

No.173

三種の $kKP \rightarrow \square \rightarrow 0-1KP$ まとめ

飯田浩志

2015年11月

小樽商科大学商学部社会情報学科

三種の kKP → □ → 0-1KP まとめ

飯田浩志*

あらまし

この小品では、古典的な 0-1 ナップサック問題 (0-1KP) に対して、ナップサックに詰め込む品数 k までなる制約を課した変種 kKP から、よりシンプルな元の 0-1KP へと引き戻す変換について考察する。本稿で扱ふ変換みつつ何れも直接の変換ではなく、表題のとおり又別の問題ひとつを経由してゐる。いずれにせよ斯くの如き変換は、kKP を 0-1KP として解く機会を与へ、以て kKP に特化した解法を拵へぬと云ふ選択肢が手に這入る。一般に、選択肢が増へるのは佳きことに相違ない。

キーワード： 組合せ最適化, ナップサック問題, 項数制約

1 はじめに

本記事では、0-1 ナップサック問題の変種 kKP から、よりシンプルな元の 0-1 ナップサック問題へと引き戻す変換を議論する。これ以降、0-1 ナップサック問題を簡単のため 0-1KP と略記する。0-1KP とは、価値と重量なる二つの属性 (ともに正整数) を持つ大量の品物 (項) を、背囊 (ナップサック) の重量制限 (容量) 範囲内で価値最大になるやう詰めると云ふ、古典的かつ良く知られた組合せ最適化問題である——当然のこと、ナップサックの容量より重き項は存在せぬし、ナップサックに全項を詰め得るといふ場合も除外される。0-1KP を式で書けば、 $N := \{1, 2, \dots, n\}$ とし、 $z^* := \max\{\sum_{j \in N} p_j x_j \mid \sum_{j \in N} w_j x_j \leq c, x_j \in \{0, 1\}\}$ 。最大なつた z^* を、最適値と呼ぶ。ここで p_j, w_j 各々が項 $j \in N$ の価値と重量を、0-1 変数 x_j が項 j の選択 ($x_j = 1$) / 非選択を表す。特に、以下で登場する『解』といふ文言は、項の選択に一致する——つまり、通常は n 次元ベクトル $(x_j)_{j \in N}$ を解と呼ぶけれども本稿では、 $x_j = 1 \Leftrightarrow j \in S (\subseteq N)$ と見做して集合 S をも解と呼ぶことにする。中でも、制約を満たす解は、実行可能 (feasible) と云はれる。 z^* を実現する解は、むろん実行可能である。0-1KP および其の拡張問題の詳細については幾つか文献があるので、例へば Kellerer 他 [8] 等を参照されたい。

0-1KP で、詰め込む項数を k 以下に制限した変種が kKP、さらに厳しく k 個 just (i.e., $\sum_{j \in N} x_j = k$) としたのが E-kKP である。本稿では、kKP から 0-1KP への変換を議論する。次節に登場する三つの変換どれも直接の変換ではなく、別の問題の一つ挟んでゐる。

2 □ := rubber|CKP|E-kKP

まづは、rubber ナップサック (後述) を経由した変換を考へる。この変換は、E-kKP → kKP に手を入れたものである。E-kKP から kKP への、Kellerer 他 [8, p. 273] が定義した変換は、項の価値と重量それぞれの総和、すなはち $P := \sum_j p_j$ および $W := \sum_j w_j$ を各項の価値と重量にそれぞれ加へ、容量を $c' := c + kW$ にするものであった。どつは W は余計であり、与へられた E-kKP での凡ての項について其の価値と重量が等しい場合 (部分和 (subset-sum) ケース) に、変換後の kKP でもさうなるやうにとの配慮からである。実際、Caprara 他 [1] では、 P のみ用ゐられて居る (P により、 k 個以上の項を取らざるを得なくなる)。ところが此の W により、E-kKP → 0-1KP の変換になつてゐる。と云ふのは、0-1KP では $\sum_j w_j > c$ が仮定されることから

* 小樽商大, 北海道 047-8501; E-mail address: hiroggiida@me.com

$c' < (k+1)W$ なので, k KP の制約 $\sum_j x_j \leq k$ が無くとも k 個までしか項を取り得ず, 0 - 1 KP への変換と見ることができる, すなはち, 変換後に得られる問題を普通に 0 - 1 KP として解くだけで, 項数 k even の中で $\sum_{j \in N} (p_j + P)x_j$ を最大にする解 (項の組) が見つかる.

ここで, この変換 E - k KP \rightarrow 0 - 1 KP から P を除いたものは, k 個を超えて詰められはせぬものの, k KP \rightarrow 0 - 1 KP にはならない. なぜなら, 項数 $k' < k$ の解について重量制限まで $(k - k')W$ の余裕を持たせてしまふことが, 本来なら元の k KP で実行可能でない ($> c$) 解を変換先の 0 - 1 KP で実行可能 ($\leq c'$) にする可能性が出てきてしまふからである (具体例が, 拙稿 [5] の脚注 1 にある). これを回避するには, その余裕をなくせば佳い. つまり, expanding knapsack problem—項を詰めると, ナップサックがゴムの如く伸びる (rubber knapsack [8, p. 416]); 以下では簡単のため, 単に rubber ナップサックと呼ぶ—と考へて, ナップサックの容量を定数 $c + kW$ ではなく, 詰められた項数 $\sum_{j \in N} x_j$ を定義域とする函数 $c(\sum_j x_j)$ として,

$$c(j) = c + \begin{cases} jW, & 1 \leq j < k \\ kW, & k \leq j \leq n \end{cases} \quad (1)$$

とする. Iida and Uno [2] で提案されてゐる CKP から 0 - 1 KP への変換で, 前半のは, 容量を表す函数 $c(\cdot)$ の単調非増加性に依存せぬ故, 上の (1) を持つ rubber ナップサックを 0 - 1 KP に変換できる. 得られた結果には目を覆ふばかりだが, 以下に載せておく. ひとつ其の前に, ここで登場の W は小さくできる. 具体的には, $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$ の下で $\sum_{j=1}^{k+1} w_j + (k+1)W > c + kW$ を満たせば良いから [3, 4], $W := c - \sum_{j=1}^{k+1} w_j + 1$ が佳い. この $W \leq 0$ なら, 軽い方から $k+1$ 個の重量和が c を超へるので, 変換などせずとも其の儘 0 - 1 KP として解けば必ず項数 k 以下の解を得る.

ここでは便宜上, $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$ と $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$ を仮定する. 簡単のため $W \geq 0$ も仮定する. さらに加へて, $\max_{i \neq j} \{c(i) + c(j)\} = 2(c + kW)$ にしたいので $k < n$ とする. 実際 $k = n$ は無意味だし, Kellerer 他 [8, p. 272] に倣つて $2 \leq k < n$ と仮定する (しかしながら $\sum_j w_j > c$ に鑑みれば, $k = n - 1$ にも意味は無い). 以降では, 変換の結果として得られる 0 - 1 KP の項 j の属性ふたつを (p'_j, w'_j) で, 容量を c' で表すこととする:

$$\begin{aligned} W &= c - \sum_{j=1}^{k+1} w_j + 1, \quad A = \sum_{j=3}^{k+1} w_j, \\ w'_j &= \begin{cases} w_j + c - w_1 - w_2 + 1, & 1 \leq j \leq n \\ (3n - 1 - j)A + c + (2k + n - j)W + 1, & n < j < n + k \\ (3n - 1 - j)A + c + kW + 1, & n + k \leq j \leq 2n, \end{cases} \\ c' &= (2n - 1)A + 2(c + kW) + 1, \\ C &= \sum_{j=2}^{n-1} p_j + 1, \\ p'_j &= \begin{cases} p_j + C, & 1 \leq j \leq n \\ (2n + 1 - j)C + p_n, & n < j \leq 2n. \end{cases} \end{aligned}$$

ここで A は, 文献 [2] の定義に則つて計算すると $c - W - w_1 - w_2 + 1$ なのだが, W の定義からこうなる [7]. また此処では, rubber ナップサックの実行可能解として, 最も価値ある項ひとつのみ選択したものを用ゐた. また, 仮定 $2 \leq k < n$ から $n \geq 3$ かつ $A > 0$ である. これに加へて $W + A > 0$ だから, それと等しい $c - w_1 - w_2 + 1 > 0$ でもあり, $w'_j > 0$ ($j \leq n$) が従ふ.

ナップサックの容量が詰められた項の総数にかんする函数 $c(\sum_j x_j)$ の場合をもうひとつ, 拙稿 [6] の脚注 2 でも言及したとおり, k KP を潰れナップサック問題と見做すこともできる. 潰れナップサック問題 (collapsing knapsack problem, CKP) では其の名が示すとおり, 項を詰めるごとにナップサックが縮んで容量が少なく

なっていく, つまり $c(1) \geq c(2) \geq \dots \geq c(n)$ だから要は,

$$c(j) = \begin{cases} c, & 1 \leq j \leq k \\ 0, & j > k \end{cases} \quad (2)$$

とすれば kKP に同じ. この, kKP と等価な CKP を Iida and Uno [2] の手法で 0-1KP に変換すれば良い. $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$ を仮定して, 変換後の項の総数は $n + k' := \min\{k, \max\{\ell \mid \sum_{j=1}^{\ell} w_j \leq c\}\}$. さらに $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$ を仮定して, 以下に出てくる p_{\min} は, 何かひとつ CKP の実行可能な解の与へる価値を表しており, 例へば, 先の rubber ナップサックがさうであったやうに, 最も価値ある項ひとつのみ選択した時には $p_{\min} = p_1$ である (隠れてゐるけれど, 後出する (3) も同じ). まとめると, (2) から決まる CKP としての kKP を, Iida and Uno [2] の後半で提案されてゐる, CKP に於る $c(\cdot)$ 本来の単調非増加性を利用した変換を使って 0-1KP にすると, $c(1) = c(2) = c$ (i.e., $k \geq 2$) を仮定して:

$$\begin{aligned} W &= \max\{c - w_1 - w_2 + 1, 0\}, \\ w'_j &= \begin{cases} w_j + W, & 1 \leq j \leq n \\ (2k' + n - 1 - j)W + c + 1, & n < j \leq n + k', \end{cases} \\ c' &= (2k' - 1)W + 2c + 1, \\ P &= \max\left\{\sum_{j=1}^{k'-1} p_j - p_{\min} + 1, 0\right\}, \\ p'_j &= \begin{cases} p_j + P, & 1 \leq j \leq n \\ (2n + 1 - j)P + \sum_{i=k'}^n p_i, & n < j \leq n + k'. \end{cases} \end{aligned}$$

以上, ここまで見てきた変換ふたつ孰れも複雑怪奇である. つまるところ拙稿 [5] で提案した kKP \rightarrow E-kKP \rightarrow 0-1KP が, 最もシンプルと云へる. みつつ目, 以下に, その E-kKP 経由で変換して得られる 0-1KP の係数を引用する:

$$\begin{aligned} P = W &= \max\left\{\sum_{j=2}^{k-1} p_j, c - \min_{1 \leq j \leq n} w_j\right\} + 1, \\ (p'_j, w'_j) &= \begin{cases} (p_j + P, w_j + W), & j \in N \\ (P, W), & 1 \leq j - n \leq k, \end{cases} \\ c' &= c + kW. \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, 最初の kKP に於て $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$ が仮定されてゐる. 加へて $k \geq 2$, 特に $k = 2$ なら $\sum_{j=2}^{k-1} p_j = 0$. 追加された $j > n$ の項は, kKP で項数 k 未満の解を項数 k even に引き上げるために有る. 換言すれば, これら k 個のダミー項が, kKP と E-kKP の実行可能解を一对一に結びつける (例へば, 元の kKP で, 何も選択しないと云ふ解は実行可能だけれど, それには解 $x_j = 1, \forall j > n$ が対応する). なぜ此の 0-1KP (3) を解くことが, 元の kKP と等価な E-kKP を解くことになるのか. 大雑把に言えば, W の定義から $W > c - \min_{1 \leq j \leq n} w_j$ なので, 軽い方から $k + 1$ 個の重量和 $\min_{1 \leq j \leq n} w_j + (k + 1)W > c + kW = c'$ だから k 個を超えて詰められぬし, さらに P の定義から $P > \sum_{j=2}^{k-1} p_j$ ゆゑに

$$\sum_{j=1}^{k-1} p_j + (k-1)P < \sum_{j=1}^{k-1} p_j + kP - \sum_{j=2}^{k-1} p_j = p_1 + kP \quad (4)$$

だから k 個以上取らざるを得ず, 結果として k even の解だけが俎上に載る. 結果得らるる 0-1KP (3) の最適値 (最大値) を $z^* + kP$ とすれば, その最適性から, z^* が元の kKP で最大と云へる ($z^* + kP$ を与へる解から $j > n$ なる項を (有れば) 削ぎ落としたものが, 元の kKP で z^* を与へる).

ひとつ, CKP 経由と比較して, (3) に於る項の総数 $n + k$ は $n + k'$ より多いかも知れぬ一方, 容量 $c + kW$ は, $W = c - \min_{1 \leq j \leq n} w_j + 1$ なら, CKP を経由したのの $(2k' - 1)W + 2c + 1$ に比して概ね半分である (Kellerer 他 [8, p. 273] が提案した E-kKP \rightarrow kKP (0-1KP) に倣って部分和ケースを維持せむと, (3) のやうな $P = W$ の形にしてある [3]).

みつつ目の変換への更なる比較対象として, 同じく kKP \rightarrow E-kKP \rightarrow 0-1KP の枠組みについて, Kellerer 他 [8, pp. 272-3] が提案した kKP \rightarrow E-kKP と E-kKP \rightarrow 0-1KP (ここ第 2 節の冒頭で指摘したとおり, E-kKP \rightarrow kKP とあるが実質的には \rightarrow 0-1KP) 純正部品を組合せて得られる 0-1KP の係数を記載しておく. ここで, 始めの変換 kKP \rightarrow E-kKP 後の新容量は, 拙稿 [3] の主張に従って $k(c + 1) - 1$ にしてある (続く E-kKP \rightarrow 0-1KP で $+kW$):

$$P = k \left(1 + \sum_{j \in N} p_j \right), \quad W = k \left(1 + \sum_{j \in N} w_j \right),$$

$$(p'_j, w'_j) = \begin{cases} (kp_j + P, kw_j + W), & j \in N \\ (1 + P, 1 + W), & 1 \leq j - n \leq k, \end{cases}$$

$$c' = k(c + W + 1) - 1.$$

シンプルではあるものの, (3) に比して係数が大きいことは否めない.

3 おわりに

以上, kKP から 0-1KP への変換みつつ, いずれも途中で又別の問題を挟む, を紹介した. 最後に, これからの課題として次の三つを挙げておきたい.

- E-kKP から 0-1KP への変換について, (4) から伺へるやうに, 項数 k 未満で実現できる価値の上界として, 価値の大きい方から $k - 1$ 個の和を使つてゐる [3, 4] が若し其れを実現する項の総重量 $> c'$ なら, その上界には改善の余地がある. 何か, 価値の大きい方から $k - 1$ 個の和なる上界に替るものはないだろうか. また, rubber と E-kKP 経由で出てきた, kKP の実行可能解の一つ (p_{\min} を与へる解) としての最も価値ある項ひとつだけ, は如何にも芸がなさ過ぎる.
- rubber および CKP 経由の変換では kKP の重量に着目したが, 価値に注目して kKP を再定式化することで何か新たな知見を得られないだろうか. 例へば, 項数が k を超へるとすさまじきペナルティを課されるので最適どころぢゃなくなる, あるいは, k 個まではとてつもなく大きなオマケが附く, とか [7].
- 他に経由する問題 \square はあるだろうか. 0-1KP へと変換できる問題としては, 各項の個数に上限を設けた整数ナップサック問題 (bounded knapsack problem, BKP) が良く知られてゐる [8, 7.1.1 小節] がしかし, kKP と BKP は結びつきそうもない. また, kKP から 0-1KP への直接変換は, 考へられないものか.

参考文献

- [1] Alberto Caprara, Hans Kellerer, Ulrich Pferschy and David Pisinger, Approximation algorithms for knapsack problems with cardinality constraints. *European J Oper Res* **123**(2) 333-45 (June 1, 2000) [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(99\)00261-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(99)00261-1).
- [2] Hiroshi Iida and Takeaki Uno, A short note on the reducibility of the collapsing knapsack problem. *J Oper Res Soc Japan* **45**(3) 293-8 (Sep 2002).
- [3] 飯田, kKP をめぐる雑感. Discussion paper series no. 171, 小樽商大 CBC, 2015 年 6 月; <http://hdl.handle.net/10252/5464>.
- [4] Hiroshi Iida, On a transformation from E-kKP to the 0-1 knapsack problem. pp. 1-2, August 2015; http://researchmap.jp/?action=cv_download_main&upload_id=93469.

- [5] Hiroshi Iida, On the transformation of kKP to the 0–1 knapsack problem. pp. 1–2, July 21, 2015; http://researchmap.jp/?action=cv_download_main&upload_id=91874.
- [6] 飯田, 0–1 ナップサック問題へ引き戻す変換にかんする纏め. pp. 1–3, 2015年8月; http://researchmap.jp/?action=cv_download_main&upload_id=92809.
- [7] 飯田, kKP→0–1KP 一発変換は? 2015年9月, <http://www.res.otaru-uc.ac.jp/~oggi/study/kKPchoku.pdf>
- [8] Hans Kellerer, Ulrich Pferschy and David Pisinger, *Knapsack Problems*. Springer 2004.

This **Discussion Paper Series** is published by the **Center for Business Creation**(changed from the Institute of Economic Research on April 1999) and integrates two old ones published separately by the Department of Economics and the Department of Commerce.

**Discussion Paper Series
Institute of Economic Research
Otaru University of Commerce**

No.	Title	Author/s	Date
1.	ホーケンス=サイモンの条件に関する諸説の統合について	タスク・フタ, デイ・ハンカー	Jul. 1992
2.	Motivation and Causal Inferences in the Budgetary Control	Yoshihiro Naka	Aug. 1992
3.	Проблемы управления рабоче- сий на предприятиях Дальнего Востока (социологические аспекты)	Анатолий Михайлович Шкурки	Nov. 1992
4.	Dynamic Tax Incidence in a Finite Horizon Model	Jun-ichi Itaya	Jan. 1993
5.	Business Cycles with Asset Price Bubbles and the Role of Monetary Policy	Hiroshi Shibuya	Jun. 1993
6.	Continuous Double-Sided Auctions in Foreign Exchange Markets	Ryosuke Wada	Aug. 1993
7.	The Existence of Ramsey Equilibrium with Consumption Externality	Sadao Kanaya & Tomoichi Shinotsuka	Sep. 1993
8.	Money, Neutrality of Consumption Taxes, and Growth in Intertemporal Optimizing Models	Jun-ichi Itaya	Nov. 1993
9.	Product Returns in the Japanese Distribution System: A Case Study of a Japanese Wholesaler's Return Reduction Efforts	Jeffery Alan Brunson	Mar. 1994
10.	Dynamics, Consistent Conjectures and Heterogeneous Agents in the Private Provision of Public Goods	Jun-ichi Itaya & Dipankar Dasgupta	Jun. 1994
11.	Intra-industry Investment and Imperfect Markets A Geometric approach in Simple General Equilibrium	Laixun Zhao	Oct. 1994
12.	Sit-Down to Split: Flint GM Workers in 1937-1939	Satoshi Takata	Dec. 1994
13.	The Complementarity between Endogenous Protection and Direct foreign Investment	Laixun Zhao	Feb. 1995
14.	Consumption Taxation and Tax Prepayment approach in Dynamic General equilibrium Models with Consumer Durables	Jun-ichi Itaya	Mar. 1995
15.	Regulatory System and Supervision of the Financial Institutions in Japan	Osamu Ito	May 1995
16.	Financial Restructuring and the U. S. Regulatory Framework	Jane W. D'Arista	May 1995
17.	The Legacy of the Bubble Economy in Japan: Declining cross Shareholding and Capital Formation	Hiroo Hojo	May 1995
18.	Stockownership in the U. S.: Capital Formation and Regulation	Marshall E. Blume	May 1995
19.	International Joint Ventures and Endogenous Protection a Political-Economy Approach	Laixun Zhao	Nov. 1995
20.	GM社をめぐるアメリカ労働史研究: ファインとエッジフォースの現場像の吟味	高田聡	Feb. 1996
21.	卸売業の経営と戦略 - 卸売流通研究会ヒアリング調査録(1): 日用 雑貨卸売企業	卸売流通研究会 (代表 高宮城朝則)	Apr. 1996
22.	卸売業の経営と戦略 - 卸売流通研究会ヒアリング調査録(2): 食品・ 酒類卸売企業	卸売流通研究会 (代表 高宮城朝則)	Apr. 1996
23.	A Note on the Impacts of Price Shocks on Wage in Unionized Economies	Laixun Zhao	May 1996
24.	Transfer Pricing and the Nature of the subsidiary firm	Laixun Zhao	Jun. 1996
25.	The Incidence of a Tax on Pure in an Altruistic Overlapping Generations Economy	Jun-ichi Itaya	Sep. 1996
26.	'Small Government' in the 21st Century	Hiroshi Shibuya	Sep. 1996
27.	Characteristics and Reforms of Public Health Insurance System in Japan	Takashi Nakahama	Sep. 1996
28.	The Role of Local Governments in Urban Development Policy	Yoshinori Akiyama	Sep. 1996
29.	Optimal Taxation and the Private Provision of Public Goods	Jun-ichi Itaya & David de Meza & Gareth D. Myles	Oct. 1996
30.	Comparison of Agricultural Policy in the U. S. and the Japan	Toshikazu Tateiwa	Oct. 1996
31.	US Health Insurance: Types, Patterns of Coverage and Constraints to Reform	Dwayne A. Banks	Oct. 1996
32.	International Capital Flows and National Macroeconomic Policies	Jane W. D'Arista	Oct. 1996
33.	Financial Liberalization and Securitization in Housing Finance and the Changing Roles of the Government	Syn-ya Imura	Oct. 1996
34.	Social Efficiency and the 'Market Revolution' in US Housing Finance	Gary Dymski & Dorene Isenberg	Oct. 1996
35.	Government Expenditure and the Balance of Payments: Budget Deficit, Financial Integration, and Economic Diplomacy	Hiroshi Shibuya	Nov. 1996
36.	A History of PBGC and Its Roles	C. David Gustafson	Nov. 1996
37.	Dynamic Provision of Public Goods as Environmental Externalities	Toshihiro Ihori & Jun-ichi Itaya	Mar. 1997

38. A Comparative Static Analysis of the Balanced Budget Incidence in the Presence of Sector-Specific Unemployment	Koh Sumino	Mar.1997
39. An Econometric Study of Trade Creation and Trade Diversion in the EEC, LAFTA and CMEA:A Simple Application of the Gravity Model	Masahiro Endoh	Apr.1997
40. A Dynamic Model of Fiscal Reconstruction	Toshihiro Ithori & Jun-ichi Itaya	Apr.1997
41. The Japanese Way of Solving Financial Institution Failures	Osamu Ito	Jul.1997
42. The Federal Role in Community Development in the U.S.: Evolution vs. Devolution	Jane Knodell	Oct.1997
43. Rent-Seeking Behavior in the War of Attrition	Jun-ichi Itaya & Hiroyuki Sano	Oct.1997
44. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第1号	北東アジア-サハリン研究会	May 1998
45. 購買部門の戦略性と企業間連携について	伊藤 一	Jun.1998
46. The Formation of Customs Unions and the Effect on Government Policy Objectives	Masahiro Endoh	Jul.1998
47. The Transition of Postwar Asia-Pacific Trade Relations	Masahiro Endoh	Jul.1998
48. 地域型ベンチャー支援システムの研究 I-道内製造業系ベンチャー企業のケーススタディー	地域経済社会システム研究会 日本開発銀行札幌支店	Jul.1998
49. Fiscal Reconstruction Policy and Free Riding Behavior of Interest Groups	Toshihiro Ithori & Jun-ichi Itaya	Aug.1998
50. Quellen zum Markwesen des Osnabrücker Landes im Niedersächsischen Staatsarchiv Osnabrück(mit Schwerpunkt:Verfassung,Höfing,Siedlung und Konflikten im 17.und 18.Jahrhundert)	Susumu Hirai	Sep.1998
51. Equity and Continuity with a Continuum of Generations	Tomoichi Shinotsuka	Dec.1998
52. Public Resources Allocation and Election System	Akihiko Kawaura	Mar.1999
Discussion Paper Series Center for Business Creation Otaru University of Commerce		
53. 消費者の価格プロモーション反応への影響を考慮した広告効果測定結果モデルの構築	奥瀬喜之	Jun.1999
54. 地域型ベンチャー支援システムの研究 II-地域型ベンチャー・インキュベーションの設計-	小樽商科大学ビジネス創造センター & 日本開発銀行札幌支店	Jul.1999
55. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第2号	北東アジア-サハリン研究会	May 1999
56. 石鹼洗剤メーカーにおけるマーケティング・チャネル行動の変遷	高宮城朝則	Dec.1999
57. 長期的取引関係における資源蓄積と展開	近藤公彦&坂川裕司	Dec.1999
58. Exernalities:A Pigovian Tax vs. A Labor Tax	Ko Sumino	Dec.1999
59. A New Dimension of Service Quality:An Empirical Study in Japan.	Makoto Matsuo & Carolus Praet & Yoshiyuki Okuse	Dec.1999
60. Aftermath of the Flint Sit-Down Strike:Grass-Roots Unionism and African-American Workers, 1937-1939	Satoshi Takata	Mar.2000
61. Tariff induced dumping in the intermediate-good market	Chisato Shibayama	Apr.2000
62. Deregulation, Monitoring and Ownership structure:A Case Study of Japanese Banks	Akihiko Kawaura	Apr.2000
63. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第3号	北東アジア-サハリン研究会	Apr.2000
64. A Cooperative and Competitive Organizational Culture, Innovation, and Performance: An Empirical Study of Japanese Sales Departments	Makoto Matsuo	May 2000
65. Foreign Exchange Market Maker's Optimal Spread with Heterogeneous Expectations	Ryosuke Wada	Jun.2000
66. ダンピングとダンピング防止法の起源 歴史的文脈における「不公正貿易」概念の成立	柴山千里	Oct.2000
67. The Organizational Learning Process: A Review	Makoto Matsuo	Dec.2000
68. The Weak Core of Simple Games with Ordinal Preferences: Implementation in Nash Equilibrium	Tomoichi Shinotsuka & Koji Takamiya	Jan.2001
69. 業態開発におけるイノベーションと競争-ビブレのケース-	近藤公彦	Jan.2001
70. Budget Distribution Problem	Tomoichi Shinotsuka	Feb.2001
71. 小売バイヤー組織の機能と顧客対応	伊藤 一	May 2001
72. The Effect of Intra-Organizational Competition on Knowledge Creation:Case Study of a Japanese Financial Company	Makoto Matsuo	May 2001
73. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第4号	北東アジア-サハリン研究会	Mar.2001
74. The Weak Core of Simple Games with Ordinal Preferences: Implementation in Nash Equilibrium	Tomoichi Shinotsuka & Koji Takamiya	Oct.2001
75. 環境保全型河川計画と景観構築に係る計画技術の研究	地域環境問題研究会 (代表 八木宏樹)	Oct.2001
76. Additivity, Bounds, and Continuity in Budget Distribution Problem	Tomoichi Shinotsuka	Dec.2001

77. Monetary Policy in Bhutan: Implications of Indian Rupee Circulation	Akihiko Kawaura	Dec.2001
78. Optimal Multiobject Auctions with Correlated Types	Tomoichi Shinotsuka & Simon Wilkie	Feb.2002
79. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第5号	北東アジア・サハリン研究会	Mar.2002
80. The Case Study of Retail Buying Organization in Japanese Context	Hajime Itoh	Mar.2002
81. 宿泊業のサービスのサービス構成要素に関する重要度調査法に関しての一考察 北海道への台湾人観光客の事例を中心に	稲葉由之&沈潔如&伊藤 一	Feb.2003
82. ブティック経営における販売要素の分析 -AHPによる経営者・販売員間における重要度認識比較に関する一考察-	伊藤 一&橋詰敦樹	Mar.2003
83. 温泉地に対するイメージギャップに関する調査	伊藤 一	Mar.2003
84. Literature Review on Retail Buyer from Research on Industrial Purchasing	Hajime Itoh	
85. The Comparison Study on Retail Buyer Behaviour between UK, Australia and Japan	Hajime Itoh	
86. 社会科学研究の基礎－大学院生のための研究法－	ダン・レメニイ他著 抄訳 稲葉由之&奥瀬善之 &近藤公彦&玉井健一 &高宮城朝則&松尾 睦	Mar.2002
87. マーケティング行為からみた小売業による需要創造 －明治期呉服店の経営行為を考察対象として－	坂川裕司	May 2002
88. Interdependent Utility Functions in an Intergenerational Context	Tomoichi Shinotsuka	May 2002
89. Internal and External Views of the Corporate Reputation in the Japanese Hotel Industry	Hajime Itoh	Feb.2003
90. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第6号	北東アジア・サハリン研究会	Mar.2003
91. 小売購買行動研究に関する展望 －「買い手視点」での小売購買行動研究に向けて－	坂川裕司	May 2003
92. 商品購買における「情報システムの逆機能」 －リスク回避的バイヤーにみる合理性とその弊害－	坂川裕司	Sep.2003
93. An Experiment of Round-Robin Tournament by Excel's Macro -Using 160 Students' Data from Cournot Duopoly Game-	Masaru Uzawa	Apr.2004
94. Earnings Management through Deferred Tax Assets -In Case of Banking Company-	Hiroshi Onuma	Jun.2004
97. Competition between Matching Markets	Koji Yokota	May 2005
98. On the role of asymmetric information in the aggregate matching function	Koji Yokota	Apr.2006
99. A note on Optimal Taxation in the Presence of Externalities	Tomoichi Shinotsuka & Ko Sumino	Feb.2005
100. A Note on Jones' Model of Growth	Mutsuhiro Kato	Mar.2005
101. 整数ナップサック問題が多項式時間で解ける特殊な場合を定める条件について	飯田浩志	Jul.2005
102. IT技術者の熟達化と経験学習	松尾 睦	Sep.2005
103. Product De-listing by Retail Buyers: Relational Antecedents and Consequences	Gary Davies & Hajime Itoh	Dec.2005
104. 米国地域経営史における多文化主義的発展－1930年代ミシガン州プリントにおけるアフリカ系コミュニティの起業基盤を中心に－	高田 聡	May 2006
105. 環境便益を反映させた環境指標の開発 Developing an environmental indicator including environmental benefits	山本 充	Apr.2006
106. A Critical Investigation of Long-run Properties of Endogenous Growth Models	Mutsuhiro Kato	May 2006
107. What is National Income in Jones' Model of Growth? :An Expository Annotation	Mutsuhiro Kato	Jun.2006
108. A Further Analysis of the Consumer Behavior in Jones' R&D-Based Model of Economic Growth	Mutsuhiro Kato	Aug.2006
109. 看護師の経験学習プロセス	松尾 睦 & 正岡経子 & 吉田真奈美 & 丸山知子 & 荒木奈緒	Feb.2007
110. Comments on knapsack problems with a penalty	Iida Hiroshi	Mar.2007
111. 看護師の経験学習に関する記述的分析	松尾 睦 & 正岡経子 & 吉田真奈美 & 丸山知子 & 荒木奈緒	Jul.2007
112. 頂点被覆へのリスト減少法の解析に関する一考察	飯田浩志	Dec.2007
113. 小中学校における校長の経営観－探索的分析－	松尾 睦	Dec.2007
114. インタビュー調査：戦後復興期大阪における自転車部品製造業者・問屋の経営活動	田中幹大	Apr.2008
115. Partitionのある風景	飯田浩志	Jun.2008
116. Multiproduct Firms and Dumping	Chisato Shibayama & Yasunori Ishii	Jul.2008
117. モスクワの低層住宅団地開発－2つのケース－	小田福男	Mar.2009
118. 整数ナップサックの周期性について	飯田浩志	Mar.2009

119.	Discussion paper series no.118への補遺	飯田浩志	Jul.2009
120.	環境フィードバック効果を考慮したSandmoモデルによる二重配当仮説の再考察	角野 浩	Jul.2009
121.	部分線形モデルの差分推定量の漸近理論	劉 慶豊	Oct.2009
122.	モデル平均理論の新展開	劉 慶豊	Oct.2009
123.	Production Theory with Convex Labor Friction: Foundation of an Optimal Non-market-clearing Economy	Koji Yokota	Dec.2009
124.	19世紀ドイツの農村ゲマインデ制と政治参加資格 ---北西ドイツ・ハノーファーを中心に----	平井 進	Feb.2010
125.	環境経営と企業業績に関する実証研究（再検討：2003-2008）	加賀田和弘	Apr.2010
126.	「北海道ブランド」の仕入れに関する研究 —台湾小売バイヤーの視点から—	沈 潔如	Apr.2010
127.	Generalized Cp Model Averaging for Heteroskedastic models	Qingfeng Liu	Oct.2010
128.	How to solve the collapsing subset-sum problem revisited	Hiroshi Iida	Jan.2011
129.	顧客関係のマネジメントの系譜	近藤公彦	Feb.2011
130.	An Application of Forecast Combination Methods to Default Risk Prediction	Qingfeng Liu	Feb.2011
131.	An effect of consumer's earlier decision to purchase a discount ticket	Ryosuke Ishii & Kuninori Nakagawa	Feb.2011
132.	On the Behavior of money flows on the real side and the financial side in Hokkaido prefecture	Toshiaki Kanzaki	Mar.2011
133.	星野リゾートー 顧客志向の組織マネジメントー	乙政佐吉 & 近藤隆史	Mar.2011
134.	（ケース）札幌ビズカフェー地域企業家ネットワークにおける中間主導型組織の役割ー	加藤敬太	Mar.2011
135.	二重配当効果の最適課税ルールにしたがった再評価	角野 浩	Mar.2011
136.	18・19世紀前半北海沿岸農村社会の地域役職者：Landschaft Eiderstedt	平井 進	Mar.2011
137.	Tax Collecting Efforts and Local Allocation Tax Grants in Japan: The Effect of Administrative Reform Incentive Assessment on Local Tax Collection Rates	Mitsunari Ishida	Mar.2011
138.	The bargaining family with strategic interaction	Atsue Mizushima & Koichi Futagami	Mar.2011
139.	Generalized Cp Model Averaging for Heteroskedastic Models (Revised Version)	Qingfeng Liu	Apr.2011
140.	Exclusion of agents, virtual surplus and a transversality condition in adverse selection	Naoki Kojima	May 2011
141.	Implementability by a canonical indirect mechanism of an optimal two-dimensional direct mechanism	Naoki Kojima	Jun.2011
142.	18・19世紀前半北西ドイツ北海沿岸地方の領邦官吏と自治組織役職者：Landschaft S?derdithmarschen	平井 進	Jun.2011
143.	CRMにおける顧客関係のマネジメント	近藤公彦	Aug.2011
144.	企業家ネットワークによる地域企業のビジネスシステム・イノベーションーサムライ日本プロジェクトの事例分析ー	加藤敬太	Oct.2011
145.	Observable Actions	Ryosuke Ishii	Nov.2012
146.	Dumping in Transition Economies and the Effects of Anti-Dumping Policy	Chisato Shibayama & Yasunori Ishii	Mar.2012
147.	Time Discount and Convex Hiring Cost	Koji Yokota	May 2012
148.	Two-dimensional Mechanism Design and Implementability by an Indirect Mechanism	Naoki Kojima	Jun.2012
149.	北海道経済と開発のプロセス	神崎稔章	Dec.2012
150.	道内における地域経済の現状について	渡久地朝央 & Baljinnyam Maitsetseg	Dec.2012
151.	モンゴルにおける資本主義転換後の地域間経済格差に関するパネルデータ分析	渡久地朝央 & Baljinnyam Maitsetseg	Dec.2012
152.	モンゴルにおける食肉価格の動向に関するパネルデータ分析	Baljinnyam Maitsetseg & 渡久地朝央	Dec.2012
153.	付加価値率の動向と地方自治体による政策効果の関係についてー北海道における製造産業を対象としたパネルデータ分析ー	渡久地朝央	Dec.2012
154.	CRMにおける組織能力	近藤公彦	Feb.2013
155.	19世紀北西ドイツの農村ゲマインデ制の変革---自治参加資格と家屋・土地保有要件---	平井 進	Feb.2013
156.	北海道における産業クラスターに関する文献資料目録	加藤敬太	Mar.2013
157.	トヨタ自動車北海道のマネジメント	乙政佐吉	Mar.2013
158.	Mechanism design to the budget constrained buyer: a canonical mechanism approach	Naoki Kojima	May 2013
159.	First Price Package Auction with Many Traders	Yasuhiro Shirata	Jun.2013
160.	整数ナップサックの周期性についてあれこれ	飯田浩志	Jul.2013

161. Non-cooperative versus Cooperative Family	Atsue Mizushima & Koichi Futagami	Oct.2013
162. Perverse effects of a ban on child labour in an overlapping generations model	Kouki Sugawara & Atsue Mizushima & Koichi Futagami	Oct.2013
163. Human Infrastructure, Child Labor, and Growth	Atsue Mizushima	Oct.2013
164. 18・19世紀前半北海沿岸農村社会の指導的・地域役職者・領邦地方官吏と土地所有：Landschaft Norderdithmarschen	平井 進	Mar.2014
165. ビジネスシステムの形成から見る6次産業化—パイオニアジャパングループの事例分析—	笹本香菜 & 加藤敬太	Mar.2014
166. ナップサック問題への2近似算法について雑感	飯田浩志	Jul.2014
167. A further addendum to "Some thoughts on the 2-approximation algorithm for knapsack problems: A survey"	Hiroshi Iida	Nov.2014
168. ワイン産業における企業家コミュニティ—北海道と山梨県の比較事例研究—	長村知幸	Jan.2015
169. サハリン住宅建設企業の動向—2013年9月調査に基づいて—	小田福男	Mar.2015
170. Asymptotic cumulants of some information criteria	Haruhiko Ogasawara	Apr.2015
171. kKPをめぐる雑感	飯田浩志	Jun.2015
172. Should income inequality be praised? Multiple public goods Provision, income distribution and social welfare	Jun-ichi Itaya & Atsue Mizushima	Jun.2015
173. 三種のkKP→□→0-1KP まとめ	飯田浩志	Nov.2015

Discussion Paper Series Department of Economics, Otaru University of Commerce No.1-16 Feb.1985-Oct.1991

Discussion Paper Series Department of Commerce, Otaru University of Commerce No.1-2 Apr.1985-May 1989

Center for Business Creation, National University Corporation Otaru University of Commerce
3-5-21, Midori, Otaru, Hokkaido 047-8501, Japan Tel +81-134-27-5290 Fax +81-134-27-5293
E-mail:cbcjimu@office.otaru-uc.ac.jp

国立大学法人小樽商科大学ビジネス創造センター
〒047-8501 北海道小樽市緑3丁目5番21号 Tel 0134-27-5290 Fax 0134-27-5293
E-mail:cbcjimu@office.otaru-uc.ac.jp