(c^*) = \{1\}$  or  $\{2\}$ ,  $I(c^\infty) = \emptyset$  となる場合、思考過程は各々のプレイヤーが交互に自分に有利になるように手を変えていき、最終的に Nash 均衡に落ち着くことになる。 $c^*$  から逸脱したい誘惑を次々に辿って来て、最終的に  $c^\infty$  が得られたことになるので十分に納得出来る求め方である。

次に例3の囚人のジレンマゲームのように  $I(c^*) = \{1, 2\}$  であるが  $I(c^1) = I(c^\infty) = \emptyset$  となる場合も、 $c^*$  から逸脱したい誘惑を1回辿るだけで、最終的な  $c^\infty$  が得られたことになるので十分に納得出来る求め方である。

例4のチキンゲームのように  $I(c^*) = I(c^1) = \{1, 2\}$  となる場合、最初の思

考過程  $\{c^0 = c^*, c^1\}$  の  $c^1$  が実現するためには、同時に手を変えることが確率1で成立していなければならない。われわれは同時に手を変える確率を必ずしも1と仮定していないので、この  $c^1$  を出発点とする思考過程  $\{c^1, c^2, \dots\}$  を最初の  $\{c^0 = c^*, c^1\}$  とつなげるのはあまり納得出来ることではない。そこでこの場合は  $c^1$  で思考過程を停止し、 $c^\infty = c^1$  とした。

最後に例6のような場合であるが、思考過程の続き方は例1、例5と同じなので問題はないであろう。 $c^\infty$  を思考過程に無限回現われる全ての項にしたのは、全ての場合に条件 (ST) が成立すれば  $c^*$  から逸脱する動機を抑止できるであろうと思われるからである。

表7

|        |              |                             |
|--------|--------------|-----------------------------|
|        | プレイヤー2       |                             |
|        | $c_2^*$      | $c_2^\infty$                |
| プレイヤー1 | $c_1^*$      | $u_1^*, u_2^*$              |
|        | $c_1^\infty$ | $a, u_1^\infty, u_2^\infty$ |

さて、最後に条件 (ST) を検討する。思考過程の最初と最後だけを書いたのが表7である。これから条件 (ST) は

$$\begin{aligned} u_1^* &\geq \varepsilon_1 u_1^\infty + (1 - \varepsilon_1) a \\ u_2^* &\geq \varepsilon_2 u_2^\infty + (1 - \varepsilon_2) b \end{aligned} \quad (ST)$$

すなわち、 $u_1^*$  が  $u_1^\infty$  と  $a$  の内分点以上であり、かつ  $u_2^*$  が  $u_2^\infty$  と  $b$  の内分点以上であることを意味する。 $(u_1^*, u_2^*)$  がパレート最適である場合には不等式  $u_1^* > u_1^\infty, u_2^* > u_2^\infty$  の少なくとも一方は成立する。もし、両方の不等式が成立すれば十分1に近い  $\varepsilon_i (i=1, 2)$  で条件 (ST) が成り立つことになる。言い換えると  $u_1^* > u_1^\infty, u_2^* > u_2^\infty$  が成立している場合に本稿で述べている安定性が活躍するのである。

$c^\infty = c^1$  の場合は、 $u_1^* < a, u_2^* < b$  の少なくとも一方が成立しているので、条件 (ST) が成り立つためには  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  の少なくとも一方又は両方が1に近くなければならない。 $c^\infty \neq c^1$  の場合は  $u_1^*$  と  $a, u_2^*$  と  $b$  の大小関係は不明であり、極端な場合、例5のように条件 (ST) が無条件に成立することがある。これは思考過程を先に考え、後で同時に手を変える可能性を考慮しているからであるが、上に述べたように  $c^*$  から  $c^\infty$  への思考過程は直線的なものであるので、

その後同時に手を変える可能性を考慮しても十分納得出来ると思われる。言い換えれば、例5のように  $u_1^* \geq u_1^\infty, u_2^* \geq u_2^\infty$  と  $u_1^* \geq a, u_2^* \geq b$  が成立し、 $c^\infty$  が Nash 均衡となる場合（結局、条件 (ST) が無条件に成立する）も本稿の安定性が活躍する。

### 4. 関連する研究

本節では本稿に関連する他の研究について少し述べる。

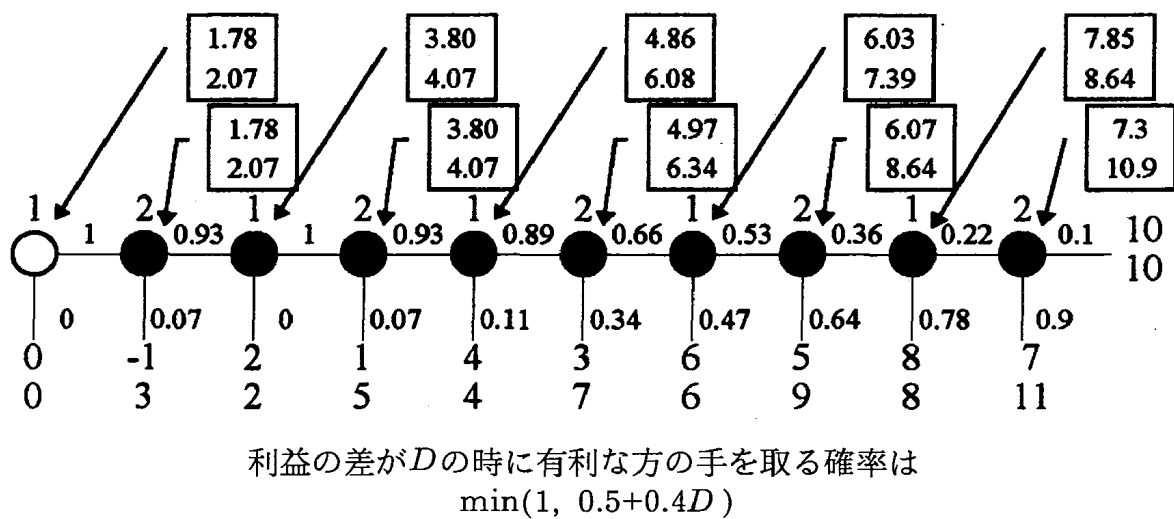


図 2

Rosenthal の例 5 において Rosenthal は以下のように考えることにより両プレイヤーが  $R(r)$  を取る可能性を正当化している。プレイヤーは利得が大きい方を必ずしも確率 1 で選ぶのではなく、利得の差が  $D$  の時、有利な方の手を取る確率を  $\min(1, 0.5+0.4D)$  と仮定するのである。例えば、1 番右端のノードでプレイヤー 2 は利得の差が  $D=11-10=1$  なので  $d$  を確率 0.9 で  $r$  を確率 0.1 で取る。これが与えられるとプレイヤー 1 の 1 番右のノードで  $R$  をとった時の期待利得はプレイヤー 1 には  $0.9 \times 7 + 0.1 \times 10 = 7.3$ 、プレイヤー 2 には  $0.9 \times 11 + 0.1 \times 10 = 10.9$  となる。同様に計算を行うと図 2 が得られる。プレイヤー 1 の第 1 手番と第 2 手番では  $R$  を確率 1 で取り、プレイヤー 2 の第 1 手番と第 2 手番でも  $r$  を確率 0.93 で取るようになっている。

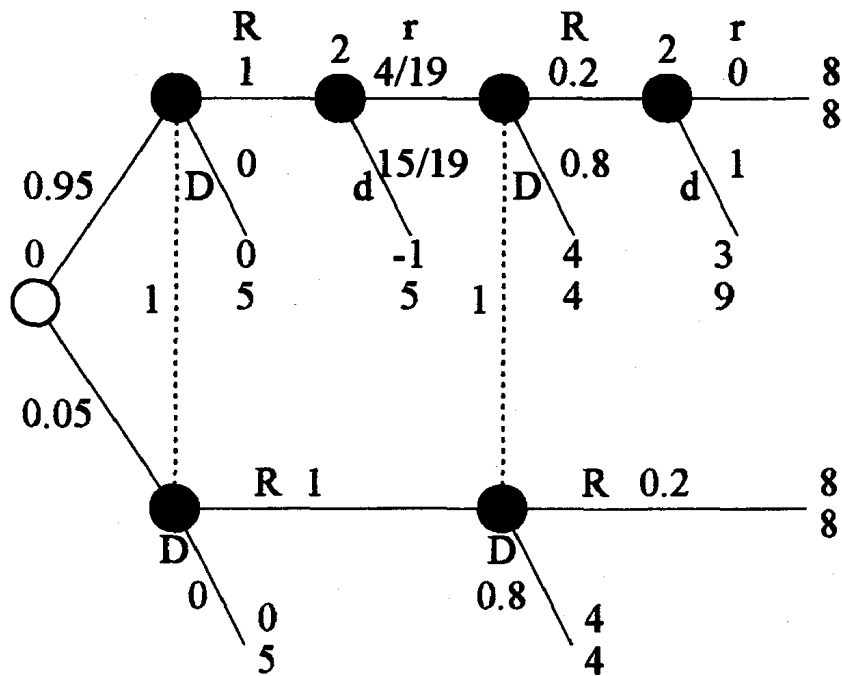


図3 Myersonの例

Myerson[3]は Rosenthal と類似のゲームに図3のような細工を施して同様な結果を得ている。左端の白丸のノードからゲームは始まる。プレイヤー1と2は Rosenthal の例と同様のゲームを行うが、プレイヤー2はタイプ1かタイプ2であり、タイプ2はrしか取ることが出来ない。プレイヤー2は自分のタイプを知っているが、プレイヤー1は知らない。95%の確率でプレイヤー2はタイプ1である。このゲームの sequential equilibrium は図3のようになる。プレイヤー1の第1手番ではRを取り、第2手番では20%の確率でRを取る。タイプ1は第1手番では確率4/19でrを取る。もし、100%の確率でプレイヤーがタイプ1であるなら、両プレイヤー共いつもD(d)を取るのが sequential equilibrium である。しかし、このように相手がいつもrを取る可能性が少し(5%)でもあればRを取るのが有利になる。

最後に、表8を例にして、Muto[4]の alternating-move preplays について述べる。この場合も(C,C)が正当化される。プレイヤーはゲームを始める前にどの手を取ろうとするかを交互に宣言する。ここではプレイヤー1から宣言を開始すると仮定する。前回に行った自分の宣言と違う宣言をすれば、

表8 チキンゲーム2

|        |   |        |      |
|--------|---|--------|------|
|        |   | プレイヤー2 |      |
|        |   | C      | B    |
| プレイヤー1 | C | 7, 7   | 4, 9 |
|        | B | 9, 4   | 0, 0 |

相手のプレイヤーが次に宣言を行う。前回の宣言と同じ宣言をした場合に初めてゲームが行われる。各プレイヤーが最後に宣言した手を取りそれに対応する利得を貰い

ゲームは終わる。もし、前回に行った自分の宣言と違う宣言をし続けるならば、ゲームを行うことが出来ず、両プレイヤーとも0の利得を得ると仮定する。表8は利得を0以上とするために表4に3を加えたものである。

表9

|   |        | 期 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... | 取る手 | 利得 |
|---|--------|---|---|---|---|---|---|-----|-----|----|
| a | プレイヤー1 | C |   | C |   |   |   |     | C   | 7  |
|   | プレイヤー2 |   | C |   |   |   |   |     | C   | 7  |
| b | プレイヤー1 | B |   | C |   |   |   |     | C   | 1  |
|   | プレイヤー2 |   | B |   | B |   |   |     | B   | 6  |
| c | プレイヤー1 | B |   | C |   | B |   |     | ?   | 0  |
|   | プレイヤー2 |   | C |   | B |   | C |     | ?   | 0  |

例えば、表9の(a)ではプレイヤー1が第3期に第1期と同じCを宣言したので、ここでゲームにおいて取る手が決まり、プレイヤー1はCをプレイヤー2もCを取り、利得7を貰う。(b)ではプレイヤー2が第4期に第2期と同じBを宣言したので、ここでゲームにおいて取る手が決まり、プレイヤー1はCをプレイヤー2はBを取り、利得1と6を貰う。(c)ではどちらのプレイヤーも前回と同じ宣言をしないので、利得0を貰う。Mutoは次の4つの性質を満足する戦略(CMPE : conservative Markov perfect equilibrium)を求めている。<sup>2)</sup>

1. 部分ゲーム完全である

2) 詳しい定義は[4]参照。

2. どの部分ゲームにおいても弱支配されない
3. 定常である (両プレイヤーの最近の宣言にのみ依存する)
4. conservative である

表10

| 最近のプレイヤー1の宣言 | 最近のプレイヤー2の宣言 | CMPEにおけるプレイヤー1の宣言 | CMPEにおけるプレイヤー2の宣言 |
|--------------|--------------|-------------------|-------------------|
| C            | C            | C                 | C                 |
| C            | B            | B                 | B                 |
| B            | C            | B                 | B                 |
| B            | B            | C                 | C                 |
| C            |              |                   | C                 |
| B            |              |                   | B                 |
|              |              | C                 |                   |

表8のCMPEを求めると、表10のようになる。これを実行すると表9の(a)となり、(C, C)が実現する。

## 5. まとめ

本稿では2人非協力ゲームにおいて、同時に手を変える可能性を考慮に入れ、純粋戦略におけるNash均衡よりも緩い安定性について考察を行った。単純にNash均衡を適用すると問題がある例に本稿で述べている安定性を適用し、更に、関連する研究に関しても言及した。望ましいと思われる戦略の組みを正当化する試みはこのように色々あるが、本稿の特徴は同時に手を変える可能性を考慮した点である。

参 考 文 献

- [1] 行方常幸「プレイヤーの繋がりと囚人のジレンマ」小樽商科大学『商学討究』  
Vol. 44, 193-208 (1994).
- [2] Rosenthal, R. W., Games of Perfect Information, Predatory Pricing and the Chain-Store Paradox, *Journal of Economic Theory* 25, 92-100 (1981).
- [3] Myerson, R. B., *Game Theory*. Havard University Press, (1991).
- [4] Muto, S., Alternating-Move Preplays and  $vN$ -M Stable Sets in Two Person Strategic Form Games. Center for Economic Research, (1993).