

消費外部性存在下での最適課税ルール*

— 定額税体系を考慮して —

角 野 浩

要 旨

本稿ではラムゼー型最適間接税について再考察する中で、消費外部性存在下でのピグー的租税政策について検討する。政府の予算制約を前提として、消費税と定額税もしくは人頭税の併用という次善の問題を扱う。結論としては、定額税が併用可能ならば、外部性を生み出す財（以下、外部性財）のみにピグー税を課し、他の財の消費税率はゼロとすべきである。また、外部性財の消費税財源を別立てとする分割予算制度のもとでは、民間財には資源配分の観点を考慮し、外部性財には資源配分の観点そしてピグー税を考慮し税率を決定すべきである。また人頭税の導入は、民間財には資源配分・所得配分の両面を考慮し、また外部性財には資源配分・所得配分の両面を考慮した上でピグー税を含んだ税率を決定すべきである。

JEL Classification.: D62; H23

Keywords : 消費外部性 ; 最適課税問題 ; 定額税体系 ; ピグー的租税政策

*この研究は平成13～14年度科学研究費補助金の助成を受けている。本稿は、一橋大学で行われた「日本経済学会2001年度秋季大会」での報告を改訂したものである。執筆に際し、大阪大学の山田雅俊教授から有益なコメントを頂いたことに深く感謝の意を表したい。なお、言うまでもなく、本稿における誤りは全て筆者の責任である。

1 はじめに

外部性が存在する経済での公共政策の役割は、ピグー（1932）が示した外部性を生み出す財（以下、外部性財とする。）に対して社会的限界損失と等しい料率の課税を行うピグー的租税政策である。そして、経済に他の歪み（他の租税）が存在しない場合はパレート効率的な競争均衡が達成される。また、Sandmo（1975）は、外部性財への直接的な消費税は、当該財の消費税率に対して変更を課すが、それ以外の財の税率には影響を与えないという結論を付加特性（additivity property）と名づけて示した¹⁾。

これらの研究は、次善の考慮が最適課税の構造に影響を及ぼすという動機付けのもとでなされたが、次善の状況の想定に関しては考察の余地がある²⁾。本間（1982）が指摘しているのは、租税手段が経済主体ごとに個別的な税率で適用できずに全財貨に均一に消費税を課税しなければならない場合、もしくは、税収上の要請を伴う形で政策を執行しなければならない場合等の議論である。前者の議論は、Cremer, Gahvari and Ladoux（1998）があり、消費者行動に着目した³⁾。まず、個人の特性として稼得能力と選好が異なるタイプの個人を想定する。そして、セルフ・セレクションとして政府の制約となる次善の場合には、インセンティブ・スキームを通じて、個人消費が公的に観察可能できず

1) 外部性財の研究は、Dixit（1985）の経済不効率の歪みは、それに関係するマージンに直接的に影響を与える租税構造を用いることによって最適な効果をもたらすというターゲット原理（principle of targeting）の提示、Atkinson and Stiglitz（1976）、Mirrlees（1976）の外部性のある経済で一般所得税存在下での消費税の有用性についての考察がある。そして、最近の研究ではBovenberg and van der Ploeg（1994）が、外部性存在下での労働所得税の影響について、Bovenberg and Goulder（1996）は中間投入財への課税について、そして、Bovenberg and Mooij（1994）、Fullerton（1997）は、ピグー課税と次善的な租税構造との比較について、それぞれ検討を行っている。

2) Pigou（1947）は最適課税問題を次善の問題として最初に取り上げた。

3) Diamond（1973）、Green and Sheshinski（1976）、Balcer（1980）、Atkinson and Stiglitz（1980）等では、外部性の直接的もしくは間接的改善についての比較の問題が扱われている。

総消費のみが観測され、線形な消費税が課税される状況を想定し、Sandmoの付加特性が成立することを示した。しかし、セルフ・セレクションを通してスクリーニングによる差別的な課税が行える利点が生かされなくなっている。

本稿では、Sandmo 以来の外部性存在下でのラムゼー型最適課税の問題を以下の三点について考察してゆく。第一に、政府税制上の予算制約を想定した次善的状況の分析を行なう。政府は何らかの政策実施のために一定の財源を確保すべきであるが、消費税および定額税の租税体系というを想定することは現実的であろう⁴⁾。

第二に、消費外部性が存在する経済において消費税と定額税を併用した租税体系を考慮してラムゼー型最適間接税を考察する⁵⁾。また、効率性と公平性ととのトレード・オフの問題について分析し、ピグー課税との関連性を併せて考察する。ただし、Cremer, Gahvari and Ladoux (1998) は、異なった選好の消費者を想定したが、本稿では同質的な個人を前提として従量税 (unit tax) の枠組みを用いて考察を行うことにする。

第三に、政府はある一定の財源を確保し、消費外部性による経済不効率の是正のための政策に充てることを想定し、分割予算制度による考察を試みることにする。例えば、人々のガソリン消費により引き起こされる大気汚染に対して空気清浄等の施設設立を目的とした政策を考慮し、政府は従来型の消費税体系の枠組みの中で財源を調達する状況が考えられるであろう。また本稿では、人頭税を導入することで、定額税の制約された形態ではあるが、政府が政策実施に際し比較的实现可能な場合の考察を可能とする。

4) Cremer, Gahvari and Ladoux (1998) は、セルフ・セレクションによる政府財政上の予算制約を想定したが、本稿では政府行動に着目する。本間 (1982)、山田 (1991) は、消費税および定額税の租税体系に関する最適課税の問題を外部性が存在しない場合で取り扱ったが、ここでは外部性が存在する場合にモデルを拡張する。

5) 外部性が存在しない経済下で Ramsey (1927) が考察し、Samuelson (1954)、(1969)、Foley (1967)、Sandmo (1976b)、Greenberg (1977)、本間・入谷・久我 (1978)、入谷 (1986) 等が再検討を試みた。

次章では消費外部性存在下の家計の効用最大化、および社会的厚生最大化の問題を定式化する。そして、第3章では、消費外部性存在下のラムゼー型最適課税問題を定式化する。第4章では、消費外部性存在下において定額税を併用した場合を考慮し、さらに外部性財の財源を別立てとした分割予算制度を想定した場合の最適課税ルールを導出する。第5章では、人頭税の導入を考慮し、最適課税ルールを導いた上で、最終的には、第4章と同様な消費外部性に対する政策を前提とした分割予算制度を想定した場合の最適課税ルールを導くことにする。第6章では結論が示される。

2 モデル

2. 1 消費外部性存在下の家計の効用最大化

本稿で考察する経済社会は次の通りである。家計の数を H とし、各家計 h は同質であるとする。各家計は、1単位時間を保有し、 $n+1$ 種類 ($n=0, \dots, N$) の民間財および負の消費外部性を生み出す財（以下外部性財とする。）の選好を通じて効用を得るものとする。民間財の中で第0財は労働に特化され、消費外部性は外部性財の総合消費から生み出されるものとする⁶⁾。このタイプの外部性は、Meade (1952) により大気外部性 (atmosphere externalities) と呼ばれている⁷⁾。第 h 家計の労働供給は x_0^h 、その他の民間財消費ベクトルは $x^h = (x_1^h, \dots, x_n^h, \dots, x_N^h)$ で示すこととし、外部性財は z^h とする。

ここで各家計の効用関数は、

$$U^h = u^h(x_0^h, x^h, z^h) - g\left(\sum_{h=1}^H z^h\right), \quad h=1, 2, \dots, H, \quad (1)$$

で表されるものとする。ただし、 U^h は、強い意味の準凹 (strictly quasi-

6) 例えば、このような種類の外部性財としてはガソリン等が考えられる。

7) Cremer, Gahvari and Ladoux (1998) も同様な消費外部性を考慮の対象としている。地球温暖化等の環境問題に関連した問題は、Dornbush and Poterba (1991) を参照せよ。

concave), 2回連続微分可能 (twice continuously differentiable), x^h および z^h に関して強い意味で増加 (strictly increasing) 的, 一方, x_0^h に関して強い意味で減少 (strictly decreasing) 的と仮定する. そして, 消費外部性に関する関数 $g(\cdot)$ は凸 (convex) かつ増加 (increasing) 的とする. また, Cremer, Gahvari and Ladoux (1998) で想定された消費外部性に沿った形で(1)の選好に関して次のような特定化を行う. 想定する消費外部性は周囲に悪影響を及ぼすとし, 例えば外部性財の一つの例としてガソリンの消費を考えてみよう. 各家計のガソリンの消費は, 個々のレベルでの負の効用は顕示されず, 全ての家計による総合消費のレベルでのみ外部性は現れると想定する事は現実的である. したがって, このような外部性財の総合消費のレベルのみから負の効用は生じると想定できるから, (1)の効用関数の g の値は負になるものとする. また消費外部性は各家計に等しく付与されているものと仮定し, $g(\cdot)$ のみが顕在化する⁸⁾と想定する. モデルの単純化のため, 民間財と外部性財との間の選好は分離可能 (separable) とする.

次に労働の価格を一般性を失うことなく1に正規化し, 民間財の価格ベクトルを $p = (p_1, \dots, p_n, \dots, p_N)$, そして外部性財の価格を p_z で表すことにする. 政府の財政上の一定の予算制約を設けた場合の次善の状況を考察の対象とする. そこで税収上の要請から消費税体系の存在を認め, 労働を除く各家計の民間財の消費および外部性財の消費を課税対象とすれば, それぞれ個別民間財消費税ベクトルを $t = (t_1, \dots, t_n, \dots, t_N)$ および外部性財消費税を t_z とすれば, 家計の直面する民間財および外部性財の消費者価格は, それぞれ $q = (p_1 + t_1, \dots, p_n + t_n, \dots, p_N + t_N) = (q^1, \dots, q_n, \dots, q_N)$ ベクトルおよび $q_z = p_z + t_z$ で表される. さらに政府の所得再分配の手段として定額税体系の存在を認め, L は所得再分配のために活用される税収であり, L^h はその中で第 h 家計に振り向けられる定額税 (もしくは定額補助金) とする.

8) Cremer, Gahvari and Ladoux (1998) の消費外部性を含めた家計の効用関数においても同様の仮定がなされている.

さらに企業の技術的制約に関して規模に関して収穫一定 (constant return to scale) を仮定する⁹⁾。

以上の仮定を前提として、所与の任意の政策パラメーター・ベクトル (t, t_z, L) が与えられれば、各家計の最適化問題は次のような形で解く事が出来る¹⁰⁾。

$$\max_{x_0^h, x^h, z^h} u^h(x_0^h, x^h, z^h), \quad (2)$$

$$\text{subject to } q'x^h + q_z z^h = x_0^h + L^h + \frac{1}{H}R. \quad (3)$$

ただし、 R は政府の財貨購入等の財源上の予算制約であり、各家計には R/H で均一に分配される、もしくは便益が生じるものとする。以上の各家計の最大化問題から得られた均衡条件から、各家計の労働供給、民間財需要および外部性財需要は、

$$x_n^h = x_n^h(p, p_z; t, t_z, L^h), \quad h=1, \dots, H; \quad n=0, \dots, N, \quad (4)$$

$$z^h = z^h(p, p_z; t, t_z, L^h), \quad h=1, \dots, N, \quad (5)$$

で表す事が出来る。したがって、これらの需要関数を用いれば効用水準は、間接効用関数 (indirect utility function) $v^h = v^h(p, p_z; t, t_z, L^h) = u^h(x_0^h(p, p_z; t, t_z, L^h), x^h(p, p_z; t, t_z, L^h), z^h(p, p_z; t, t_z, L^h))$ ($h=1, \dots, H$) で表現できるから、各家計の到達可能な効用水準は次式となる。

9) この仮定から企業の利潤最大化の結果として生じる利潤はゼロとなり、利潤配当として結びつく企業と家計の連鎖を断ち切ることができる。Diamond and Mirrlees (1971), Dixit (1970), Stiglitz and Dasgupta (1971) そして Deaton (1977) を参照のこと。

10) 競争均衡は $[p^*, p_z^*; t, t_z, L]$ で表現される。また、“ $'$ ” はベクトルの転置を表し、 $q'x^h = \sum_{n=1}^H q_n x_n^h$ である。

$$V^h = v^h(p, p_z; t, t_z, L^h) - g \left(\sum_{h=1}^H z^h(p, p_z; t, t_z, L^h) \right), \quad h = 1, \dots, H. \quad (6)$$

各家計レベルでの効用最大化は、外部性財からの負の外部性を考慮しないが、社会全体では、各家計の外部性財の総合消費のレベルでの負の外部性が顕在化しており、各家計レベルでの実際に到達可能な効用レベルは、負の効用分が差し引かれたレベルになっている事に注意しておく必要がある。

2. 2 消費外部性存在下の社会的厚生最大化

ラムゼイ型最適間接税理論の定式化には二種類あり、第一に、Sandmo (1976b)、本間 (1982) が行なった政府の予算制約の下で間接効用を最大化を図るという設定であり、第二に、Stiglitz and Dasgupta (1971)、Atkinson and Stern (1974) が行なった生産技術の制約の下に間接効用の最大化を図る設定である。課税ルールを導くという視点から最適性の必要条件が一致しており、本稿では本間 (1982) の手法と同様に前者のより簡明な設定を取る事にしよう¹¹⁾。さらに、最適課税論を展開するにあたり厚生経済学の伝統にしたがい、各家計の効用水準を社会的厚生関数を通して評価するが、線形個人主義社会的厚生関数 (linear-in-utility welfare function) を導入することとしよう。したがって、民間財と外部性財との間の選好は分離可能 (separable) であるという第2.1節の仮定に注意すれば、各家計の到達可能な効用水準は各財からの正の効用から外部性財からの負の効用を差し引いたものとなり、社会的厚生関数は、

$$\begin{aligned} W &= \sum_{h=1}^H W^h V^h \\ &= \sum_{h=1}^H W^h \left(v^h(p, p_z; t, t_z, L^h) - g \left(\sum_{h=1}^H z^h(p, p_z; t, t_z, L^h) \right) \right), \end{aligned} \quad (7)$$

で表される。ただし、 W^h は第 h 家計に付与される正の社会的重要度である

11) 入谷 (1986) ではラムゼイ型最適間接税について詳細な議論がなされる中で、前者の手法が取られる事に関しての説明がなされている。

とし、 $\sum_{h=1}^H W^h = 1$ とノーマライズしておく。

規模に関する収穫一定の仮定を考慮すれば、各家計の主体的均衡条件は(4)-(5)の需要関数に反映されており、これらを用いれば政府予算制約式は次のように表現される。

$$\sum_{h=1}^H t'x^h + \sum_{h=1}^H t_z z^h = L + R. \quad (8)$$

ただし、定額税の取り扱い、本間(1982)の想定と同様に所得再分配に使われる税収 L は、すべて家計に定額税あるいは補助金 L^h として振り分けられるとするから、

$$L = \sum_{h=1}^H L^h, \quad (9)$$

の制約を満たさなければならない。

以上から本稿で扱う最大化問題は、(8)を制約として、(7)の社会的厚生関数を $(t; t_z; L^1, \dots, L^h, \dots, L^H)$ について最大化を図ることになる。そこで、この最大化問題に対するラグランジェ式を \mathcal{L}^1 の表現を、(7)および $\sum_{h=1}^H W^h = 1$ を考慮して表せば次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^1 = & \sum_{h=1}^H W^h v^h - g \left(\sum_{h=1}^H z^h \right) \\ & + \mu \left[\sum_{h=1}^H t'x^h(q, q_z, L^h) + \sum_{h=1}^H t_z z^h(q, q_z, L^h) - \sum_{h=1}^H L^h - R \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

ここで μ は非負のラグランジェ乗数であるとし、 $q_i = p_i + t_i (i=1, \dots, N)$, $q_z = p_z + t_z$ (p_i, p_z は一定) であることに注意しておこう。

3 消費税の最適課税の条件

3.1 消費税の最適課税条件の導出

本節では、消費税の最適課税条件を導出する事が目的である。政府は何らか

の政策を行うためにはある一定の財源を確保すべきであり、消費税体系と定額税体系が税収上の要請として政府予算制約となっている。まず、変更可能な政策変数は消費税体系のみであるとして議論を進めてゆく¹²⁾。第2.2節で設定された最大化問題に対するラグランジェ式(10)を各消費税率に関して最大化を図ることにしよう。

まず、民間財の消費税率 t_n に関しての1階条件は、

$$\frac{\partial \mathcal{L}^1}{\partial t_n} = \sum_{h=1}^H W^h v_n^h - g' \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_n} \right) + \mu \left[x_n + \sum_{i=1}^N t_i x_{in} + t_z z_n \right] = 0, \quad n=1, \dots, N. \quad (11)$$

となる。ただし、 $v_n^h = \frac{\partial v^h}{\partial t_n}$, $x_n = \sum_{h=1}^H x_n^h$, $x_{in} = \sum_{h=1}^H \frac{\partial x_i^h}{\partial t_n}$ ($i=1, \dots, N$),
そして、 $z_n = \sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_n}$ である。

また、外部性財の消費税率 t_z に関しての1階条件は、

$$\frac{\partial \mathcal{L}^1}{\partial t_z} = \sum_{h=1}^H W^h v_z^h - g' \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z} \right) + \mu \left[z + \sum_{i=1}^N t_i x_{iz} + t_z z_z \right] = 0, \quad m=1, \dots, M. \quad (12)$$

となる。ただし、 $v_z^h = \frac{\partial v^h}{\partial t_z}$, $z = \sum_{h=1}^H z^h$, $x_{iz} = \sum_{h=1}^H \frac{\partial x_i^h}{\partial t_z}$ ($i=1, \dots, N$),
そして、 $z_z = \sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z}$ である。

3. 2 消費税の最適課税条件：解釈

本節では消費税体系のみが政策変数として操作可能な場合の最適課税条件(11)–(12)の経済的意味の解釈をおこなう事にしよう¹³⁾。第3.1節で導かれた各消費税率の最適課税の条件式(11)–(12)は、若干の整理をすれば次のように書き換え

12) 第4.1節では定額税体系が利用可能であるとし、 L^h ($h=1, \dots, H$) は操作可能とする。

13) 経済的意味の解釈は、消費税・定額税併用の場合の最適間接税問題を扱った本間(1982)に沿った形で行うことにする。

られる。数学付録 I において詳細な導出が与えられている。

t_n についての最適課税条件は、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N t_i x_{in}^* + t_z z_{in}^* &= \frac{1}{\mu} \sum_{h=1}^H \gamma^h x_n^h + \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_n} \right), \\ &= x_n \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + x_n \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_n - 1) + \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} \right), n=1, \dots, N, \end{aligned} \quad (13)$$

で与えられ、また、 t_z についての最適課税条件は、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N t_i x_{iz}^* + t_z z_{iz}^* &= \frac{1}{\mu} \sum_{h=1}^H \gamma^h z^h + \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z} \right), \\ &= z \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_z - 1) + \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

で表される。ただし、Diamond (1975) および本間 (1982) で用いられたところの「第 h 家計の所得の社会的限界効用」の考え方を用いて、

$$\gamma^h = W^h \lambda^h + \mu \left(\sum_{i=1}^N t_i x_{iL}^h \right) + \mu (t_z z_L^h), \quad (15)$$

を定義する。また、Atkinson and Stiglitz (1976) にしたがって、分配特性 (distributional characteristic) を、

$$d_j = \frac{\sum_{h=1}^H \gamma^h \alpha_j^h}{\bar{\gamma}}, \quad j=n, z, \quad (16)$$

と定義する¹⁴⁾。ただし、本間 (1982) にしたがって、 $\alpha_n^h = x_n^h / x_n$ 、 $\alpha_z^h = z^h / z$ は、それぞれ第 x_n 財および第 z 財の総需要に占める各家計の需要構成比であると、 $\bar{\gamma} = \sum_{h=1}^H \gamma^h / H$ は、各家計の所得の社会的限界効用の単純平均であ

14) Feldstein (1972a), (1972b) では、連続的な形で定義され、Boadway (1976) でも用いられている。

るとしておく。ここで、(13)および(14)の各条件の導出に際し、スルツキー方程式¹⁵⁾を考慮しており、ここでは、 x_{in}^{h*} , z_{in}^{h*} , x_{iz}^{h*} , z_{iz}^{h*} の各項はスルツキー方程式の代替項であり、また、 $x_{iL}^h = \partial x_i^h / \partial L^h$, $z_L^h = \partial z^h / \partial L^h$ の各項は所得項に対応している。

ここで、各家計の外部性財 z^h の総合消費 z から生じる社会的限界損失は、 g'/μ で表されていることに注目すれば、これに等しい料率の課税をピグー的料率と定義することができる。そこでこれを次のようにまとめておくことにする。

定義1 各家計の z^h の総合消費 z の社会的限界損失 g'/μ と等しい料率の課税をピグー税と定義する。

次に(13)-(14)の経済的意味についての解釈を行うことにする。まず両式の右辺第1項は資源分配に関する項であり、各財貨に共通の値をとるから、非弾力的な財に対しては高い税率で課税する事を示唆している。さらに両式の右辺第2項は所得分配に関する項であり、財貨ごとに異なる値をとるから、分配特性の高い財に対して高い税率で課税すべきではない事を示唆する。また、両式の右辺第3項は外部性財に関する項であり、消費外部性を発生させる財に対しては、その財の総合消費の社会的限界損失を料率とするピグー課税をすべきことを示唆している。しかし、注意すべきは、ここで導かれた消費税の最適課税条件は、定額税体系が操作可能ではないために、ピグー課税により消費外部性による経済不効率を是正させることはできるが、資源分配の効率性と所得分配の公正との間のトレード・オフの問題が存在するために効率性と公平性との間で租税政策は折衷的な政策を取らざるおえない事である。

15) スルツキー方程式に関しては、数学付録Iを参照のこと。

4 消費税・定額税併用の最適課税ルール

4.1 消費税・定額税併用の最適課税条件

4.1.1 消費税・定額税併用時の最適課税条件の導出

前章では政府の租税手段として消費税体系のみが操作可能な場合を想定し、ピグー的租税政策を含めた各消費税率の決定ルールを導出した。しかし、定額税体系が操作不可能である場合、消費税体系のみで決定される各財に対する消費税率は、資源配分の効率性と所得分配の公正との間のトレード・オフの問題を解決できないことを指摘した。そこで、本章では、政府の租税政策の制約を緩め、資源配分に対する攪乱要因を伴わずに所得分配の不公正を是正する事が出来る定額税体系も政策手段として操作可能であるとして、各消費税率の決定を見直し、改めて最適課税ルールを導くことにしよう。

消費税体系とともに定額税体系が利用可能であれば、第3章において固定されてきた定額税体系の政策変数 L^h ($h=1, \dots, H$) が操作可能となる。そこで既に第3章で定式化された最適課税問題のラグランジュ式(10)を用い、各 L^h について最大化を図れば1階条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}^1}{\partial L^h} = W^h v_L^h - g' \left(\frac{\partial z^h}{\partial L^h} \right) \\ + \mu \left[\sum_{i=1}^N t_i x_{iL}^h + t_z z_L^h - 1 \right] = 0, h=1, \dots, H. \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 $v_L^h = \frac{\partial v^h}{\partial L^h}$, $x_{iL}^h = \frac{\partial x_i^h}{\partial L^h}$, そして、 $z_L^h = \frac{\partial z^h}{\partial L^h}$ である。

(17)の定額税の最適課税条件は、(15)の第 h 家計の所得の社会的限界効用の概念を考慮して、第3.1節において導出された各消費税の最適課税条件(13)および(14)の導出とはほぼ同様な手順を踏むことで書き換えられて、

$$\gamma^h = W^h \lambda^h + \mu \left(\sum_{i=1}^N t_i x_{iL}^h \right) + \mu (t_z z_L^h) = \mu + g' \left(\frac{\partial z^h}{\partial L^h} \right), \quad (18)$$

のように表すことができる¹⁶⁾。

さらに(18)は、分配特性の概念の定義式(16)および $\bar{\gamma}$ の定義を考慮すれば最終的に定額税の最適課税条件は次のように示すことができる¹⁷⁾。

$$\left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_n + z - 1) = \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^h} \right). \quad (19)$$

ただし、 $d_n + z = \left(\sum_{h=1}^H \gamma^h \alpha_{n+z}^h \right) / (\bar{\gamma})$ は x 財と z 財の総合の分配特性であり、 $\alpha_{n+z}^h = (x_n^h + z^h) / (x_n + z)$ は総需要に占める各家計の需要構成比である。

ここで注意して置くべきことは、定額税体系が操作可能であるから、総枠で $L = \sum_{h=1}^H L^h$ を最適な水準に設定し、かつ、各家計の負担 L^h を適正に決定できることである。したがって、残されている問題は、この状況下でどのように各消費税率を決定するのかという事である。

ここでは定額税の最適課税条件(19)の経済的な意味の解釈から各消費税率の決定ルールについて探ることにしよう。まず、(19)の左辺第1項は資源配分に関する項であり、各財貨に共通の値をとるから、非弾力的な財に対しては高い税率で課税する事を示唆する。また、左辺第2項は所得分配に関する項であり、財貨ごとに異なる値をとるから、分配特性の高い財貨に対して高い税率で課税すべきではない事を意味する。一方、(19)の右辺は、外部性財に関する項であり、消費外部性を発生させる外部性財に対しては定額税からの影響を加重し、外部性財の総合消費の社会的限界損失を料率としたピグー課税をすべき事を意味する。したがって、このルールから、資源配分と所得分配を勘案した各消費税率は、ピグーの料率と等しくなるように決定すべき事が分かる。

16) 導出手順は数学付録Ⅱを参照のこと。

17) 導出手順は数学付録Ⅲを参照のこと。

第3章で消費税体系のみが操作可能な場合には、ピグー課税により消費外部性による経済不効率は是正されるが、資源配分と所得分配との間のトレード・オフの問題が存在する事が指摘された。しかし、消費税体系に加えて定額税体系が操作可能な場合、定額税の総枠水準の最適な設定と各家計負担の適正な決定が行われるならば、各消費税率の決定の際に、外部性による経済不効率を是正する一方で消費税による資源配分の不効率を最小限にとどめ、所得分配の公正を可能な限り追求できるような租税政策を行えば、トレード・オフの問題が解消される可能性があるということを示している。

4. 1. 2 消費税の最適課税率の決定

第4.1.1節から、消費税体系とともに定額税体系も政策変数として操作可能な場合には資源配分と所得分配のトレード・オフの問題が解消される可能性があることが分かった。そこで次には、政府は具体的に各消費税率をどのように決定するかが問題となってくる。本節では、第3章の第3.2節で導出された消費税の最適課税条件(13)および(14)、および第4.1.1節で導出された定額税の最適課税条件(19)を合わせて考慮する事で消費税体系と定額税体系が併用可能な場合の各消費税率の決定について考察することしよう。

具体的に民間財・外部性財の各消費税率を求める手法としては、Sandmo (1975), Cremer, Gahvari and Ladoux (1998) が用いた各消費税率の最適課税条件を行列表示する手法がある。ここではこの手法を用いて導出を試みれば、最終的には次のような行列表示となる¹⁸⁾。

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ t_z \end{bmatrix} = (A^{-1}a_{N+1}) \frac{g'}{\mu} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{g'}{\mu}, \quad (20)$$

18) 導出の詳細については数学付録Ⅳを参照のこと。

ただし

$$A = \begin{bmatrix} x_{11}^* & x_{21}^* & \cdots & x_{N1}^* & z_{t1}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{1N}^* & x_{2N}^* & \cdots & x_{NN}^* & z_{tN}^* \\ x_{1z}^* & x_{2z}^* & \cdots & x_{Nz}^* & z_{tz}^* \end{bmatrix} \quad (21)$$

であり、 A^{-1} は A の逆行列とし、 A の第 $N+1$ 列ベクトルを a_{N+1} と表すものとする。

(21)から、民間財の消費税率が次のように求まる。

$$t = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_N] = [0 \ 0 \ \dots \ 0]. \quad (22)$$

同様に(21)から外部性財の消費税率は次式のようになる。

$$t_z = \frac{g'}{\mu}. \quad (23)$$

各消費税率は(22)-(23)であることが示されたが、これらの経済的意味について解釈しておく事にしよう。得られた条件式から容易に分かるように消費税体系とともに定額税体系が操作可能な場合の最適課税ルールは、消費税は、民間財には課税されるべきではなく、外部性財に対してのみピグー課税がなされるべきであることを示している。これは2つの観点から要約される。第一には、ピグー課税は、外部性財の社会的限界損失を料率とする消費税として消費税体系のみに現れ、その他の民間財に対しては消費税体系が現れないということである。このことは、Sandmo (1975) が示した付加特性 (aditivity property) を示しており、消費税体系とともに定額税体系が存在する状況においてもこの特性がなお支持されることが確認される。第二には、定額税体系を伴う最適課税条件は、外部性に伴う経済不効率をピグー課税によって是正出来るならば、定額税体系の財源によって資源配分の効率性と所得分配の公正の双方を満たす状態が実現可能であることを示している。

以上を考慮すれば、以下の命題を導く事が出来る。

命題1 定額税が併用可能であれば、外部性財には、その総合消費による社会的限界損失を料率としたピグー課税を課すべきである。一方、民間財の消費税率には外部性の影響は現れないから、その税率はゼロとすべきである。

命題1の経済的意味について解釈しておこう。定額税が併用可能であれば、資源配分の効率性と所得分配の公平性のトレード・オフの問題が解決されることが分かる。つまり、資源配分は、 $L = \sum_{h=1}^H L^h$ の総枠を最適水準に設定する事で解決される。また、所得分配は、定額税体系は最適な総枠水準の下で各家計への分担を L^h の決定を通して適正に行なわれる。したがって、政府が何らかの政策を行なうためにある一定の財源を確保するという政府予算制約が存在したとしても、外部性財の総合消費の社会的限界損失を料率とするピグー課税のみを課せばよく、民間財に対しては消費税率はゼロと決定すればよいことが分かる。

ピグー的租税政策に関しては、Sandmo (1975) が示した付加特性 (additivity property) が成立しており、外部性財に対してピグー課税を施し、他の消費税率はゼロと設定すればよく、消費外部性の影響は当該財以外の消費税体系には及ばないことを示している。

4. 2 分割予算制度 — 外部性財予算を別立としてI —

4. 2. 1 定額税併用の場合の分割予算制度下の最適課税条件

第4.1.1節では消費税体系と定額税体系が併存可能な状況下の最適課税ルールを導き、さらに第4.1.2節では政府がこの課税ルールの下で実施すべき各消費税率について見てきた。これまでは政府は何らかの政策を行うためにはある一定の財源を確保すべきであり、それが政府の予算制約となることを想定してきた。しかし、消費外部性のように大気汚染を引き起こすような場合には、政府は空気清浄等の施設を設立するという具体的な政策実施の必要性が存在することが考えられる。この時、政府は外部性財からの消費税財源を別立て

としてこの政策に充てる事を想定するのは現実的であろう。そこで、この点を考察するためには、政府予算を「民間財＋定額税」と「外部性財」のそれとに区別してみる事にしよう¹⁹⁾。すなわち、両財源の予算はそれぞれ、

$$\sum_{h=1}^H t'x^h(q, q_z, L^h) - \sum_{h=1}^H L^h(q, q_z, L^h) - R_1 = 0, \quad (24)$$

$$\sum_{h=1}^H t_z z^h - R_2 = 0, \quad (25)$$

で与えられる。ただし、 R_1 は政府の一般財源、 R_2 は大気汚染等の空気清浄用の設備投資に必要な財源としておく。

政府はこのような分割予算制度の下での予算制約を前提として、それぞれの政策目標を達成できるような最適課税ルールを決定する。この場合の最適課税問題は、第2.2節の定式化とほぼ同様になされ、ラグランジェ式を \mathcal{L}^2 の表現を用いて表わせば次のようになる²⁰⁾。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^2 = & \sum_{h=1}^H W^h v^h - g \left(\sum_{h=1}^H z^h \right) \\ & + \mu^1 \left[\sum_{h=1}^H t'x^h(q, q_z, L^h) - \sum_{h=1}^H L^h(q, q_z, L^h) - R_1 \right] \\ & + \mu^2 \left[\sum_{h=1}^H t_z z^h(q, q_z, L^h) - R_2 \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

ここで $\mu^i (i=1,2)$ は各部門予算にそれぞれ付随する非負のラグランジェ乗数であるとしてよう。

さて以上のような分割予算制度の下での最適課税ルールを求めるならば、(26)を消費税体系と定額税体系に関してそれぞれ最大化を図れば、これまでとほぼ

19) 本間 (1982) は、外部性が存在しないところで「資源配分部門」と「所得分配部門」による分割予算制度の前提の下で最適課税論を展開している。

20) (7)および $\sum_{n=1}^H W^h = 1$ に注意しておこう。

同様の手順で求める事ができる。詳細な導出に関しては数学付録Vを参照のこと。

(26)のラグランジュ式 \mathcal{L}^2 の消費税体系と定額税体系に関しての1階条件を求める事で、各消費財の最適課税条件を導出する事が出来る。したがって、民間財の消費税の最適課税条件は、定額税の最適課税条件およびスルツキー方程式を考慮することで最終的には次のような関係を得る。

$$\mu \sum_{i=1}^N t_i x_{in}^* + t_z z_{in}^* = \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} \right), \quad n=1, \dots, N. \quad (27)$$

ただし、 $\mu = \mu^1 / \mu^2$ としておく。さらに外部性財の消費税の最適課税条件は、(27)の導出とほぼ同様な手順を踏む事によって導出されるから、

$$\mu \sum_{i=1}^N t_i x_{iz}^* + t_z z_{iz}^* = z \left(\frac{\mu^1 - \mu^2}{\mu^2} \right) + \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} \right). \quad (28)$$

と表現できる。

ここで各消費税の最適課税条件(27)-(28)の経済的意味について解釈しておく事にしよう。(27)の右辺から分かるように、民間財の消費税による補整需要の変化は、外部性財の総合消費による社会的限界損失分を含んだ項のみに依存している。一方、(28)の右辺第1項が各部門の限界的な予算規模の変化に対応した社会的限界効用の変化分を含んだ項そして第2項が外部性財の総合消費による社会的限界損失分を含んだ項であることから、外部性財の消費税による補整需要の変化は、これら2つに依存している事が分かる。

4. 2. 2 定額税併用の場合の分割予算制度下の最適課税率

第4.2.1節では分割予算制度下での政府の各消費税率の決定ルールについてみてきた。本節ではこのルールに基づいた場合の分割予算制度下での各消費税の最適課税率を求めることにする。第4.1.2節の手法とほぼ同様な手順によって導出を行うことにしよう。そこで、(27)-(28)を行列表示すれば最終的には

次のようになる²¹⁾。

$$B \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ z \left(\frac{\mu^1 - \mu^2}{\mu^2} \right) \end{bmatrix} + b_{N+1} \frac{g'}{\mu^2}, \quad (29)$$

ただし、 B は、

$$B = \begin{bmatrix} \mu x_{11}^* & \mu x_{21}^* & \cdots & \mu x_{N1}^* & z_{t1}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mu x_{1N}^* & \mu x_{2N}^* & \cdots & \mu x_{NN}^* & z_{tN}^* \\ \mu x_{1z}^* & \mu x_{2z}^* & \cdots & \mu x_{Nz}^* & z_{tz}^* \end{bmatrix}, \quad (30)$$

で定義された行列であり、 b_{N+1} は B の第 $N+1$ 列ベクトルである。

そこで、最適課税条件を考察するにあたり、クラメル公式を用いて、(29)を各消費税率について解けば次のようになる。

$$t_n = \frac{|B_{Ln}|}{|B|}, \quad n = 1, \dots, N, \quad (31)$$

$$t_z = \frac{|B_{Lz}|}{|B|} + \frac{g'}{\mu^2}. \quad (32)$$

ただし、 $|B|$ は B の行列式、 B の第 n 列を(29)の右辺第1項の列ベクトルを Z_L とすれば、 $|B_{Ln}|$ は Z_L で置き換えた行列式とする。

そして、最適課税条件をさらに考察するために需要が独立の場合を考えるならば、 B の対角成分以外の成分は全てゼロ ($\mu x_{in}^* = 0, n = 1, \dots, N, i \neq n; z_{in}^* = 0, n = 1, \dots, N, n \neq z$) であるから、 B の行列式は単純に対角成分を全て乗じたものになる事に注意しておこう。したがって、クラメルの公式を用いれば、

21) 数学付録VIを参照のこと。

最終的には民間財の消費税率は次のように求まる。

$$t = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_N] = [0 \ 0 \ \dots \ 0]. \quad (33)$$

同様に外部性財の消費税率は次式のようになる。

$$t_z = \frac{z}{z_{tz}^*} \left(\frac{\mu^1 - \mu^2}{\mu^2} \right) + \frac{g'}{\mu^2}. \quad (34)$$

ここで(33)–(34)の経済的意味について解釈をしておこう。全ての消費財の補整的需要の変化分が最小限に抑えるためには、外部性財に対しては、「民間財＋定額税」部門の支出効率 (μ^1) と「外部性財」部門の支出効率 (μ^2) の差を出来る限り小さくするようにし、各部門の予算規模の限界的増加による社会的効用の限界的増加が可能な限り少なくなるようにし、さらにピグー課税の加重が要請される。一方、民間財に対しては、定額税により資源配分と所得分配のトレード・オフの問題が解決されるから、消費税は課税されるべきではないことが分かる。この関係を命題としてまとめれば次のようになる。

命題 2 分割予算制度のもとで定額税が併用可能であれば、需要が独立の場合には、外部性財の消費税率は、資源配分の観点からは「民間財＋定額税」部門と「外部性財」部門の支出効率の差からの効果を考慮し、それに加えてピグー課税を課す税率を決定すべきである。一方、民間財の消費税率には、民間財の消費税率には外部性の影響が現れないことを考慮し、その税率をゼロとすべきである。

命題 2 の経済的意味について解釈をしておこう。分割予算制度の下での定額税の役割は、「民間財＋定額税」部門の資源配分と所得分配の間のトレード・オフの問題の解消であり、それが解決されることが分かる。したがって、民間財の消費税率は、資源配分そして所得分配に関する項には依存せず、また、外部性による社会的限界損失に関する影響は現れないから、消費税率はゼロと設

定されることが分かる。一方、「外部性財」部門では、大気汚染に対して空気清浄等の施設設立を目的とした政策を考慮し、外部性財に対する消費税の財源を別立てとする予算制約が存在するから、外部性財の消費税率には資源配分に関する項が存在する。そして、消費外部性による社会的限界損失を料率としたピグー課税に関する項が加重されることになるから、外部性財の消費税率は、これら2つの特性、資源配分そしてピグー課税に関する項から決定されることになる。

命題2は、Sandmo (1975) が消費税体系のみの場合で考察した付加特性 (aditivity property) を示している。つまり、消費税体系と定額税体系が併用可能な分割予算制度下においてもピグー課税は、外部性財の社会的限界損失にのみ課税される消費税率として消費税体系が現れ、その他の民間財の消費税体系には現れないことを示している。

5 消費税・人頭税併用の最適課税ルール

5.1 消費税・人頭税併用の最適課税条件

5.1.1 人頭税併用の場合の最適課税条件の導出

第4.1節、第4.2節では、消費税体系を補完する租税手段として定額税体系が利用可能な場合の消費外部性存在下での最適課税条件を見てきた。しかし、政府にとって定額税体系が政策手段として十分に利用可能であるのは限定的な状況下においてであることが指摘されてきている²²⁾。そこで、政策手段として比較的实现が現実的に可能と考えられる人頭税 (poll tax) の導入を検討してみることにしよう。

さて、消費税体系に人頭税体系が併用可能である場合を考察するには、これまで用いてきた消費税の最適課税問題のラグランジェ式^{(10)²³⁾}を若干変更する

22) 本間 (1982) でも定額税の実施可能性の限界は指摘されている。

23) 第2.2節で導出されている。

のみで分析を行なう事ができる。そこで、(10)で設定した定額税 $L^h (h=1, \dots, H)$ を $L^h = L^a = L/H (h=1, \dots, H)$ と限定し人頭税として定義しなおせば考察可能である。次に、この最大化問題に対するラグランジュ式を構成することにしよう。(10)を人頭税の定義を用いて書き直し、 \mathcal{L}^3 の表現を用いて表せば次式のようになる²⁴⁾。

$$\mathcal{L}^3 = \sum_{h=1}^H W^h v^h - g \left(\sum_{h=1}^H z^h \right) + \mu \left[\sum_{h=1}^H t' x^h + \sum_{h=1}^H t_z z^h - HL^a - R \right]. \quad (35)$$

ここで(10)と同様に μ は非負のラグランジュ乗数であるとし、 $q_n = p_n + t_n$, $q_z = p_z + t_z$ (p_n , p_z は一定) である。

さて、定額税に変わり人頭税を採用したとしても(35)を消費税体系について最適化したものはこれまでと同じであるから、第3.2節で得られた各消費税の最適課税条件(13)-(14)はここでも成立している。したがって、(35)を人頭税 L^a に関して最大化すれば、1階条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \mathcal{L}^3}{\partial L^a} = \sum_{h=1}^H W^h v_L^h - g' \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^a} \right) + \mu \left[\sum_{i=1}^N t_i x_{iL} + t_z z_L^h - H \right] = 0, \quad (36)$$

ただし、 $v_L^h = \frac{\partial v^h}{\partial L^a}$, $x_{iL} = \sum_{h=1}^H \frac{\partial x_i^h}{\partial L^a} (i=1, \dots, N)$, そして、 $z_L = \sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^a}$ である。ここで、 $L^h = L^a = L/H$ であることに注意しておこう。したがって、 $v_L^h = \lambda^h$ であること²⁵⁾、(15)の γ^h の定義式を考慮すれば、最終的には人頭税の最適課税条件(36)は次のように表される。

$$\sum_{h=1}^H \gamma^h = \mu H + g' \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial v^h}{\partial L^a} \right). \quad (37)$$

24) 第2.2節の(7)と同様に線型個人主義的社会的厚生関数を仮定していること、および $\sum_{h=1}^H W^h = 1$ であることに注意しておくことにする。

25) 数学付録IIの(67)を用いる。

そこで、第3.2節で導出された各消費税の最適課税条件(13)-(14)と人頭税の最適課税条件(37)と合わせて考慮すれば、消費税・人頭税体系併用時の最適課税条件は次のようになる。 t_n についての最適課税条件は、

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{in}^* + t_z z_{in}^* = (1-H)x_n \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + x_n \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_n - 1) + \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} \right), \quad n=1, \dots, N, \quad (38)$$

で与えられ、また、 t_z についての最適課税条件は、

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{iz}^* + t_z z_{iz}^* = (1-H)z \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_z - 1) + \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} \right), \quad (39)$$

で表される。

5. 1. 2 人頭税併用の場合の最適課税率

ここでは、各消費税率の導出を行うことにしよう。そこで、各消費税の最適課税条件(38)-(39)は、第4.1.2節の消費税の最適課税条件を行列表示した(20)の導出とはほぼ同様な手順を踏むことで次のようにあらわすことが出来る。

$$A \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-H)x_1 \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + x_1 \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_1 - 1) \\ \vdots \\ (1-H)x_N \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + x_N \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_N - 1) \\ z \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_z - 1) \end{bmatrix} + a_{N+1} \frac{g'}{\mu}. \quad (40)$$

ただし、 A は第4.1.2節の(20)と同じ行列であり、 a_{N+1} は A の第 $N+1$ 列ベクトルである。

そこで、最適課税条件を考察するにあたり、クラメル公式を用いて、(40)を各消費税率について解けば次のようになる。

$$t_n = \frac{|A_{An}|}{|A|}, n=1, \dots, N, \quad (41)$$

$$t_z = \frac{|A_{Az}|}{|A|} + \frac{g'}{\mu}. \quad (42)$$

ただし、 $|A|$ は A の行列式、 A の第 n 列を(40)の右辺第 1 項の列ベクトルを Z_A とすれば、 $|A_{An}|$ は Z_A で置き換えた行列式とする。

そこで、最適課税条件をさらに考察するために需要が独立の場合を考えるならば、 A の対角成分以外の成分は全てゼロ ($x_{in}^* = 0, n=1, \dots, N, i \neq n; z_{in}^* = 0, n=1, \dots, N, n \neq z$) であるから、 A の行列式は単純に対角成分を全て乗じたものになる事に注意しておこう。したがって、クラメールの公式を用いれば、最終的には民間財の消費税率は次のように求まる²⁶⁾。

$$t_n = \frac{x_n}{x_{nn}^*} (1-H) \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + \frac{x_n}{x_{nn}^*} \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_n - 1), i=1, \dots, N. \quad (43)$$

同様にして外部性財の消費税率は、

$$t_z = \frac{z}{z_{iz}^*} (1-H) \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + \frac{z}{z_{iz}^*} \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_z - 1) + \frac{g'}{\mu}, \quad (44)$$

となる。

ここで(43)-(44)の経済的意味について見ておくことにしよう。消費税法系とともに人頭税法系が操作可能な場合は、定額税法系併用の場合とは異なってくる事が分かる。定額税は、併用可能な民間財に対しては資源配分と所得分配のトレード・オフの問題を解消できたが、人頭税では、完全には解消できない事が分かる。つまり、(43)の右辺第一項が資源配分に関する項、そして、右辺第二項が所得分配に関する項である。また、(44)から分かるように、民間財と同様に資源配分、および所得分配に関する項が存在し、さらに外部性に関する項が

26) 導出は数学付録Ⅶを参照のこと。

右辺第3項に現れてくる。以上を考慮すれば、以下の命題を導く事が出来る。

命題3 人頭税が併用可能であれば、需要が独立の場合には、外部性財の消費税率は、資源配分の観点からは財が非弾力的（弾力的）な場合には高税率（低税率）課し、所得分配の観点からは財の分配特性が低い（高い）場合には高税率（低税率）を課すように考慮し、それに加えてピグー課税を課す税率を決定すべきである。一方、民間財の消費税率には外部性の影響は現れないから、資源配分の観点からは非弾力的（弾力的）な財には高税率（低税率）課し、所得分配の観点からは分配特性が低い（高い）財には高税率（低税率）を課すように考慮した税率を決定すべきである。

命題3の経済的意味について解釈をしておこう。導かれた最適課税ルールは、人頭税は、資源配分と所得分配の間のトレード・オフの問題を完全には解消できないことを示している。また、政府は何らかの政策実施のためにある一定の財源が必要であるから予算制約が存在し、それを人頭税を含めた形でまかなう場合には、資源配分の効率性と所得分配の公平性のトレード・オフの問題は完全には解消できないから、各消費税率にこれらの特性の項が存在することになる。

さらにピグー的租税政策に関してこの命題を見ると、Sandmo (1975) が示した付加特性 (additivity property) がこの場合でも成立している事が分かる。つまり、外部性財の総合消費の社会的限界損失を税率とするピグー課税を当該財に対してのみ施せばよく、他の民間財の消費税には消費外部性の影響は与えないことを意味している。

5. 2 分割予算制度 — 外部性財の財源を別立の場合Ⅱ —

5. 2. 1 人頭税併用の場合の分割予算制度下の最適課税条件の導出

第5.1.2節では消費税体系と人頭税体系が併用可能な状況下の最適課税ル

ールを導き、実施すべき各消費税率について見てきた。しかし、第4.2.1節で見てきたように消費税体系と定額税体系からの税源を分割した分割予算制度を想定した場合には、最適課税ルールは異なってくる事が分った。ここでは第4.2.1節とほぼ同様な分割予算制度を想定する事にしよう。つまり、消費外部性のように大気汚染を引き起こすような場合には、政府がある一定の財源を確保して、それを空気清浄等の設備投資に用いる政策を行ない、政府は外部性財からの消費税財源を別立てとしてこの政策のために充てるとする。そこで、政府予算を「民間財+人頭税」と「外部性財」のそれとに区別してみる事にしよう。

したがって、政府予算制約式は両部門別に分けられるから、それぞれ、

$$\sum_{h=1}^H t'x^h(q, q_z, L^h) - HL^a - R_1 = 0, \quad (45)$$

$$\sum_{h=1}^H t_z z^h(q, q_z, L^h) - R_2 = 0, \quad (46)$$

で与えられる。

政府はこのような分割予算制度の下での予算制約を前提として、それぞれの政策目標を達成できるような最適課税ルールを決定する。この場合の最適課税問題は、第4.2.1節の分割予算制度下の最適課税条件で用いられた定式化とほぼ同様になされ、定額税体系を上式の人頭税体系の予算制約式(46)で置き換えて、ラグランジェ式を \mathcal{L}^4 の表現を用いれば次のようになる²⁷⁾。

$$\mathcal{L}^4 = \sum_{h=1}^H W^h v^h - g \left(\sum_{h=1}^H z^h \right) + \mu^1 \left[\sum_{h=1}^H t'x^h - HL^a - R_1 \right] + \mu^2 \left[\sum_{h=1}^H t_z z^h - R_2 \right]. \quad (47)$$

ここで μ^i ($i=1,2$) は各部門予算にそれぞれ付随する非負のラグランジェ乗数であるとしよう。

さて以上のような分割予算制度の下での最適課税ルールを求めるならば、(47)

27) (7)および $\sum_{h=1}^H W^h = 1$ に注意しておこう。

を消費税体系と人頭税体系に関してそれぞれ最大化を図れば、これまでとほぼ同様の手順で各消費税の最適課税条件式(27)–(28)および人頭税の最適課税条件式(37)が求まり、これらの関係式を用いれば人頭税併用時の分割予算制度下の各消費税の最適課税率を導く事が出来る。

5. 2. 2 人頭税併用の場合の分割予算制度下の最適課税率

ここでは各消費税の最適課税率の導出を行うことにしよう。そこで、各消費税の最適課税条件式(27)–(28)および人頭税の最適課税条件式(37)を用いれば、最終的には第4.2.2節の(29)の行列表示とほぼ同様な表現となるから、次のように表すことが出来る。

$$B \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-H)x_1 \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + x_1 \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_1 - 1) \\ \vdots \\ (1-H)x_N \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + x_N \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_N - 1) \\ \frac{(1-H)\bar{\gamma} - (\mu^2 - \mu^1)}{\mu^2} + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_z - 1) \end{bmatrix} + b_{N+1} \frac{g'}{\mu^2}, \quad (48)$$

ただし、 B は第4.2.2節で定義された行列であり、 b_{N+1} は B の第 $N+1$ 列ベクトルである。

そこで、最適課税条件を考察するにあたり、クラメル公式を用いて、(48)を各消費税率について解けば次ぎようになる。

$$t_n = \frac{|B_{Sn}|}{|B|}, \quad n=1, \dots, N, \quad (49)$$

$$t_n = \frac{|B_{Sn}|}{|B|} + \frac{g'}{\mu^2}. \quad (50)$$

ただし、 $|B|$ は B の行列式、 B の第 n 列を(48)の右辺第1項の列ベクトルを Z_S とすれば、 $|B_{Sn}|$ は Z_S で置き換えた行列式とする。

最適課税条件をさらに考察するために需要が独立の場合を考えるならば、 B の対角成分以外の成分は全てゼロ ($\mu x_{in}^* = 0, n = 1, \dots, N, i \neq n; z_{in}^* = 0, n = 1, \dots, N, n \neq z$) であるから、 B の行列式は単純に対角成分を全て乗じたものになる事に注意しておこう。したがって、クラメールの公式を用いれば、最終的には民間財の消費税率は次のように求まる。

$$t_n = \frac{x_n}{x_{nn}^*} (1-H) \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + \frac{x_n}{x_{nn}^*} \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_n - 1), n = 1, \dots, N. \quad (51)$$

同様にして(48)から外部性財の消費税率は次式のようにになる。

$$t_z = \frac{z}{z_{iz}^*} \left(\frac{(1-H)\bar{\gamma} - (\mu^2 - \mu^1)}{\mu^2} \right) + \frac{z}{z_{iz}^*} \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_z - 1) + \frac{g'}{\mu^2}. \quad (52)$$

ここで(51)-(52)の経済的意味について解釈をしておこう。(51)からは、民間財の消費税率は、右辺第1項の資源配分に関する項、右辺第2項の所得分配に関する項に依存して決定されることが分かる。一方、(52)からは、外部性財の消費税率は、右辺第1項の資源配分に関する項、右辺第2項の所得分配に関する項、および消費外部性に関する項に依存して決定されることが分かる。この関係を命題としてまとめれば次のようになる。

命題4 分割予算制度のもとで人頭税が併用可能であれば、需要が独立の場合には、外部性財の消費税率は、資源配分の観点からは、「民間財＋人頭税」部門と「外部性財」部門の支出効率の差からの効果を考慮した上で、財が非弾力的（弾力的）な場合には高税率（低税率）課すように考慮し、さらに所得分配の観点からは財の分配特性が低い（高い）場合には高税率（低税率）を課すように考慮して、それに加えてピグー課税を課す税率を決定すべきである。一方、民間財の消費税率には外部性の影響は現れないから、資源配分の観点からは非弾力的（弾力的）な財には高税率（低税率）課し、所得分配の観点からは分配特性が低い（高い）財には高税率（低税率）を課すように考慮した税率を決定

すべきである。

命題4の経済的意味について解釈をしておこう。分割予算制度の下での人頭税の役割は、「民間財+人頭税」部門の資源配分と所得分配の間のトレード・オフの問題の解消であった。しかし、各家計の限界税率が一定である人頭税では、所得再分配機能がある程度犠牲にされる。また、政府は政策実施のためにある一定の財源が必要であるから、資源配分の効率性と所得分配の公平性のトレード・オフの問題は完全には解消できないから、民間財の消費税率は、資源配分そして所得分配に関する項から決定されることが分かる。一方、「外部性財」部門では、大気汚染に対して空気清浄等の施設設立を目的とした政策を考慮した予算制約が存在するから、外部性財の消費税率には資源配分に関する項が存在する。そして、「民間財+人頭税」部門において人頭税が所得分配の問題を完全には解決しておらず、その影響として所得分配に関する項が現れてくる。そして、これらの特性の項に加えて消費外部性による社会的限界損失を料率としたピグー課税に関する項が重課され、外部性財の消費税率は、これら3つの特性、資源配分、所得分配、そしてピグー課税に関する項から決定されることになる。

また、命題4はSandmo (1975) が消費税体系のみの場合で考察した付加特性 (aditivity property) を示している。つまり、消費税体系と人頭税体系が併用可能な分割予算制度下においてもピグー課税は、外部性財の社会的限界損失にのみ課税される消費税率として消費税体系が現れ、その他の民間財の消費税体系には現れないことを示している。

6 結 論

本稿では、外部性存在下での最適課税の問題をピグー的租税政策を含めた形で検討を行ってきた。政府は何らかの政策実施のためには、ある一定の財源上の予算制約が要請されるとして消費税と定額税が租税体系に存在することを

前提とした分析を試みてきた。また、消費外部性が存在する中でピグー的租税政策を含めた形でのラムゼー型最適課税問題の再検討を試みてきた。さらに、大気汚染に対して空気清浄等の施設設立を目的とした政策を考慮し、外部性財に対する消費税の財源を別立てとする分割予算制度を想定した考察も行なった。そして、人頭税は定額税の制約された形態ではあるが、比較的实现可能な租税制度の導入について分析することができた。

主な結論は以下の通りである。第一に、定額税体系が操作可能ではない場合には、消費税体系は、資源配分の観点からは、非弾力的な財には高税率を課し、分配特性の観点からは、分配特性の高い財に対して低税率を課す事が最適であることを要請する。これは、必需品のような分配特性の高い財に対して、資源配分の観点からは逆進的な課税となり、分配特性の観点からは公正を保つことになりトレード・オフの問題が存在する事を指摘した。また、外部性財には当該財消費による社会的限界損失を料率としたピグー課税が重課されなければいけないことが示された。

第二に、定額税が併用可能であれば、資源配分の効率性と所得分配の公平性のトレード・オフの問題が解決されることが分かった。したがって、政府が何らかの政策を行なうためにある一定の財源を確保するという政府予算制約が存在したとしても、外部性財に対してピグー課税のみを課せばよく、民間財に対しては消費税率はゼロと決定すればよいことが分かった。また、ピグー的租税政策に関しては、Sandmo (1975) が示した付加特性 (additivity property) が成立しており、外部性財に対してピグー課税を施し、他の消費税率はゼロと設定すればよく、消費外部性の影響は当該財以外の消費税体系には現れないことが確認された。

第三に、分割予算制度の下での定額税の役割は、「民間財+定額税」部門の資源配分と所得分配の間のトレード・オフの問題の解消であり、それが解決されることが分かった。したがって、消費税率はゼロとすべきことが分かった。一方、「外部性財」部門では、大気汚染に対して空気清浄等の施設設立を目的とした政策を考慮し、外部性財に対する消費税の財源を別立てとする予算制約

が存在するから、外部性財の消費税率には資源配分に関する項が存在し、さらにピグー課税に関する項が加重されることになる。したがって、外部性財の消費税率は、これら2つの特性、資源配分そしてピグー課税に関する項から決定されることになる。一方、Sandmo (1975) の付加特性 (additivity property) が分割予算制度下においても成立していることが分かった。

第四に、人頭税は資源配分と所得分配の間のトレード・オフの問題を完全には解消できないことを示していた。これは、人頭税のような線形所得税に近い形の租税体系はセルフ・セレクションの枠組みを持つが、逆に「所得税の累進性」による所得再分配機能を犠牲にした。また、政府は何らかの政策実施のために予算制約が存在し、結果的には、資源配分の効率性と所得分配の公平性のトレード・オフの問題は完全には解消できず、各消費税率にこれらの特性の項が存在することになる。また、ピグー的租税政策に関しては、Sandmo (1975) が示した付加特性 (additivity property) がこの場合でも成立している事が分かった。

第五に、分割予算制度の下での人頭税の役割は、「民間財+人頭税」部門の資源配分と所得分配の間のトレード・オフの問題の解消であった。しかし、各家計の限界税率が一定である人頭税では、所得再分配機能がある程度犠牲にされる。また、政府は何らかの政策実施のためにある一定の財源が必要であるから、資源配分の効率性と所得分配の公平性のトレード・オフの問題は完全には解消できず、民間財の消費税率に現れてくる事が分かった。一方、「外部性財」部門では、大気汚染に対して空気清浄等の施設設立を目的とした政策を考慮し、外部性財に対する消費税の財源を別立てとする予算制約が存在し、そして、「民間財+人頭税」部門において人頭税が所得分配の問題を完全には解決していない事の影響が現れ、そして、ピグー課税を外部性財の消費税率として考慮すべき事が示された。

本論文の中で、第二から第五の結論については重要な内容を含んでいる。つまり、外部性存在下で最適課税を考察する場合、消費税および定額税または人頭税の租税体系を政府の予算制約として次善状況を想定したが、Sandmo の

付加特性 (additivity property) が成立している事が示された。さらに付け加えるならば、第三および第五の結論は、分割予算制度を想定した場合においても Sandmo の付加特性 (additivity property) の成立が確認された事を示している。

数学付録 I

ここでは、(13)および(14)の導出を行なおう。

まず、(11)、(12)を解釈しよう。そこで間接効用関数の性質を明らかにする事から始めることにする。各家計の最適化問題は、社会的限界損失を考慮しない形で行なわれるから、(2)、(3)から構成される問題を解くことで得られるから、

$$\begin{aligned} u_0^h &= -\lambda^h, \\ u_n^h &= \lambda^h q_n, \quad n=1, \dots, N, \\ u_z^h &= \lambda^h q_z, \end{aligned} \tag{53}$$

および(3)が必要条件となる。ただし、 λ^h は予算制約式に付随するラグランジュ乗数であり、 $u_0^h = \frac{\partial u^h}{\partial x_0^h}$, ($h=1, \dots, H$), $u_n^h = \frac{\partial u^h}{\partial x_n^h}$ ($h=1, \dots, H; n=1, \dots, N$), $u_z^h = \frac{\partial u^h}{\partial z^h}$ である。以上を考慮すれば、間接効用関数は、

$$v^h = u^h(x_0^h(q, q_z, L^h), x^h(q, q_z, L^h), z^h(q, q_z, L^h)), \tag{54}$$

で整理されるから、各税率 t_n , t_z について微分した上で、(53)を考慮して整理すれば、

$$\begin{aligned} v_n^h &= \left[\sum_{i=0}^N u_i^h x_{in}^h \right] + \left[u_z^h z_{in}^h \right] \\ &= \lambda^h \left[\sum_{i=0}^N q_i x_{in}^h \right] + \lambda^h \left[q_z z_{in}^h \right], \quad n=1, \dots, N, \end{aligned} \tag{55}$$

$$\begin{aligned}
 v_n^h &= \left[\sum_{i=0}^N u_i^h x_{iz}^h \right] + \left[u_z^h z_{tz}^h \right] \\
 &= \lambda^h \left[\sum_{i=0}^N q_i x_{iz}^h \right] + \lambda^h \left[q_z z_{tz}^h \right], \tag{56}
 \end{aligned}$$

が得られる。ただし、 $q_0 = -1$ である。各家計の予算制約式(3)は、(4)-(5)の労働供給、民間財需要および外部経済財需要関数を代入し若干整理すれば、

$$-x_0^h(q, q_z, L^h) + q'x^h(q, q_z, L^h) + q_z z^h(q, q_z, L^h) = L^h + R/H, \tag{3'}$$

となる。上式を $q=p+t$ および $q_z=p_z+t_z$ を考慮して、各税率 t_n 、 t_z に関して微分すれば、

$$\sum_{i=0}^N q_i x_{in}^h + x_n^h + q_z z_{tn}^h = 0, \quad n=1, \dots, N, \tag{57}$$

$$\sum_{i=0}^N q_i x_{iz}^h + q_z z_{tz}^h + z^h = 0, \tag{58}$$

が得られる。(55)-(56), (57)-(58)を考慮すれば、ロワの恒等式 (Roy's identity) が得られ、

$$v_n^h = -\lambda^h x_n^h, \quad n=1, \dots, N, \tag{59}$$

$$v_z^h = -\lambda^h z^h, \tag{60}$$

となる。さらにスルツキー方程式 (Slutsky equation) を考慮すれば次のようになる。

$$x_{in}^h = \sum_{h=1}^H \left[x_{in}^{h*} - x_n^h x_{iL}^h \right], \quad i=1, \dots, N, \tag{61}$$

$$z_{tn}^h = \sum_{h=1}^H \left[z_{tn}^{h*} - x_n^h z_L^h \right], \tag{62}$$

$$x_{iz} = \sum_{h=1}^H [x_{iz}^{h*} - z^h x_{iL}^h], \quad i=1, \dots, N, \quad (63)$$

$$z_{tz} = \sum_{h=1}^H [z_{tz}^{h*} - z^h z_L^h]. \quad (64)$$

最終的には、(11)-(12)の最適化条件に、(59)-(60)を代入し、(61)-(64)のスルツキー方程式を考慮する事で、若干の整理を行なえば最終的に(13)-(14)が導かれる。

数学付録 II

ここでは、(18)の導出を行なおう。

まず、間接効用関数 $v^h = v^h(x_0^h(q, q_z, L^h), x^h(q, q_z, L^h), z^h(q, q_z, L^h))$ を微分した上で、(53)を考慮して整理すれば、

$$\begin{aligned} v_L^h &= \left[\sum_{i=0}^N u_i^h x_{iL}^h \right] + \left[u_z^h z_L^h \right] \\ &= \lambda^h \left[\sum_{i=0}^N q_i x_{iL}^h \right] + \lambda^h \left[q_z z_L^h \right], \end{aligned} \quad (65)$$

が得られる。ただし、 $q_0 = -1$ である。

さらに各家計の予算制約式(3)を各 L^h に関して微分すれば、

$$\sum_{i=0}^N q_i x_{iL}^h + q_z z_L^h = 1, \quad (66)$$

が得られる。したがって、(65)、(66)から、

$$v_L^h = \lambda^h \left[\sum_{i=0}^N q_i x_{iL}^h + q_z z_L^h \right] = \lambda^h, \quad (67)$$

となる。ただし、 $q_0 = -1$ である。そこで、(17)に(15)および(67)を代入すれば、(18)を得る事が出来る。

数学付録Ⅲ

ここでは、(19)の導出を行なおう。

まず、(18)の両辺に x_n^h を乗じて、さらに $h(=1, \dots, H)$ についての総和を求めれば、

$$x_n \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + x_n \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_n - 1) - \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^h} x_n^h \right) = 0, \quad (68)$$

が得られる。ただし、 $\alpha_n^h = \frac{x_n^h}{x_n}$ 、 $d_n = -\frac{\sum_{h=1}^H \gamma^h \alpha_n^h}{\bar{\gamma}}$ としておく。また、(18)の両辺に z^h を乗じて、さらに $h(=1, \dots, H)$ についての総和を求めれば、

$$z \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_z - 1) - \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^h} z^h \right) = 0, \quad (69)$$

が得られる。ただし、 $\alpha_z^h = \frac{z^h}{z}$ 、 $d_z = -\frac{\sum_{h=1}^H \gamma^h \alpha_z^h}{\bar{\gamma}}$ としておく。

さらに、(68)と(69)を加える事で(19)が得られる。

数学付録Ⅳ

ここでは、(20)の導出をおこなう。

まず、(70)および(71)の導出から行なおう。

まず、スルツキー方程式(62)および(64)を若干式変形すれば次式が導かれる。

$$\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_n} = \sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} - \sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^h} x_n^h, \quad (62')$$

$$\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z} = \sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} - \sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^h} z^h, \quad (64')$$

ただし、“*”は補償需要関数を示している。

一方、消費税の最適課税条件である(13)および(14)は、(15)の γ^h の定義式、および d_n 、 d_z の各定義式を考慮すれば次のような関係が得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N t_i x_{in}^* + t_z z_{in}^* \\ & = x_n \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + x_n \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_n - 1) - \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_n} \right), \quad n=1, \dots, N, \end{aligned} \quad (13')$$

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{iz}^* + t_z z_{iz}^* = z \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu} (d_z - 1) - \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z} \right). \quad (14')$$

さらに消費税の最適課税条件(13)は、(13)から定額税の最適課税条件(19)を差し引き²⁸⁾、さらにスルツキー方程式²⁹⁾を考慮するならば、最終的には次式となる。

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{in}^* + t_z z_{in}^* = \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} \right), \quad n=1, \dots, N. \quad (70)$$

次に、外部性財の最適課税条件(14)は、(70)と同様な手順を踏むことで得られるから、消費税の最適課税条件(14)から定額税の最適課税条件を差し引き³⁰⁾、さらにスルツキー方程式³¹⁾を考慮すれば次式となる。

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{iz}^* + t_z z_{iz}^* = \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} \right), \quad (71)$$

そこで、得られた民間財の最適課税条件(70)および外部性財の最適課税条件(71)を行列表示すれば次のようになる。

28) 数学付録Ⅳの(13')および数学付録Ⅲの(68)を用いる。

29) 数学付録Ⅳで変形した(62')を用いる。

30) 数学付録Ⅳの(14')および数学付録Ⅲの(69)を用いる。

31) 数学付録Ⅳで変形した(64')を用いる。

$$A \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_1} \right) \frac{g'}{\mu} \\ \vdots \\ \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_N} \right) \frac{g'}{\mu} \\ \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} \right) \frac{g'}{\mu} \end{bmatrix} \quad (72)$$

したがって、(72)は、 $z_{t_n}^* = \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} \right)$ および $z_{t_z}^* = \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} \right)$ を考慮して右辺の要素を A の第 $N+1$ ベクトル a_{N+1} を用いて書き表し、さらに両辺に A^{-1} を乗じれば(20)を得る。

数学付録V

ここでは、(27)および(28)の導出をおこなう。

さて以上のような分割予算制度の下での最適課税ルールを求めるならば、(26)を消費税体系と定額税体系に関してそれぞれ最大化を図るならば、これまでとほぼ同様の手順で求める事ができる。民間財の消費税率 t_n に関しての最適課税条件は、(13)の導出とほぼ同様であるから、

$$\begin{aligned} & \mu \sum_{i=1}^N t_i x_{in}^* + t_z z_{in}^* \\ & = x_n \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + x_n \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_n - 1) + \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} \right), \quad n=1, \dots, N, \end{aligned} \quad (73)$$

で与えられ、また、外部性財の消費税率 t_z に関しての最適課税条件も(14)の導出とほぼ同様であるから、

$$\mu \sum_{i=1}^N t_i x_{iz}^* + t_z z_{iz}^* = z \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^2}{\mu^2} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_z - 1) + \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z} \right), \quad (74)$$

で与えられる。また定額税 L^h に関する最適課税条件も(18)の導出とほぼ同様であり、

$$\begin{aligned} \gamma^h &= W^h \lambda^h + \mu^1 \left(\sum_{i=1}^N t_i x_{iL}^h \right) + \mu^2 (t_z z_L^h) \\ &= \mu^1 + g' \left(\frac{\partial z^h}{\partial L^h} \right), \quad h = 1, \dots, H, \end{aligned} \quad (75)$$

となる。

次に(75)は d_n および $\bar{\gamma}$ の定義を用いれば次のように書き換えることができるから、

$$x_n \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + x_n \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_n - 1) = \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^h} x_n^h \right), \quad n = 1, \dots, N, \quad (76)$$

を得る。さらに(73)から(76)を差し引いて、数学付録Iで用いたスルツキー方程式(62)を考慮すれば、最終的には消費税の最適課税条件(27)を得ることができる。

次に(75)は d_z および $\bar{\gamma}$ の定義を用いれば次のように書き換えることができるから、

$$z \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_z - 1) = \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^h} z^h \right), \quad (77)$$

を得る。さらに(74)から(77)を差し引いて、数学付録Iで用いたスルツキー方程式(64)を考慮すれば、最終的には外部性財の消費税の最適課税条件(28)を得る。

数学付録VI

ここでは、分割予算制度下の最適課税条件(29)の導出を行うことにする。

まず、(27)-(28)を行列表示すれば、

$$B \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_1} \right) \\ \vdots \\ \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_N} \right) \\ z \left(\frac{\mu^1 - \mu^2}{\mu^2} \right) + \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z} \right) \end{bmatrix}, \quad (78)$$

となる。さらに、(78)は、 $z_{tn}^* = \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_n} \right)$ および $z_{tz}^* = \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^{h*}}{\partial t_z} \right)$ を考慮して右辺の要素を B の第 $N+1$ ベクトル b_{N+1} を用いて書き表せば、最終的には(29)を得る。

数学付録Ⅶ

ここでは、人頭税の最適課税条件(37)から各消費財の最適課税条件の導出を行うことにする。

まず、人頭税の最適課税条件(37)を若干式変形し、 L^a が L^h であることを考慮すれば、

$$\sum_{h=1}^H \gamma^h - \mu H = g' \left(\frac{\partial z^h}{\partial L^a} \right), \quad (79)$$

となり、最終的には、

$$H \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu}{\mu} \right) - \frac{g'}{\mu} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^a} \right) = 0, \quad (80)$$

を得る。ここで、分配特性の概念の定義式(48)および $\bar{\gamma}$ を考慮すれば、各消費税

の最適課税条件の導出は、以下数学付録Ⅳとほぼ同様の手順で求めることができるから、導出された関係は最終的には(20)とほぼ同様な行列表示となる。

数学付録Ⅷ

ここでは、人頭税の最適課税条件(48)の導出を行うことにする。

民間財の消費税率 t_n に関しての最適課税条件は(27)、外部性財の消費税率 t_z に関しての最適課税条件は(28)と同様であり、また、人頭税の最適課税条件は、ラグランジュ乗数に注意すれば(36)とほぼ同様であるから、

$$\sum_{h=1}^H \gamma^h = \mu^1 H + g' \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial L^a} \right). \quad (81)$$

となる。したがって、これらの条件式を考慮して、これまでと同様な行列表示をすれば、

$$B \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-H)x_1 \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + x_1 \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_1 - 1) + \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_1} \right) \\ \vdots \\ (1-H)x_N \left(\frac{\bar{\gamma} - \mu^1}{\mu^2} \right) + x_N \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_N - 1) + \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_N} \right) \\ z \left(\frac{(1-H)\bar{\gamma} - (\mu^2 - \mu^1)}{\mu^2} \right) + z \frac{\bar{\gamma}}{\mu^2} (d_z - 1) + \frac{g'}{\mu^2} \left(\sum_{h=1}^H \frac{\partial z^h}{\partial t_z} \right) \end{bmatrix}, \quad (82)$$

となり、最終的に(48)を得る。

参考文献

- Atkinson, A.B. and Stern, N. H. (1974) Pigou, taxation and public goods, *Review of Economic Studies*, Vol. 41, pp. 119-128.
- Atkinson, A.B. and Stiglitz, J.E. (1976) The design of tax structure: direct versus indirect taxation, *Journal of Public Economics*, Vol. 6, pp. 55-75.
- Atkinson, A.B. and Stiglitz, J.E. (1980) *Lectures on Public Economics*, McGraw-Hill, New York.
- Balcer, Y. (1980) Taxation of externalities: Direct versus indirect, *Journal of Public Economics*, Vol. 13, pp. 121-129.
- Boadway, R. (1976) Integrating equity and efficiency in applied welfare economics, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 90, pp. 541-556.
- Bovenberg, A. L. and van der Ploeg, F. (1994) Environmental policy, public finance and the labor market in a second-best world, *Journal of Public Economics*, Vol. 55, pp. 349-390.
- Bovenberg, A. L. and de Mooij, R. A. (1994) Environmental levies and distortionary taxation, *American Economic Review*, Vol. 84, pp. 1085-1089.
- Bovenberg, L. and Goulder, L. (1996) Optimal Environmental taxation in the presence of other taxes: general equilibrium analyses, *American Economic Review*, Vol. 86, pp. 985-1000.
- Deaton, A. S. (1977) Equity, efficiency and the structure of indirect taxation, *Journal of Public Economics*, Vol. 8, pp. 299-312.
- Diamond, P. A. (1973) Consumption externalities and imperfect competitive pricing, *Bell Journal of Economics*, Vol. 4, pp. 526-538.
- Diamond, P. A. (1975) A many-person Ramsey tax rule, *Journal of Public Economics*, Vol. 4, pp. 526-538.
- Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees (1971) Optimal taxation and public production I and II, *American Economic Review*, Vol. 61, pp. 8-27 and 261-278.
- Dixit, A. K. (1970) On the optimum structure of commodity taxes, *American Economic Review*, Vol. 60, pp. 295-301.
- Dixit, A. K. (1985) Tax policy in open economies. In: Auerbach, A., Feldstein, M., (Ed.), *Handbook of Public Economics*, North-Holland, Amsterdam, pp. 313-374.
- Dornbush, R. and Poterba, J. M. (Ed.) (1991) *Global Warming: Economic Policy Responses*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Feldstein, M. S. (1972a) Distributional equity and the optimal structure of public prices, *American Economic Review*, Vol. 62, pp. 32-36.

- Feldstein, M. S. (1972b) Equity and efficiency in public sector pricing: The optimum two-part tariffs, *quarterly Journal of Economics*, Vol. 6, pp. 77-104.
- Fullerton, D. (1997) Environmental levies and distortionary taxation: Comment, *American Economic Review*, Vol. 87, pp. 245-251.
- Green, J. and E. Sheshinski (1976) Direct versus indirect remedies for externalities, *Journal of Political Economy*, Vol. 84, pp. 797-808.
- 本間正明 (1982) 最適間接税の理論：展望, 季刊理論経済学, 第33卷, pp. 240-262.
(本間正明 (1982) 租税の経済理論, 創文社, 東京, 所収).
- 本間正明, 入谷純, 久我清 (1978) 公共的競争均衡と租税体系, 経済研究, 第29卷, pp. 12-22.
- 入谷純 (1986) 課税の最適理論, 東洋経済新報社, 東京.
- Meade, J. E. (1952) External economies and diseconomies in a competitive situation, *Economic Journal*, Vol. 62, pp. 54-67.
- Meade, J. E. (1955) *Trade and Welfare: mathematical supplement*, Oxford University Press, Oxford.
- Mirrlees, J. E. (1976) Optimal tax theory: A synthesis, *Journal of Public Economics*, Vol. 6, pp. 327-358.
- Pigou, A.C. (1932) *A Study in Public Finance*, (3rd ed.), MacMillan, London.
- Pigou, A.C. (1947) *The economics of welfare*, (4th ed.), MacMillan, London.
- Ramsey, F. P. (1927) A contribution to the theory of taxation, *Economic Journal*, Vol. 37, pp. 47-61.
- Samuelson, P. A. (1954) The pure theory of public expenditure, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 36, pp. 387-389.
- Samuelson, P. A. (1969) Pure theory of public expenditures and taxation. In : J. Margolis and H. Guitton, (ed.), *Public Economics*, Macmillan, London.
- Sandmo, A. (1975) Optimal taxation in the presence of externalities, *Swedish Journal of Economics*, Vol. 77, pp. 86-98.
- Sandmo, A. (1976a) Direct versus indirect Pigovian taxation, *European Economic Review*, Vol. 7, pp. 337-349.
- Sandmo, A. (1976b) Optimal taxation - An introduction to the literature, *Journal of Public Economics*, Vol. 6, pp. 37-54.
- Sheshinski, E. (1971) The optimal linear income tax, *Review of Economic Studies*, Vol. 39, pp. 297-302.
- Stiglitz, J. E. and P. S. Dasgupta (1971) Differential taxation, public goods and economic efficiency, *Review of Economic Studies*, Vol. 38, pp. 151-174.
- 山田雅俊 (1991) 現代の租税理論, 創文社, 東京.