

内田クレペリン検査におけるマルコフ シンプレックス構造¹

鉄道労働科学研究所 小 笠 原 春 彦

Markov simplex structure of the Uchida-Kraepelin Psychodiagnostic Test

Haruhiko Ogasawara (*Railway Labour Science Research Institute, Kokubunji, Tokyo 185*)

Performance curves in each session of the Uchida-Kraepelin Psychodiagnostic Test (U-K Test) can be taken as the results of repeated trials of the same test, and one may assume that the structure of each session is Guttman's simplex. Three quasi-Markov models were constructed. Model 1 is a general quasi-Markov model. Model 2 assumes the equalities of the correlations between true scores of neighboring rows. In Model 3 the proportions of the variances of the true scores were set equal. These models were fitted to the observed data by the least squares method. The results were satisfactory enough to conclude that the correlation matrix among the 15 rows in each session of U-K Test shows a simplex structure. Further, the possibility was discussed that the models in this paper could be extended to deal with the 30 rows of U-K Test.

Key words: Uchida-Kraepelin Psychodiagnostic Test, simplex, Markov process, correlation matrices, fitting, least squares.

内田クレペリン検査 (U-K Test) の変動要因の解明は、従来、各行作業量の因子分析により行われて来た (例えば、辻岡, 1968)。その結果、因子負荷のプロフィールが、各行の時間的序列に関して因子ごとに特定の型を持つことから、これらの解釈がなされ、直観判定にかかわって、個人の曲線型の因子得点を求める判定法が確立されるに至っている。同判定法において基礎となる因子は、U-K Test の 30 行の相関行列から求められたものであり、各行にほぼ等しく大きな負荷を持つ全体的な作業量水準をあらわす因子、および作業経過の要因をあらわす数個の因子である。後者の各因子の寄与は、はじめの因子の寄与にくらべると極端に小さいが、各種の集団にかなり安定してみられるものであり、因子得点判定法の因子的な妥当性の根拠となっている (東村, 1976)。このことはまた、U-K Test の相関行列が一般に特定のパターンを持っていることを示している。

U-K Test の曲線型は、各分ごとの作業量により構成されており、これらは、時系列上の変化を示している。したがって各分作業量の相関行列は、一般に、同一検査

をくり返して実施する中でみられるテスト成績間の相関行列に類似することが予想される。ただし、U-K Test では、前期と後期の間に 5 min の休憩があり、各期内の変化の要因にくらべて、休憩に起因する変化の要因が大きいので、連続的な時系列としては、前期内または、後期内のみの変化がこれにあたる。このような時系列上のスコア間の構造は、テストの類似測定領域において、課題を複雑性にしたがってならべかえた時にみられる課題間の構造とともに、Guttman (1954) により、シンプレックス構造として知られているものであるが、Kaiser (1962) による完全シンプレックスの最小二乗解から、Jöreskog (1970 b) の各種シンプレックスモデルの最尤解を共分散構造モデル (Jöreskog, 1970 a) の中に位置づけたものに至るまで、モデルの設定とパラメータの推定が行われている。

当論文は、U-K Test におけるシンプレックス構造の解明をねらいとしているが、柏木 (1979) は、加算作業量の時間的変化に関して、2 階の常微分方程式による近似をもとにして、Guttman (1950) の完全尺度との類似性を指摘し、時系列上の一次元性を示唆している。また小笠原 (1979) は、シンプレックス構造が示す振動的性質 (Guttman, 1950, 1955) から、因子負荷に多項式モデルをあてはめ、U-K Test に関して因子負荷の最小二乗推定値を得ている。

一方、シンプレックス構造は、時系列上の変化のモデ

¹ 本論文は、千葉大学柏木繁男教授からの、U-K Test と Guttman の尺度との関連についての示唆がきっかけとなったものである。日頃の御指導と御支援に対して心から感謝の意を表します。

また、本研究の一部は、日本心理学会第 44 回大会 (1980) において発表された。

ルとして、確率過程により記述されるが、Anderson (1960) は、ウィーナー過程とマルコフ過程によりモデルを設定している。尺度点 $t (\geq 0)$ における変量 X の値を $X(t)$ とし、 $E\{X(t)\}=0$ を仮定する。ウィーナー過程は、 $X(t)$ と $X(t')$ の共分散 $\text{cov}(t, t')$ を次の様に仮定したものである。

$$\text{cov}(t, t') = E\{X(t)X(t')\} = t \quad (t < t') \quad (1)$$

これは、 $X(t_{i+1}) = X(t_i) + \varepsilon(t_i)$ ($t_1 < t_2 < \dots < t_n$, n は尺度点の数) として、 $E\{\varepsilon(t_i)\varepsilon(t_j)\} = 0$ ($i \neq j$)、および、 $E\{X(t_i)\varepsilon(t_j)\} = 0$ ($i \leq j$) より、導かれるものである。すなわち、ある尺度点上的変量は、それ以前の尺度点上的変量に、これらと無相関な要素を順次加えた形式をとる。

(1) 式より、 $X(t)$ と $X(t')$ との相関は、

$$\text{cor}(X(t), X(t')) = t/\sqrt{tt'} = \sqrt{t/t'} \quad (t < t') \quad (2)$$

となる。これは、Guttman (1954) が、シンプレックス構造のモデルとして記述しているものと、本質的に一致する。

また、マルコフ過程によると、 $X(t)$ と $X(t')$ との相関は、

$$\text{cor}(X(t), X(t')) = \rho^{u-t} \quad (t \leq t') \quad (3)$$

と記述されるが、 $u = -\log t / 2 \log \rho$ ($0 < \rho < 1$) と変数変換すると、(2) 式は、

$$\sqrt{t/t'} = \exp\{-1/2(\log t' - \log t)\} = \rho^{u'-u} \quad (4)$$

となって、マルコフ過程の尺度点は、ウィーナー過程の尺度点を対数変換したものに他ならないことがわかっている (Anderson, 1960)。このような確率過程モデルから導かれる特徴は、(2)、(3) 式で明らかのように、ふたつの尺度点が離れるに従って、両者の相関は、小さくなるということ、相関行列上では、対角要素に近い程値は大きく、左下または右上に行くに従って、値は、小さくなるという傾向である。後に示すように、U-K Test の前期または後期の相関行列は、この傾向を示している。

以上より、当論文では、U-K Test の相関行列または、共分散行列に、確率過程モデルから導かれるシンプレックス構造を仮定し、現実のデータにこれをあてはめることにより、パラメータを推定し、モデルの適合性を検討することを目的とする。

方 法

モデルの設定 (2)、(3) 式は、変量が誤差成分を含まないことを前提としているが、現実のデータでは、各変量は、独自の測定誤差を含むのが普通であるので、変量の真の成分に関して(2)、(3)式が成立するという形式をとる擬似シンプレックス構造を考えるのが、適当であろう。またウィーナー過程は、相関行列において、マルコフ過程と同一の形式をとりうるが、共分散に関して強

い仮定をおいているので、ここでは、次の3種類の擬似マルコフシンプレックスモデルを設定する。

モデル 1

$$X(t_i) = \alpha(t_i)\tau(t_i) + \zeta(t_i) \quad (i=1, \dots, 15)$$

$$\tau(t_i) = \rho(t_{i-1})\tau(t_{i-1}) + \varepsilon(t_{i-1}) \quad (5)$$

尺度点 t_i 上の変量 $X(t_i)$ ($E(X(t_i))=0$) は、真の成分 $\alpha(t_i)\tau(t_i)$ と誤差成分 $\zeta(t_i)$ に分解される。ここで、 $E(\tau(t_i))=0$ 、 $E(\tau(t_i)^2)=1$ 、 $\zeta(t_i)$ は、 $\zeta(t_j)$ ($i \neq j$) および $\tau(t_j)$ とは無相関であるとされる。したがってパラメータ $\alpha(t_i)$ は、 $X(t_i)$ と $\tau(t_i)$ との共分散になる。パラメータ $\rho(t_{i-1})$ は、 $\tau(t_i)$ と $\tau(t_{i-1})$ との相関であり、 $\varepsilon(t_i)$ は $\tau(t_j)$ ($i \geq j$) とは無相関である。 $\text{var}(\zeta(t_i)) = \beta(t_i)^2$ とし、尺度点が4個の場合について考えると、共分散行列は、

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 + \beta_1^2 & & & & \\ \alpha_2\alpha_1\rho_1 & \alpha_2^2 + \beta_2^2 & & & \\ \alpha_3\alpha_1\rho_1\rho_2 & \alpha_3\alpha_2\rho_2 & \alpha_3^2 + \beta_3^2 & & \\ \alpha_4\alpha_1\rho_1\rho_2\rho_3 & \alpha_4\alpha_2\rho_2\rho_3 & \alpha_4\alpha_3\rho_3 & \alpha_4^2 + \beta_4^2 & \end{bmatrix} \quad (6)$$

と表現できる。ただし、(6)式においては、 $\alpha(t_i) = \alpha_i$ 、 $\rho(t_i) = \rho_i$ 、 $\beta(t_i) = \beta_i$ と記述してある。相関行列の要素は、 $\text{cor}(X(t_i), X(t_j)) = \alpha_i\alpha_j\rho_j\rho_{j+1}\dots\rho_{i-1}/\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}\sqrt{\alpha_j^2 + \beta_j^2}$ ($i > j$) となり、 $\alpha_i/\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}$ を α_i に、 $\beta_i/\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}$ を β_i にそれぞれ、おきなおすと、(6)式と同一のパラメータ表現ができる。(6)式のモデルは、Jöreskog (1970 b) が、パスアナリシスの観点から、擬似マルコフシンプレックス構造を定式化したものであるが、擬似マルコフ過程としての一般性を持つ表現である。(6)式からわかるように、パラメータの一部は、一意的に定まらない。すなわち、一定の制限内で、 α_i を k 倍しても、 ρ_i を $1/k$ 倍することにより、1列の2行以下の要素は不変であり、1行1列の要素も、 β_i^2 を調整することにより、値を変えないでおくことができる。同様のことは、 $\alpha_4, \beta_4, \rho_3$ についてもあてはまり、一般に n 個の変量については、 $\alpha_1, \beta_1, \rho_1, \alpha_n, \beta_n, \rho_{n-1}$ は、一意的には定まらない。そこで、このモデルを現実のデータにあてはめる場合は、これらのパラメータの一部の値を仮に一定とした上で、他のパラメータの値を得るという手続きをとることになる。本論文では、 $\rho_1=1$ 、 $\rho_{14}=1$ を仮定する。これらのモデルを U-K Test の前後期のそれぞれにあてはめることになるが、独立なパラメータの数は、 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{15}, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{13}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{15}$ の42個である。

モデル 2 モデル1において、 $\rho(t_i)$ は、尺度点 t_i ごとに異なるものであるが、U-K Test 各行の課題と時間間隔の同一性を考慮すると、 $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_{14} = \rho$ としたモデルを設定することができる。この場合、(6)式は、

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 + \beta_1^2 & & & \\ \alpha_2 \alpha_1 \rho & \alpha_2^2 + \beta_2^2 & & \\ \alpha_3 \alpha_1 \rho^2 & \alpha_3 \alpha_2 \rho & \alpha_3^2 + \beta_3^2 & \\ \alpha_4 \alpha_1 \rho^3 & \alpha_4 \alpha_2 \rho^2 & \alpha_4 \alpha_3 \rho & \alpha_4^2 + \beta_4^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

となる。相関行列についても、モデル1と同様にパラメータをおきかえることにより、(7)式による表現が可能である。U-K Testにおいては、前後期とも、 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{15}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{15}, \rho$ の31個のパラメータが、推定すべきものとなる。

モデル3 モデル2において、さらに、 $\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \dots = \alpha_n^2 = \alpha, \beta_1^2 = \beta_2^2 = \dots = \beta_{15}^2 = \beta$ とおくと、(7)式は、

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & & & \\ \alpha \rho & \alpha + \beta & & \\ \alpha \rho^2 & \alpha \rho & \alpha + \beta & \\ \alpha \rho^3 & \alpha \rho^2 & \alpha \rho & \alpha + \beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

となる。これは、真の成分および誤差の成分の分散が、すべて等しく、各変量は、尺度点上を等間隔に位置しているモデルである。ただし、対角要素のすぐ下の値は、すべて $\alpha\rho$ であるなど、かなり制限が大きい。U-K Testにおいては、共分散行列は、分散が初頭部がやや大きくなるなど、(8)式の表現では、無理があるので、相関行列についてのみ、モデル1, 2と同様のパラメータの置きかえを行って、あてはめを実行する。前後期それぞれのパラメータは、 α, β, ρ の3個である。

最小化基準 実際のデータにモデルをあてはめ、モデルにおけるパラメータの推定値を得るためには、変量に特定の分布を仮定し、最尤推定値を得る方法、モデルと標本との隔たりを数量化し、この基準を最小化することによって、推定値を得る方法などがあるが、ここでは、解法の容易さという点から、後者のうち、最小二乗法を採用する。すなわちモデルにおける共分散行列を Σ とし、実際の共分散行列を A とした場合 $1/2 \text{tr}(\Sigma - A)^2$ を最小化し、その時のパラメータの値を推定値とするものである。相関行列の場合には、 Σ のかわりにモデルから構成される相関行列 R を、 A のかわりに、標本相関行列を用いる。この場合、推定された共分散行列 $\hat{\Sigma}$ と同じく相関行列 \hat{R} は、必ずしも、 $\hat{\Sigma} = \hat{R} \hat{R}^T$ ($\hat{R}^2 = \text{diag}(\hat{\Sigma})$)とはならない。これが、モデル1, 2において共分散行列と相関行列を考える理由である。

最小二乗基準を採用したことにより、パラメータ β_i は、 $s_{ii} - \hat{\alpha}_i^2 \geq 0$ (s_{ii} は標本における変量 $X(i)$ の分散)である限り、 $\hat{\beta}_i^2 = s_{ii} - \hat{\alpha}_i^2$ とすることができるので、モデルが、この制限内で適合しているとき、各変量の推定された分散は、標本の分散と同一となる。したがって β_i は推定すべきパラメータ群から予め、のぞいておくことができる(もちろん、推定後 $s_{ii} - \hat{\alpha}_i^2 \geq 0$ であることを確かめなければならない)。この場合、モデル1では推定すべきパラメータは27個、モデル2では16

個、モデル3では2個である。

解法 最小二乗推定値は、 $1/2 \text{tr}(\Sigma - A)^2$ をそれぞれのパラメータで偏微分した値を0とおいた式をとくことによって得られる。今回の場合、推定すべきパラメータの数も多く方程式を代数的に解くことは容易でないので、数値解法により推定値を求める。ここでは、フィッシャーのスコア法(Jöreskog, 1978; Lee & Jennrich, 1979)を採用する。 n 個のパラメータ $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ をベクトルにならべたものを θ とし、 F がこれらのパラメータの関数であるとき、局所的極値は、 $\partial F / \partial \theta = 0$ から求めるが、フィッシャーの方法は、 θ の*i*回目の繰り返しで得られたパラメータの値を $\theta_{(i)}$ としたとき、

$$\theta_{(i+1)} = \theta_{(i)} - \{E(H_{(i)})\}^{-1} g_{(i)} \quad (9)$$

のように繰り返す方法である。ここで $H_{(i)}, g_{(i)}$ は、*i*回目におけるヘシアンとグラディエントである。 F は、本論文のモデルでは、 $1/2 \text{tr}(\Sigma - A)^2$ であるから、

$$E(H) = \{E(\partial^2 F / \partial \theta_j \partial \theta_k)\} \\ = \{\text{tr}(\partial \Sigma / \partial \theta_j \partial \Sigma / \partial \theta_k)\} \quad (10)$$

となる。 $g_{(i)}$ の各要素の絶対値が、十分小さくなった時点で、繰り返しをやめ、 θ の推定値を求める。当モデルでは、 g の各要素の絶対値の和が、 $(.1)^5$ 以下になることを収束判定の基準とし、初期値は前後期とも、モデル1, 2で共分散行列のあてはめの場合、 $\alpha_i (i=1, \dots, 15)$ を13.5としたほかは、すべて.99とした。

データ 1976年から1978年にかけて国鉄における運転関係従事員に対する適性検査を受けた人のうち、9715名のU-K Testの成績を用いる。これらの前後期別の相関行列と分散をTable 1に示す。

結 果

Table 1の相関行列は、前後期とも全体的に値はかなり大きくなっている。したがって、Guttman (1954)が示したデータのような典型的なシンプレックスとは異なってみえるが、対角要素に近い部分の値はより大きく、これから離れるに従って漸次小さくなるという特徴は如実に示されている。辻岡(1968)のデータにおいてもこの傾向は示されており、U-K Testの各分作業量の相関行列にシンプレックス構造をあてはめることは無理のないことと考えられる。

Table 2には、推定されたパラメータの値が示されているが、各モデルにおける $\hat{\rho}_i$ または $\hat{\rho}$ は、.99以上と大きな値となっており、各分作業量の課題の同一性をよく示している。相関行列の値がもともと大きいので当然の結果であろう。

モデル1, 2において $\hat{\alpha}_i$ について共分散行列がデータの場合をみると、初頭部は前後期とも分散の大きさに対応してやや大きくなっている。また、 $s_{ii} - \hat{\alpha}_i^2 \geq 0 (i=1, \dots, 15)$ が確認された。相関行列をデータとした結

Table 1
Correlations and variances of fifteen rows in U-K Test† (N=9715)

Row	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Variance
1		.936	.925	.919	.915	.909	.906	.903	.901	.898	.898	.896	.898	.896	.896	242
2	.941		.943	.937	.932	.926	.923	.921	.920	.917	.915	.913	.914	.911	.908	212
3	.932	.949		.943	.941	.935	.931	.928	.925	.922	.922	.918	.918	.916	.913	204
4	.927	.942	.953		.946	.940	.937	.933	.931	.927	.926	.925	.923	.922	.918	202
5	.919	.933	.943	.949		.946	.944	.941	.938	.935	.933	.931	.930	.929	.925	202
6	.915	.930	.939	.945	.951		.946	.944	.938	.936	.935	.933	.932	.930	.927	189
7	.913	.927	.937	.942	.944	.949		.948	.941	.940	.938	.936	.936	.934	.930	190
8	.910	.924	.933	.938	.941	.946	.949		.947	.945	.942	.940	.937	.936	.934	192
9	.911	.925	.934	.938	.940	.943	.946	.951		.946	.943	.940	.939	.938	.935	181
10	.908	.920	.930	.934	.936	.940	.941	.944	.950		.947	.944	.941	.941	.939	182
11	.907	.920	.928	.933	.935	.938	.938	.942	.945	.950		.948	.945	.942	.940	181
12	.907	.919	.927	.931	.935	.938	.937	.939	.944	.944	.948		.947	.944	.941	180
13	.908	.918	.926	.930	.935	.936	.936	.937	.942	.942	.945	.949		.948	.944	180
14	.905	.915	.922	.926	.930	.932	.932	.936	.938	.940	.941	.944	.949		.948	182
15	.905	.914	.923	.927	.930	.932	.933	.935	.939	.939	.941	.940	.945	.949		187
Variance	207	185	183	174	163	168	167	165	167	164	168	168	166	170	177	

† The figures in the lower triangle and in the upper triangle indicate the values of the first half and the second half, respectively.

Table 2
Estimated values of parameters in three models†

Data Model	The first half					The second half				
	Σ		R			Σ		R		
	1	2	1	2	3	1	2	1	2	3
$\hat{\alpha}_1$	13.8	13.7	.962	.955	.950	14.9	14.8	.956	.950	.949
$\hat{\alpha}_2$	13.3	13.2	.976	.969		14.2	14.1	.974	.968	
$\hat{\alpha}_3$	13.2	13.2	.977	.975		13.9	13.7	.975	.971	
$\hat{\alpha}_4$	12.9	12.9	.977	.976		13.8	13.8	.974	.972	
$\hat{\alpha}_5$	12.4	12.4	.974	.975		13.9	13.9	.976	.976	
$\hat{\alpha}_6$	12.6	12.6	.974	.975		13.4	13.4	.973	.974	
$\hat{\alpha}_7$	12.6	12.6	.973	.974		13.4	13.4	.974	.974	
$\hat{\alpha}_8$	12.5	12.5	.973	.974		13.5	13.5	.974	.974	
$\hat{\alpha}_9$	12.6	12.6	.975	.975		13.1	13.1	.973	.973	
$\hat{\alpha}_{10}$	12.5	12.5	.973	.974		13.1	13.1	.973	.974	
$\hat{\alpha}_{11}$	12.6	12.6	.973	.974		13.1	13.1	.973	.975	
$\hat{\alpha}_{12}$	12.6	12.6	.972	.975		13.1	13.1	.973	.975	
$\hat{\alpha}_{13}$	12.5	12.6	.973	.977		13.0	13.1	.973	.977	
$\hat{\alpha}_{14}$	12.7	12.7	.972	.976		13.1	13.2	.973	.978	
$\hat{\alpha}_{15}$	12.9	13.0	.971	.975		13.3	13.3	.970	.975	

$\hat{\rho}_2$.992	.997	.992	.997	.997	.993	.997	.994	.997	.996
$\hat{\rho}_3$.995		.995			.994		.994		
$\hat{\rho}_4$.994		.994			.994		.994		
$\hat{\rho}_5$.997		.997			.995		.995		
$\hat{\rho}_6$.998		.998			.997		.997		
$\hat{\rho}_7$.997		.997			.996		.996		
$\hat{\rho}_8$.999		.999			.998		.998		
$\hat{\rho}_9$.998		.998			.996		.996		
$\hat{\rho}_{10}$.999		.999			1.000		1.000		
$\hat{\rho}_{11}$	1.000		1.000			.998		.998		
$\hat{\rho}_{12}$.998		.998			1.000		1.000		
$\hat{\rho}_{13}$.998		.998			.999		.999		

† Σ : covariance matrix, R : correlation matrix. $\hat{\alpha}_1$ in Model 3 and $\hat{\rho}_2$ in Model 2 and Model 3 are read to be $\hat{\alpha}$ and $\hat{\rho}$, respectively.

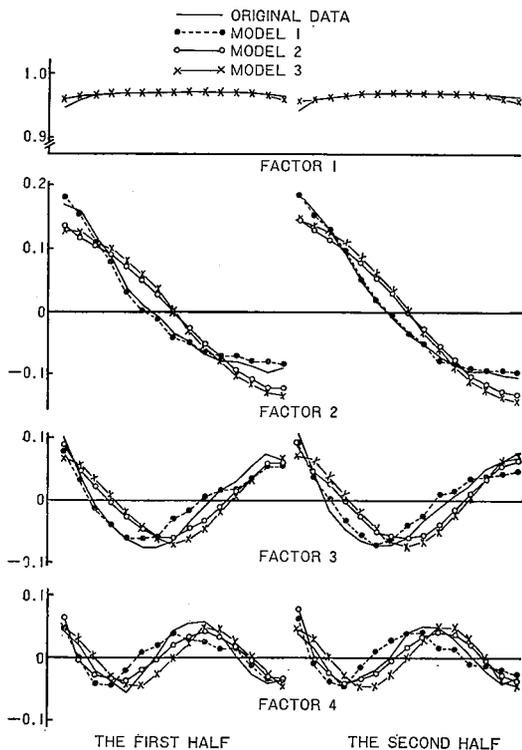


Fig. 1. Factor loadings from the original data and from the fitted simplex models. In the figure of Factor 1 the factor loadings from Model 2 and Model 3 are omitted since they are indistinguishable from those of the original data.

Table 3
Sums of squared residuals and ranges of residuals

Data	Model	Sum of squared residuals	
		The first half	The second half
Σ	1	.0008 (-.0041—+.0055)	.0005 (-.0037—+.0068)†
	2	.0016 (-.0066—+.0141)	.0016 (-.0058—+.0141)
R	1	.0007 (-.0040—+.0053)	.0004 (-.0035—+.0054)
	2	.0016 (-.0066—+.0150)	.0016 (-.0055—+.0151)
	3	.0086 (-.0201—+.0095)	.0126 (-.0225—+.0112)

† Values in parentheses indicate ranges of residuals.

果では、 $\hat{\alpha}_i$ は初頭部で逆にやや小さくなっているが、 $\rho_1=1$ としたことで、および初頭部がもともと他の行とやや相関が低いことによるものと考えられる。

Table 3 には、各モデルの $1/2 \text{tr}(\hat{R}-A)^2$ および、 $A-\hat{R}$ の非対角要素の範囲が示されている。共分散行列をデータとしたものでは、あてはめの結果を相関行列に変換して計算してある。当然ながら、モデル 1 のあてはまりが最もよく、モデル 2 がこれに次いでいる。モデルのあてはまりの良さに関しては、最小二乗基準によるものでは、統計的な検定はできない。そこで各モデルのあてはまりの程度をわかりやすくするために推定されたパラメータから構成される相関行列（相関行列をデータとしたものについてのみ）を主因子法（対角要素には、各行の非対角要素の最大値を入れた）により、因子分析を行った。Fig. 1 にこの結果がプロフィールによって示さ

れているが、各モデルとも基本的な傾向は、もとのデータからのものをよく再現している。モデル1で $\hat{\rho}_i$ の値が全般的に同程度の高い値であることと、因子負荷のプロファイルの類似性から判断して、パラメータの数を減らしたモデル2のあてはめは、適切であるといえよう。また $\hat{\alpha}_i$ (相関行列をデータとした場合)は初頭部をのぞけば、.97—98程度となっており、これらを等しいとおくモデル3も、パラメータ数の大幅な減少を考えると意味のあるものと考えられる。

考 察

モデル1—3において $\hat{\rho}_i$ または $\hat{\rho}$ の値が、いずれも.99以上と非常に大きく実質的に1とみなしてもよさそうに見えるが、仮にそうであったとするとモデルは1因子で構成されることになり、データからの因子分析結果が明瞭に示すシンプレックス構造の振動的性質はあらわれない。このことから、U-K Testの前後期それぞれの相関行列は、時系列的变化によるシンプレックス構造を示すといえるが、辻岡(1968)の因子分析結果との対応もこれを裏づけている。本研究では、前後期別にデータを扱っているため辻岡の第2因子(常態因子)と第4因子(興奮因子)は出現しないが、Factor 1は、辻岡の第1因子(加算速度因子)、Factor 2は、辻岡の第3因子(疲労因子) Factor 3は、辻岡の第6因子(意志緊張因子)、Factor 4は、辻岡の第5因子(動揺または反転因子)にそれぞれ対応するものであり、すでにシンプレックス構造の因子負荷のパターンは、30行の分析の中にもあらわれていたといえる。

本研究では、辻岡の場合に比べ、作業量の分散が、やや大きいデータによっている。したがって $\hat{\rho}_i, \hat{\rho}$ の値がかなり大きくなったが、等質な作業量集団では、 $\hat{\rho}_i, \hat{\rho}$ は、1より十分小さくなり、 $\hat{\alpha}_i, \hat{\alpha}$ も変化すると考えられる。このような場合、よりシンプレックス構造の特徴がはっきりするであろう。

ところで、U-K Testの大きな特徴は、前期と後期の間に5minの休憩があることであり、いわゆる休憩効果や興奮とよばれる機能が働くが、これらは前期または後期内のみにあてはめた本研究のシンプレックス構造の因子負荷のパターンからは説明できない。したがって、U-K Testにおける30行の全体的モデルが必要となるが、これに対しては次のようなものが提案されよう。

ひとつの考え方は、(5)式における $X(t_i)$ が、確率過程により推移する成分と各行に共通な成分および誤差に分解されるとするものである。辻岡の第3、第5、第6の各因子が、前後期ほぼ同様の因子負荷のパターンであることと、前期×後期の相関行列の部分が、非対称ではあるが、シンプレックス構造の特徴を持つことから考えて、 $\tau(t_i) = \tau(t_{i+15})$ ($i=1, \dots, 15$)が仮定される。す

なわち前後期の各行において確率過程により変動する成分は、各期の対応する行ごとに同一であるとするものである。これにより、 $\alpha(t_i)$ ($i=1, \dots, 30$)、 $\rho(t_i)$ ($i=1, \dots, 15$)が推定される。この場合データの共分散(相関)行列の前期×後期の部分の影響で $\alpha(t_i)$ や $\rho(t_i)$ の値は、各期内のみを対象としたものとは、異なるであろう。推定された $\hat{\alpha}(t_i), \hat{\rho}(t_i)$ を用いて 30×30 の残差共分散(相関)行列を算出し、これに対して探索的な因子分析が適用されよう。その結果、前後期の作業量水準の相違の因子すなわち休憩効果や、前後期の作業経過の相違を示す因子などの出現が予想される。

また、休憩効果の要因に関しては、上記の共通因子を仮定せず、前期内のみ共通な成分 τ_f 、後期内のみ共通な成分 τ_s ($E(\tau_f) = E(\tau_s) = 0$, $E(\tau_f^2) = E(\tau_s^2) = 1$)、 τ_f, τ_s と $X(t_i)$ との共分散であるパラメータ $\alpha_f(t_i)$, $\alpha_s(t_i)$ および $\rho_{fs} (= \text{cor}(\tau_f, \tau_s))$ を設定し、 τ_f, τ_s は他の成分とは無相関であると仮定すると、(5)のはじめの式は、

$$X(t_i) = \alpha(t_i)\tau(t_i) + \alpha_f(t_i)\tau_f + \zeta(t_i) \\ (i=1, \dots, 15)$$

$$X(t_i) = \alpha(t_i)\tau(t_{i-15}) + \alpha_s(t_i)\tau_s + \zeta(t_i) \quad (11) \\ (i=16, \dots, 30)$$

となり、パラメータ $\alpha(t_i), \beta^2(t_i) (= \text{var}(\zeta(t_i)))$, ($i=1, \dots, 30$)、 $\alpha_f(t_i), \alpha_s(t_{i+15})$, ($i=1, \dots, 15$)、 $\rho(t_i)$, ($i=1, \dots, 14$)、 ρ_{fs} も同時に推定することができるであろう。(11)式は、30行におけるシンプレックス構造と休憩効果の加算モデルであり、本研究で明らかになった前期または後期内の構造を全体的なモデルの中へ組み込むひとつの糸口と思われる。

要 約

U-K Testの各行作業量の相関行列を前後期別にみると、全般的に値は高いが、対角要素に近い部分の値はより大きく、対角要素から離れるに従って値は減少するいわゆるシンプレックス構造の特徴を示している。一般に同一検査を繰り返して実施した場合、各時点でのスコア間の相関行列は、シンプレックス構造を示すが、U-K Testの各行を同一検査の繰り返しと考えると、このような構造になることが予想される。シンプレックス構造は、ウィーナー過程またはマルコフ過程により記述できるが、本論文では、各変量に測定誤差を考慮して、(6)式の擬似マルコフシンプレックス構造モデル(モデル1)を仮定した。また、(6)式に真の成分において隣り合う行の相関が等しいとおいた(7)式(モデル2)、さらに真の成分の変動の割合が、各変量において等しいとした(8)式(モデル3)の2個のモデルが追加された。

モデル1, 2においては、共分散行列および相関行列、モデル3においては、相関行列を対象にして、最小二乗

基準により、フィッシャーのスコア法を用いて、パラメータの推定値を求めた。結果は、パラメータ数の最も多いモデル1が残差二乗和が最も小であった。また適合の程度を明らかにするため推定されたパラメータから構成される相関行列を主因子法により因子分析したが、もとのデータからの因子負荷のパターンをよく再現し、シンプレックス構造における因子負荷の振動的性質を示し、モデル2, 3のあてはめも意味のあることが指摘された。

さらに本研究のシンプレックス構造モデルをU-K Test 30行のモデルへ組み込む可能性が検討された。

引用文献

- Anderson, T. W. 1960 Some stochastic process models for intelligence test scores. In K. J. Arrow, S. Karlin, & P. Suppes (Eds.), *Mathematical methods in the social sciences*. Stanford, Calif.: Stanford University Press. Pp. 205-220.
- Guttman, L. 1950 The principal components of scale analysis. In S. A. Stouffer et al. (Eds.), *Measurement and prediction*. Princeton, N. J.: Princeton University Press. Pp. 312-316.
- Guttman, L. 1954 A new approach to factor analysis: the radex. In P. F. Lazarsfeld (Ed.), *Mathematical thinking in the social sciences*. New York: Columbia University Press. Pp. 258-348.
- Guttman, L. 1955 A generalized simplex for factor analysis. *Psychometrika*, **20**, 173-192.
- 東村高良 1976 内田・クレペリン検査の因子得点判定法の因子的妥当性 心理学研究, **47**, 30-39.
- Jöreskog, K. G. 1970 a A general method for analysis of covariance structures. *Biometrika*, **57**, 239-257.
- Jöreskog, K. G. 1970 b Estimation and testing of simplex models. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, **23**, 121-145.
- Jöreskog, K. G. 1978 Structural analysis of covariance and correlation matrices. *Psychometrika*, **43**, 443-477.
- Kaiser, H. F. 1962 Scaling a simplex. *Psychometrika*, **27**, 155-162.
- 柏木繁男 1979 応用心理学の基礎 八千代出版
- Lee, S. Y., & Jennrich, R. I. 1979 A study of algorithms for covariance structure analysis with specific comparisons using factor analysis. *Psychometrika*, **44**, 99-113.
- 小笠原春彦 1979 因子負荷に多項式モデルを想定したシンプレックス構造の最小二乗解 鉄道労働科学, **33**, 75-91.
- 辻岡美延 1968 適性検査としての内田・クレペリン検査の妥当性と判定の電子計算化 関西大学社会学論集 **2**, 1-59.

—1980. 9. 22. 受稿, 1981. 1. 24. 受理—