最適施設配置問題再論

—表計算ソフトによる解—

若　林　信　夫

1　はじめに

前稿［10］では施設の最適配置問題に関して前半では基礎的な考察を行った。すなわち，単純化した3つの最適性基準のもとでの一次元ならびに2次元問題の定式化と解法を議論した。後半においては施設の利用のための利用圏をボロノイ図とドローネ3角形図の基礎的な概念を述べ，小樽市の28郵便局利用の場合に適用した。最後に，ボロノイ図とドローネ3角形図を描くためのUNIX上のコンピュータソフトウェアの紹介を行った。

最適施設配置の問題はすでに述べたように長い歴史があり，オペレーションズ・リサーチ，地域経済学，都市工学，マーケティングから情報科学，計算幾何学にいたるさまざまな接近法と応用例があり，参考文献も数千にのぼる。[1]

本稿では，前稿における不十分な解説を補い，表計算ソフトを用いた最適施設配置問題の解法を考察することを目的とする。

2　ウェーバー問題

これは前稿では「平方和問題」と呼び，脚注で，ウェーバーに言及したもの

1 World Wide Webへの公開も行われている。中でも東京大学工学部岡部研究室の http://okabe. t. u-tokyo. ac. jp/okabelab/nuki/OptLoc-Ref-j. html は数百を数えるほど網羅的である。

である。アルフレッド・ウェーバー (1868－1958)[2]は1909年にハイデルベルグ大学教授の時に，ドイツ語で，*Über den Standorts der Industrien, Erster Teil, Reine Theorie des Standorts*,すなわち,「工業の立地について，第一部：立地の純粋理論」を著しているが，1929年に Carl J. Friedrich ［1］によりシカゴ大学出版局から，*Alfred Weber's Theory of the Location of Industries*, として，英訳紹介されてから世界に知られるようになった。日本では，昭和15（1940）年長崎高商教授伊藤久秋［8］により，「ウェーバー工業立地理論の研究」として叢文閣より出版されている。[3]

当初,ウェーバーの書は数式,図形を含むので数理経済学書と見る向きもあったが,ウェーバー自身は経済地理学として位置づけ,数式,図形部分は付録として数学者の Georg Pick に負っているので一部に過大評価されていると思われる。

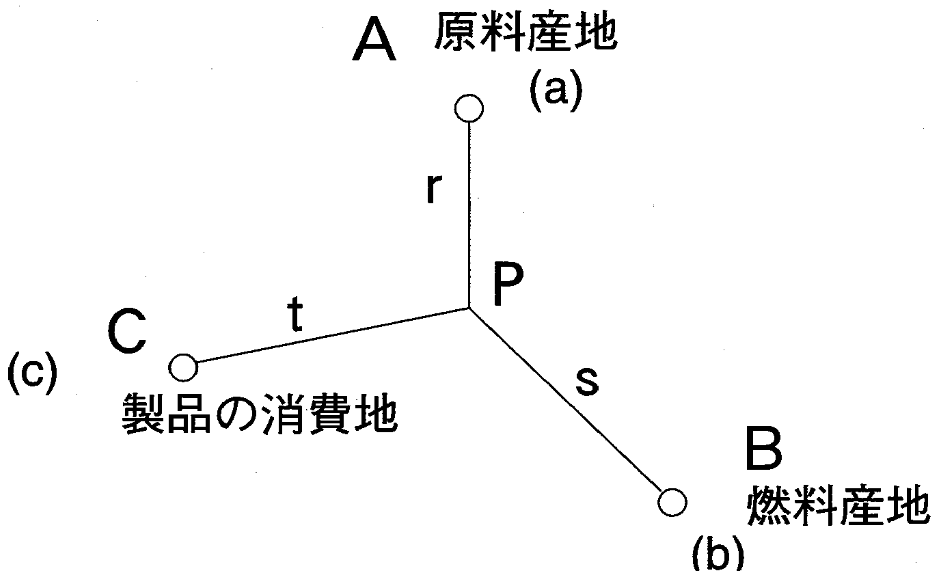

図１：ウェーバーの立地問題

2 アルフレッド・ウェーバーは著名な社会経済学者マックス・ウェーバー(1864－1920)の４歳下の実弟であり，最初，経済地理学，産業立地論を研究し教授していたが，後に社会学に転向し，歴史社会学，文化社会学の創設に貢献した。

3 小樽商科大学附属図書館のカードには，「ウェーバー著，伊藤久秋訳，工業立地理論の研究，昭和15年５月，東京叢文閣」となっているが，誤りである。翻訳書は，江沢譲爾監修日本産業構造研究所訳，「工業立地論」(大明堂，昭和41年）である。なお，上記の Friedrich の英訳書は小樽商科大学に所蔵されているが， Alfred Weber の当該原著は所蔵されていない。

ウェーバーは，立地図形の内部で最小の運送費をもたらす点を求めること，これが工業立地であると定義する。いま，図１のように３点，A，B，Cがあり，Aは原料産地，Bは燃料産地，Cは製品の消費地とする。

求める地点をＰで表せば，各A，B，C点からＰまでの距離は，それぞれr，s，tであるとする。また，各地点での運送すべき重量は，a，b，cであるとする。そのとき，総運送費Sは

$$S=ar+bs+ct$$

となり，Sを最小とする点Pを構成することが問題である。Sを最小とする点P $(x,\ y)$ は，２次条件が満たされている[4]ので，

$$\frac{\partial S}{\partial x}=0,\ \frac{\partial S}{\partial y}=0$$

を連立させて解けば求められる。

一般化すると，ウェーバー問題は一様な平面空間に関しての総輸送費最小化問題である。

g_iを施設または参照点iのユークリッド距離とすると，連続微分可能な配置関数

$$L=L(g_1,\ g_2,\cdots,\ g_n)$$

の最小化になる。いま，$g_i(x)=\|x-x_i\|$とすると，$L=\sum_{i=1}^{n} w_i g_i(x)$ の最小化である。ここで，x_iは第i施設の位置ベクトルであり，$w_i\left(=\dfrac{\partial L}{\partial g_i}\right)\geq 0$は輸送費を表すウエイトである。

4より正確には２回の偏微分のヘッセ行列式の主座小行列式がすべて正，すなわち，

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}>0,\ \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x \partial y}\right)^2-\left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}\right)>0$$

上記の問題は,ウエイトベクトルを1にとれば,一次元の場合，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ の中央値（メディアン）を求めることであり，２次元ならば，２次元の中央値を求めることである。[5] 3点の場合，これはまたシュタイナー[6]問題の解である。言い替えれば，３点から鋭角３角形を構成するならば，各辺が $2\pi/3 = 120°$ を張る内点であり，鈍角３角形ならば鈍角の頂点に一致する。

ウェイトが１でなければ，

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{w_i(P-x_i)}{\| P-x_i \|}=0$$

を満たす点である。これは，連立非線形方程式形になるので，解を求めるには反復解法によらなければならない。

Weiszfeld は1937年東北数学雑誌において次の反復解法を提案している［７］。(収束することの証明は後にKuhn らにより与えられた。)

$x_1, x_2, \cdots, x_m$ を m 個の独立な直線上にない点とする。$\| x-x_i \| = (x-x_i,\ x-x_i)^{1/2}$ はユークリッド距離を表す。反復アルゴリズムは，R^n の凸包への次の写像に基づく。

$$T(x)=\begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{m} w_i x_i / \|x-x_i\|}{\sum_{i=1}^{m} w_i / \|x-x_i\|} & \text{if } x \neq x_1, \cdots, x_m \\ x_i & \text{if } x = x_i \end{cases}$$

初期値 x^0 から始めて反復過程

$$x^{r+1}=T(x^r)$$

5 中央値（メディアン）は解析幾何の文献ではセントロイドあるいは重心と呼ばれることがある。

6 Jacob Steiner (1796－1863)

により解 x に収束する。

以上は，単一の施設を新たに設置する場合である。しかし，実際には新たに設置しようとする場所が占有されていたり，実現不可能な場合がある。これは制約条件つきのウェーバー問題である。

上記のウェーバー問題は，最適施設配置問題のプロトタイプであり，出発点である。ここで，複雑化ないし拡張について考えてみる。

1．忌避施設の配置

既存の忌避施設（例えば，し尿施設）に加えて新たに忌避施設を設けようとするとき，全体の距離を最小ではなく最大にする，あるいは，ある限界以上にすることが考えられる。

2．緊急施設の配置

既存の緊急施設（例えば救急センター）に新たに追加的に緊急施設をおくことは救急車の全体の移動距離の最小化と，既存の施設との応答時間の最小化の2重の基準をもつので多目的計画問題に帰着される。

3．複数施設配置

2個以上の施設（$j=1, 2, \cdots, n$）を設置するいわゆる，複数施設配置問題を定式化しよう。目的関数は，

$$Min\ f(x)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} w_{ji}\|x_j-x_i\|+\sum_{1\leq j<k<n} v_{jk}\|x_j-x_k\|$$

ここで，w_{ji}，v_{jk} は非負のウエイトを表す。2つ以上の新施設の間の関係をどのように規定するかにより問題の定式化は異なる。すなわち，退化ケースを避ける必要がある。

4．確率的施設配置

需要点の特性は確定的とは限らず，しばしば不確定な要因に左右される。確率的な数理計画問題に帰着される。

5．動的施設配置

需要，コスト，価格が時間とともに変化するとすれば動的な施設配置問題になる。

施設配置のサーベイ論文としては例えば，Krarup 他［2］および Verter 他［5］がまとまっている。

次節では，特に複数施設配置のモデルをやや詳細に検討する。

3　複数施設配置の数理計画モデル

複数施設配置の数理計画モデルは，ウェーバー問題の目的関数と制約条件を複雑化し，より現実化する。特に，固定費を考慮することに特徴がある。さらに収容能力（生産能力，操業度）を考慮する場合としない場合に分けられる。

固定費というのは新規にある施設を設けたとき，一時的にかかる費用のことで土地の購入や，電気や通信設備のインフラ整備費のことであり，施設を設けなければ当然ゼロである。

収容能力または生産能力（キャパシティ）の獲得コストは規模の経済が働くと考えられるから通常，凹の増加関数である。キャパシティを陽に考えるか無視するかで，非線形計画になったり，線形計画になる。

記号を以下のように定義する。

f_i ＝施設 i の開設の固定費，c_{ij} ＝施設 i から需要地 j までの移動関数，d_j ＝需要地 j の需要量，x_{ij} ＝施設 i から需要地 j までの移送量（決定変数），y_i ＝施設 i が開設ならば1，さもなければ0（未知の決定変数），F_i（ ）＝施設 i のキャパシティ関数，A，α_i ＝定数。

そのとき，以下の数理計画問題を解く。

$$\text{Min}\quad z=\sum_{i\varepsilon I}\left[f_i y_i+\sum_j c_{ij}x_{ij}+F_i\left(\sum_{j\varepsilon J} x_{ij}\right)\right]$$

Sub. to.

$$\sum x_{ij}=d_j$$

$$0\leq x_{ij}\leq y_i d_j$$

$$y_i\varepsilon\{0,\ 1\}$$

$$F_i\left(\sum x_{ij}\right)=\begin{cases} A_i\left(\sum x_{ij}\right)^{\alpha_i} \\ 0 \end{cases}$$

上記の具体例として以下の問題も検討され，解が得られている。
ある会社は n 個の顧客圏のうち，k 個はその顧客圏にサービスセンターを設け，$n-k$ 個の顧客圏はサービスセンターを持たず近くのサービスセンターまで移動しなければならないとする。総移動距離を最小にするようにサービスセンターを設置したい。各顧客圏には需要人口 p_i があり，d_{ij} は第 i 顧客圏から第 j 顧客圏までの距離であるとする。

上の問題は，0－1 整数計画問題に定式化することができる。
未知の決定変数

$$x_{ij}=\begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 顧客圏が第 } j \text{ 顧客圏によりサービスされるとき} \\ 0 & \text{さもないとき} \end{cases}$$

$$x_{jj}=\begin{cases} 1 & \text{第 } j \text{ 顧客圏がサービスセンターをもつとき} \\ 0 & \text{さもないとき} \end{cases}$$

を以下の問題より求める。

$$Min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i d_{ij} x_{ij}$$

Sub. to.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} &= 1 \text{ for all } i \\ x_{ij}-x_{jj} &\leq 0 \\ \sum_{j=1}^{n} x_{jj} &= k \\ x_{ij} &= 0 \text{ または } 1 \end{aligned}$$

4 Solver について

LP（線形計画法），NLP（非線形計画法）を解くコンピュータソフトウェアは数多くある。その中で，マイクロソフト社のウインドウ下で使えるソルバー（Solver）は直観的に表計算ソフトの中で最適化問題を解くことができる。ソルバーは表計算（スプレッドシート）の能力と柔軟性をいかんなく発揮し，対話的かつ効果的に作業を進めることができる。

線形計画や非線形計画のモデルは常にスプレッドシート（ワークシート）上に定式化されうる。その後，アドインソフトのソルバーを用いて最適化問題を解く。

ソルバーはマイクロソフト社の代表的な統合化表計算ソフトである Excel だけでなく Lotus1-2-3 for Windows および，Corel（旧ボーランド社）の Quattro Pro for Windows にも搭載されているが，現在では Excel がもっとも市場性があるので本稿はすべて Excel による（[3]）。しかし，ソルバーは，米国 Frontline systems 社の製品であることを忘れてはならない。[7] なお，ソルバーは Excel Ver.4 までは，式(R)メニューから選んだが Excel Ver.5 以降ではツール（O）メニューから選ぶ。

データ入力の注意点

計算対象は「数値」であり，データはスプレッドシートのどこかにおかれる。

ソルバーは，シート上に与えられた初期値から出発し，原理的には反復法（ニュートン型であれ，シンプレックス型であれ）により解を求める。したがって，初期値を適切に選ぶことが重要である。解が収束しないとか答が怪しいときには変化させるセルに対して別の初期値で試してみる必要がある。

表計算ソフトを用いて最適化問題を解く場合，(1)問題入力と制約条件の整備

7 http://www.frontsys. com/ を参照

と，(2)ソルバーの中でのパラメータ設定における条件完了および解の2段階を踏む。(1)の問題入力段階では Excel と Lotus では若干相違するので注意すべき点がある。

・Excel では関数の前に等号符号（＝）から始めるのに対し，Lotus では単価マーク@から始める。

・セルの範囲は，Excel ではコロン（：）を用い，Lotus では2個のピリオド（..）を用いる。

・Lotus では文字をセルの左詰め，中央揃え，右詰めにするためにはそれぞれ，接頭辞 ’，＾，” を用いるが，Excel95では左詰めの’があるだけである。

次に，第2段階では表計算ソフトに共通な「パラメータ設定」の段階であり，次の3つのダイアログ設定をしなければならない。

1．目的セル（E: Set Target Cell)

目的関数のセルで，1個の変数セルをとる。最大，最小，指定の3つの目標基準を達成する。

2．変化させるセル（B: By Changing Cells)

目的関数の値を変える決定変数のことである。(「変化させるセル」とは分かりにくいキーワードであるが，変数（Variable）が数学用語であることからより分かりやすい英語の Changeable に変えたことがかえって，OR ワーカーには分かりにくくさせている。)

3．制約条件（U: Subject to the Constraints)

問題の制約条件をダイアログボックス形式で3つの区分化された部分に指定する。3つの部分は左辺，演算子，右辺となっていて，演算子は，〈＝，＝，〉＝，および int の4種類である。左辺にはセルまたは範囲の参照や名前を，右辺には制約値，式，セルの参照をおく。

非負条件は陽に指定しなければならない。

また，整数（int）制約の時は右辺には何も入力しない。

ソルバーの基礎となる数学的な背景は，パラメター設定のオプション設定で

知ることができる。

解の探索方法は,標準が準ニュートン法であり,他は共役傾斜法を与える。(それぞれの方法は周知のように,変種があり,算法の具体的な中身については公開されていない。)しかし,実際には線形問題を扱うことが多いので,オプションの「線形モデルで計算」を選べば「シンプレックス法」により解かれ反復回数は少なく済む。偏微分係数の計算は,標準が前進差分で,他に中央差分がある。近似方法は,標準の一次式(正接ベクトルによる線形外挿法)と二次式による外挿法がある。実行の制限時間は標準が,100秒,最大実行回数は,100,精度は,0.000001,整数計算のための公差は,0.05である。

LPを解くためには,オプションの「線形モデルで計算」を選ぶことが勧められる。(Dantzigのシンプレクス法で解かれる。)オプションの「反復結果の表示」をクリックしておけば,ピボット計算がわかり,最適解の事後(感度)分析を指定することができる。

Excelに組み込みのソルバー以外に,プレミアのSolver等も販売されていて,こちらは10ないし100倍以上高速で,線形計画ならば800変数,非線形ならば400変数200制約の問題を解くといわれる。(http:// www.informs.org/Conf/WA96TALKS/TC02.2.htmlおよび,S. SaigalらのCompass Modeling Solutions社のhttp://www.modeling.com/を参照)しかし,たちの悪い問題[8]は他の数理計画ソフトウェア([9])では解けても現在のソルバーでは解をもたらさない。また,コンピュータの計算誤差を伴う。言い替えると,表計算ソフトの便利さと解の信頼性の間にはトレードオフの関係がある。

8 例えば,7変数問題:

$$\text{Max}\quad f=5x_1+5x_2+4x_3+x_1x_3+6x_4-\frac{5x_5}{1+x_5}+\frac{8x_6}{1+x_6}+10(1-2e^{-x_7}+e^{-2x_7})$$

Subject to

$$2x_4+x_5+0.8x_6+x_7=5$$
$$x_2^2+x_3^2+x_5^2+x_6^2=5$$
$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7\leq 10$$
$$x_1+x_3+x_5+x_6^2-x_7^2\leq 5$$
$$x_1+x_2+x_3+x_4\leq 5$$
$$x_1,\ x_2,\cdots,\ x_7\geq 0$$

5　ソルバーによる施設設置問題の解

例１．単一施設の最適配置決定

図２のように，ある公園は楕円形をしていて，複数人の住民がその施設を利用したいと考えている。公園入口をどこに配置したらよいか。

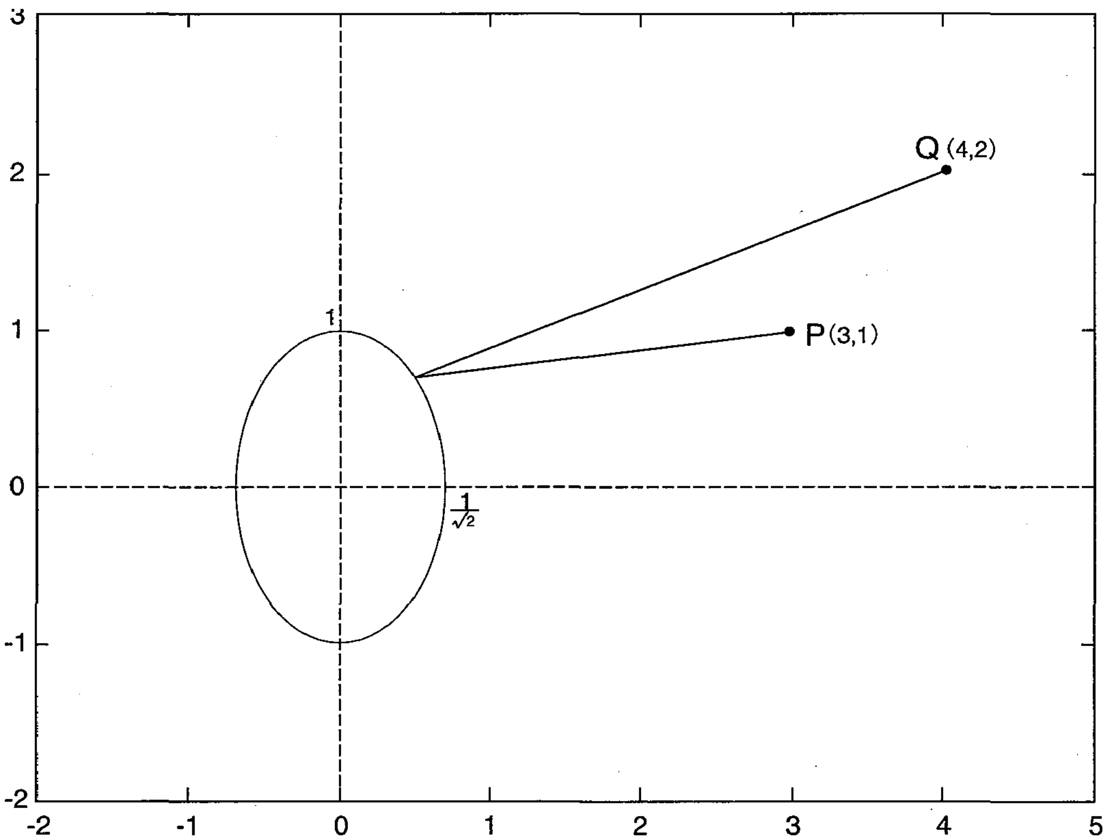

図２：公園入口の位置決定問題

簡単化のため，公園は$2x^2+y^2=1$の形をしていると，住民は２人でその座標は，$P=(3,\ 1)$，$Q=(4,\ 2)$とする。数学的に定式化すれば，

$$Min\ \left\{w=\sqrt{(3-x)^2+(1-y)^2}+\sqrt{(4-x)^2+(2-y)^2}\ \middle|\ 2x^2+y^2=1\right\}$$

である。解析的に解くことは困難ではないが表計算ソフトは容易である。スプレッドシートへの入力は以下のようになる。

	A	B	C	D
1	初期値	1	1	
2		3	1	=sqrt((B2-B1)^2+(C2-C1)^2)
3		4	2	上のコピーペースト
4	=B4*B1^2+C4*C1^2	2	1	1

である。なお，上段のA，B，…はExcelの列を表し，最左列の数字はExcelの行を表す。[9]

ソルバー選択後のパラメータ設定は，目的セルがD 2，変数セルがB 1：C 1，そして最小化に設定し，制約条件はA 3 = D 4である。実行結果は$(x, y) = (0.506348, 0.698013)$を得る。

例2：制約付きの単一施設の最適配置問題

図3のように，中央に設置不可能領域(池)がありそのまわりに4つの需要点A，B，C，Dとそのウェイトが与えられているとき，移動の総距離を最小にするように，施設$P=(x, y)$を置きたい。どこに置けばよいか。

数学的に定式化すれば，

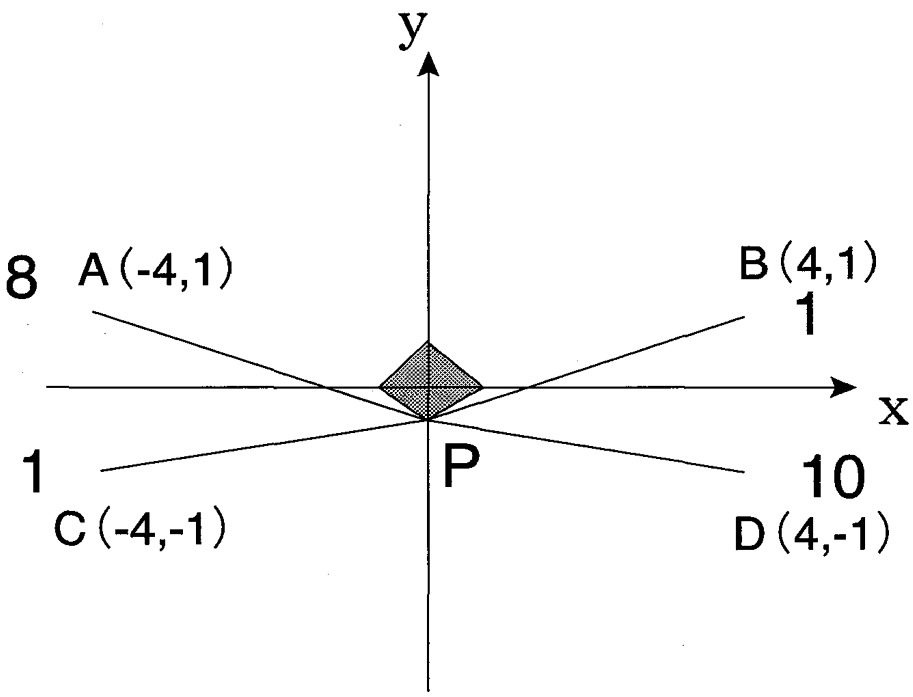

図3：制約付き施設配置問題

9 距離の計算は，数値解析の観点からは式のまま，直接計算すると桁落ちがあるので，次のような算法が提案されている。すなわち，$d=\sqrt{x^2+y^2}$を計算するとき，$u=max(|x|, |y|)$，$v=min(|x|, |y|)$を求め，　$d=u(1+(v/u)^2)^{1/2}$とするものである。

$$Min\left\{\sum_{i=1}^{4} w_i d_i \middle| d_i=\sqrt{(a_i-x)^2+(b_i-y)^2} \;\middle|\; |x|+|y|\geq\frac{1}{2}\right\}$$

なお，w_iは各需要点のウェイトを表し，表の$A\,2$：$A\,5$とし，各需要点の位置は，x，y座標がそれぞれ表の$B\,2$：$C\,5$で与えられているとする。スプレッドシートへのデータ入力と制約条件の準備については下表の通りである。

	A	B	C	D
1	= abs（B1）+ abs（C1）	1	1	初期値
2	8	－4	1	=A2*((B2-B1)^2+(C2-C1)^2)
3	1	4	1	D２のコピーペースト
4	1	－4	－1	D２のコピーペースト
5	10	4	－1	D２のコピーペースト
6				= sum（D２：D５）

ソルバーによるパラメータ設定は，目的セルがD６，変数セルがB1：C1，最小化，制約条件はA１>＝0.5である。実行結果は，(x，y) ＝（０，－0.5）を得る。

例３：複数施設の最適配置問題

３節の後半で述べた例を解くことは，上記の例と同様であり，省略する。[10]

統合化計算ソフトの魅力は，単に，表の上の計算能力だけでなく，ビジュアルなグラフィックスやデータベース管理の機能をもっていることであり，最適施設設置問題の解析にもこれらの機能を応用することができる。利用者は，表計算ソフトを用いてシステムの持つ柔軟さや対話型の問題解決をパソコン上で実践できるメリットがある。しかしながら現在の表計算ソフトの多くは計算精度に難点があるほか，式を表すのにセルアドレスしか使えず，分かりやすい変数名が使えないなど改良点も残されている。

10 他の例についてはOR/ 経営科学の教科書であるWinston 他［６］を参照せよ。

6　まとめ

最適な施設配置の問題の解法として，Miehle ［4］は工作による解法，解析的解法，および，石鹸膜の解法を与えている。工作による方法は，Weber-Pick ［1］でも与えられ，柳井［11］も紹介しているが，工学的に直観的で教育的な反面小さな問題しか解けない。石鹸膜の解法はより大きな規模の問題を解くが近似的過ぎる。

解析的解法は，Weber-Pick の時代ではコンピュータがないために概要しか述べられていないが，コンピュータがあれば任意の規模の問題を正確に解くことができる。

OR ワーカーにとって数理計画問題を解くためにCや FORTRAN のようなプログラム言語で書く（書いてもらう）時代は過去のものになった。最近，AMPL，AMPL PLus あるいは GAMS のような特殊目的のモデリング言語が登場し，OR ワーカーが以前よりも容易により良いモデルの開発ができるようになった。しかし，数理計画のエンドユーザは依然として「運転手の席」には座れなかった。

ここにきて日常使っている表計算ソフトの上の最適化ツール（ソルバー）が利用できるようになったことから真の実践的な OR ワークができるようになった。また，OR 教育の場において統合化された表計算ソフトの問題解決への有効性も実証されてきた。

本稿は，表計算ソフトの代表例である Microsoft Excel とそのアドインソフト Solver を用いて最適施設配置問題を解くことによってその可能性を示した。

7 参考文献

[1] C. J. Friedrich, *Alfred Weber's Theory of the Location of Industries*, The Univ. of Chicago Press, 1929.

[2] J. Krarup and P. M. Pruzan, "The Simple Plant Location Problem: Survey and Synthesis," *European Journal of Operational Research*, Vol.12(1983),pp.36-81.

[3] Microsoft^R Excel, *User's Guide, Version 5.0*, Microsoft Corporation, 1995.

[4] W. Miehle, "Link-Length Minimization in Network," *Operations Research*, Vol.6, No.2(1958), pp.232-243.

[5] V. Verter and M. Cimal Dincer, "Facility Location and Capacity Acquisition: An Integrated Approach," *Naval Research Logistics*, Vol.42(1995), pp.1141-1160.

[6] Wayne L. Winston, S, Christian Albright, and Mark Broadie, *Practical Management Science–Spreadsheet Modeling and Applications*, Duxbury Press, 1996.

[7] Weiszfeld, E., "Sur le point pour lequel la somme des distances de *n* points donnés est minimum," *Tohoku Mathematical Journal*, 43 (1937) , pp.355-386.

[8] 伊藤久秋，ウェーバー工業立地理論の研究，叢文閣，1940.

[9] 若林信夫，「増大的ラグランジュ形式による数理計画法」，北海道大学大型計算機センターライブラリー集，1979.

[10] 若林信夫，「最適施設配置問題の社会情報学的考察」，商学討究，第46巻第1号，1995， pp. 49－68.

[11] 柳井浩，「工場の位置と配達区域」オペレーションズ・リサーチ Vol.41 №3 (1996)

本稿の執筆時点までには，未出版のものも含めて，表計算ソフト（ソルバー）を軸にオペレーションズ・リサーチ，特に数理計画法を論じた主な成書に以下のものがある。

・ Jeffrey D. Camm and James R. Evans, *Management Science: Modeling, Analysis and Interpretation*, South-Western College Publishing, 1996.

・ Robert Fourer, David M. Gay and Brian W. Kernighan, *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*, The Scientific Press (now Boyd & Fraser Pub.), 1995.

・ F. J. Gould, G. D. Eppen, and C. P. Schmidt, *Introductory Management Science*, 4th ed. Prentice-Hall, 1993.

・ Rick Hesse, *Managerial Spreadsheet Modeling and Analysis,* Richard D. Irwin, 1997.
・ Donald R. Plane, *Management Science: A Spreadsheet Approach for Windows,* Boyd and Fraser, 1996
・ Cliff T. Ragsdale, *Spreadsheet Modeling and Decision Analysis,* Course Technology, 1996.
・Wayne L. Winston, S. Christian Albright, and Mark Broadie, *Practical Management Science–Spreadsheet Modeling and Applications,* Duxbuty Press, 1996.
・真鍋，逆瀬川，若山：「文科系のコンピュータ応用篇—表計算ソフトの活用」，岩波書店，1988.