

No.186

ナップサック問題あたりの最近の話題

飯田浩志

2017年4月

小樽商科大学商学部社会情報学科

GKSP にかんするメモ

飯田浩志 *

あらまし

最近, Dahmani 他 (2016) によって提案された, GKSP (一般化ナップサック共有問題) への解法にかんする覚書になる.

キーワード: 組合せ最適化, ナップサック共有問題, 共通項

古典的な 0-1 ナップサック問題 (0-1KP) の拡張である一般化ナップサック共有問題 (Generalized Knapsack Sharing Problem, GKSP) では, 排他的な項の集合 N_i ($1 \leq i \leq n$) について, 選択した項の価値の総和を各 i ごとに求めた中での最小値を最大化する KSP に加えて, どのプレイヤー i にとっても価値ある共通項 N_0 が存在する. 此の GKSP を解くにあたっての本質は, 与へられた容量 C_{gksp} の内, どれだけを共通項 N_0 のみ対象とする 0-1KP に割り振るか (C_{kp}), の匙加減である. 換言すれば, C_{gksp} をいかにして N_0 と其れ以外 (KSP) の為 (C_{ksp}) に分割するか ($C_{gksp} = C_{kp} + C_{ksp}$) が鍵になる. C_{kp} の探索空間は, 閉区間 $[0, C_{gksp}]$ 内の整数値 (i.e., $[0, C_{gksp}] \cap \mathbb{Z}$) である. ただし, N_0 に属す項の総重量 $< C_{gksp}$ であれば其処が上限となる.

藤本と山田 [2] の手法に於ては右連続な階段函数 $Z_{kp}(C_{kp})^{*1}$ の不連続点のみ対象として探索空間を極限まで縮小したのとは対照的に, Dahmani 他 [1] は, 基本的には全探索である (上界と下界を駆使して探索空間を小さくしてゐる). 要は, いかな精度の高い手法でも其れに費やす時間が結構なものなら, かえって素朴なアプローチの方が total で見れば有利に働くこともある, といふことか. 精度と消費時間の tradeoff は, どこでも起こり得る問題である.

さて, Dahmani 他 [1] の手法で, 算法 (アルゴリズム) 5 の中から左右の区間夫夫を狭める為にも呼ばれる算法 2 の定義で, 対象とする区間を引数 (input) で貰うはず. 常に区間 $[0, C_{gksp}]$ から始めるは奇妙に映る. 此のことは, 上界を求め算法 1 にも言へる. それから, 算法 3 と 4 の非対称性は, 算法 3 が容量を減らす方向なのに対し, 4 は容量を大きくする方向で探索区間を縮めると云ふ違ひからくるものであらう. あと, 算法 5 の 3: で, 与へられた問題の上界 U_{gksp} に関連する (整数の) 容量 CT とは, 算法 1 終了時の $C^L = C^M = C^U$ に相違ない.

つひでに, 算法 3 と 4 に出てくる手続き Evaluate で, $U_{ksp} + V_{CT}$ の V_{CT} ($= Z_{kp}(CT)$) の前に, 先づは $Z_{kp}(CT)$ の上界をと思ふけれど, 誰でも思ひ附く事なので, さしたる効果もなかったことと拝察する.

閑話休題, 文献 [1] の最初の方で, 項の価値と重量は正の整数と仮定されてゐる. 此のことから例へば, 途中で得た上界に端数が出たとしても切り捨てて構はぬことになる. 追試 (実装) するにあたっては, かうした細かい点にも気を配るのが佳からう.

参考文献

- [1] Isma Dahmani, Mhand Hifi and Lei Wu, An exact decomposition algorithm for the generalized knapsack sharing problem. *European J Oper Res* 252(3) 761–74 (1 August 2016) <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.02.009>.
- [2] Masako Fujimoto and Takeo Yamada, An exact algorithm for the knapsack sharing problem with common items. *European J Oper Res* 171(2) 693–707 (1 June 2006) <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2004.09.036>.

* E-mail address: hiroggiida@me.com

*1 重量制限 C_{kp} が与へられて, N_0 の項だけを対象とした 0-1KP の最適値を示す.

ここでは、拙稿 [3] について補足したい。発生させた n 個の大項について、どつは $n+k$ の一個だけあれば良い。シンプルに考へれば、最適解に這入らぬものは不要であり、それが有ることで何かが抑制できてゐるといふ訳でも無い。

簡単のため、Kellerer 他 [1, p. 272] に倣ひて $2 \leq k < n$ を仮定する*1。鯨のつまり、CKP を経由した E-kKP→CKP→0-1KP では、項ひとつだけ増の 0-1KP を得る：

$$P = \sum_{j=1}^{n-1} p_j - p_{\min} + 1, \quad W = \max \left\{ c - \sum_{j=1}^{k+1} w_j + 1, 0 \right\},$$

$$(p'_j, w'_j) = \begin{cases} (p_j + P, w_j + W), & 1 \leq j \leq n \\ ((n+1-k)P + p_n, 1), & j = n+1, \end{cases} \quad (1)$$

$$c' = c + kW + 1$$

ここに大項 $n+k$ を $n+1$ として残すのみならず、 c' と w'_{n+1} を小さくした。と云ふのは、大項は一つだから大項が二つ這入るリスクがなくなつて残るは $c' - w'_{n+1} = c + kW$ の要求のみであり、それを満たした上で c' 、 w'_{n+1} それぞれを最小にしてある。

大項ひとつで何が起きるか。先づ、大項は必ず選ばれる。詰めずには居られないのは、小項の価値の総和よりも大項と軽い(重くない)方から k 個の小項が与へる価値 $p'_{n+1} + p_{\min} + kP = (n+1)P + p_{\min} + p_n$ の方が勝つやうに P が作られてゐるからである。そして其の唯一の大項が選択された後、小項は k 個までしか這入らぬ W にしてあるし、小項が k 個未満では先の $(n+1)P + p_{\min} + p_n$ に負けるやうに P が設定されてゐる*2。以上のことから、大項ひとつでも最終的には項数 k の最適解が求まることになる。

拙稿 [3] では続けて kKP→E-kKP→CKP→0-1KP を議論した。以下、 $n' = n+k$ とする。kKP→E-kKP の段階でダミー項 $(0,0)$ を k 個つけ加へるので $p_{n'} = 0$ だけでも、変換 (1) に影響はない、つまり、 $p_n > 0$ には依存してゐない。例へば、kKP から得た項数 n' の E-kKP にかんする (1) で、凡ての小項の価値の総和 $\sum_{j=1}^{n'} p_j + (n'+1)P - P = (n'+1)P + p_{n'} + p_{\min} - 1$ だから確かに $(n'+1)P + p_{\min}$ に負ける。

- [1] Hans Kellerer, Ulrich Pferschy and David Pisinger, *Knapsack Problems*. Springer 2004.
 [2] Hiroshi Iida, On a transformation from E-kKP to the 0-1 knapsack problem. pp. 1-2, August 2015; http://researchmap.jp/?action=cv_download_main&upload_id=93469.
 [3] 飯田, 又別の E-kKP→0-1KP. Discussion paper series no. 179, pp. 1-3, 小樽商大 CGS, April 6, 2016, <http://hdl.handle.net/10252/00005563>.

*1 細かきことを云云すれば、 $k = n-1$ の時も $k=1$ の場合と同様に、線形時間で解ける。

*2 其の實、大項 + 小項 k 個未満の価値 $< (n+1)P + p_{\min} + p_n$ の為には $P = \max\{\sum_{j=1}^{k-1} p_j - p_{\min} + 1, 0\}$ で可。さうであるとも $p'_{n+1} + \sum_{j=1}^{k-1} p_j + (k-1)P = nP + p_n + \sum_{j=1}^{k-1} p_j \leq (n+1)P + p_n + \sum_{j=1}^{k-1} p_j - \sum_{j=1}^{k-1} p_j + p_{\min} - 1 < (n+1)P + p_n + p_{\min}$ 。この新たな P に対応して $p'_{n+1} = (n+1-k)P + \sum_{j=k}^n p_j$ としても此処までの議論が成り立つ。具体的には、 $\sum_{j=1}^n p_j + nP$ および $p'_{n+1} + \sum_{j=1}^{k-1} p_j + (k-1)P (= nP + \sum_{j=1}^n p_j)$ 孰れも大項と軽い方から k 個の小項が与へる価値 $(n+1)P + p_{\min} + \sum_{j=k}^n p_j$ より小さいと主張できる。此方の P の方が小さく好ましからう (p'_{n+1} にも好都合)。ここから更に論を進めて、 $c' - w'_{n+1} = c + kW$ を満足するとして $c' = c + kW$ 、 $w'_{n+1} = 0$ を考へる。このとき、大項は問題を解く前に消えてしまふけれど、残りの部品が構成する変換は、拙稿 [2] で示したのと同じ。又別の、のはずが元に戻つてしまつた。

最近, Dimitrov 他 [1] が提案した, MKAP の二つの特殊ケースにかんする解法について, 書き残しておき度^いい. 組合せ最適化問題 MKAP では, 複数の目的地ごとに荷物が山積みになってある所に加えて, それらを運ぶための多種多様なトラック (ナップサック) が幾台も用意されてある. 各トラックを目的地別に配車し, 各目的地ごとに多重ナップサック問題 (MKP) を解くことになる. トラックによる配送は一度切りであり, 目指すは, 運ぶ荷物の価値の総和の最大化である. MKAP に就ては, 以前に残したメモがある [2].

運ぶべき荷物が均一の時, 荷物の単位重量あたりの価値等一切関係なく, 部分和問題と同様に運ぶ全重量, すなはち運ぶ荷物数を最大化することになる. Dimitrov 他 [1] は, ふたつの特殊ケースに着目した.

一番目はシンプルで, 多項式時間で解けるケース——荷物が均一で各トラックが運べる荷物数 C も均一の場合で, STSI と呼ばれる. トラック総数が T で, 各行き先 (総数 N) となる倉庫 j へ運ぶべき荷物数 D_j を C で割った商の総計 $\geq T$ なら, 凡てトラック満杯で完 (これ以上は望めぬ); にあらず $\sum_{j=1}^N \lfloor D_j/C \rfloor < T$ なら, 余り $D_j - \lfloor D_j/C \rfloor C$ の大きい方から次々と余つたトラックに載せていく——ここで, N 以下の余りの整列に $O(N \log N)$ 時間かかる. 多分, 全部は運べなくて, 余りを積んで途中でトラックが捌ける.

二番目 MTSI は, 荷物は均一でもトラックの容量がばらけてある (M 種類) 場合である. 種別 i にはトラックが T_i 台ある. 残念ながら 3-Partition からの reduction が可能につき, このケースは強 NP 困難である ([1, 付録 A]^{*1} に記載). Dimitrov 他 [1] は, ふたつの発見的手法 (heuristic) RHI と STSI を提案してある.

RHI: まず, 種別 i のトラックを倉庫 j に配車する台数 t_{ij} を線形緩和した LP 緩和問題を解く. 次に, 各 t_{ij} を近い整数値にする (端数 0.5 なら?). 結果, 各種トラック i につき, 台数オーバ ($> T_i$) なら, 積み残しが最も少ない所を残すやうに続けて削っていく. 逆に, 台数に余裕がある ($< T_i$) なら, 積み残しが最も多い所から配車していく (おそらくは, オーバの処理が凡て終つてから余裕があるトラックの処理をするものと拝察する. また, 精査するトラックの種類順が明示されておらず, 次の STSI と同じく大きい順? あるいはもらったデータの順そのまんま?). 以上が終つた後, 各トラックでまだ余裕があるものに就て, 今積んである個数より多くの積み残しを持つ倉庫行があれば, そちらに載せ替へる.

STSI: トラックを積載可能数が大きい種類順に並べ替へる—— $O(M \log M)$. 各トラックの種類ごとに, 一番目のケース STSI を順に解いていく (全 M 問). STSI を解くにあたって, D_j の並びに指定が無い. 大きい D_j から考へるのが有利な気がするけれど? ちなみに bin-packing の FFD では大きい順に詰めていく (小さい方が隙間に這入り込み易いので, まづは大きい方からが良い. 小さい方を先に入れて固めてまふと, 後悔することになるだらう).

両者の比較では, LP 緩和問題を解かずに済む分, RHI よりも STSI の方が速い由. また, 精度の面でも STSI に軍配が上がるとのこと. 先述したやうに発見的手法 STSI に就て, M 々の各 STSI を解くにあたって D_j を精査する順番をいろいろ変へて試してみる等は, 興味深きことではなからうか.

[1] Nedialko B. Dimitrov, Daniel Solow, Joseph Szmerekovsky and Jia Guo, Emergency relocation of items using single trips: Special cases of the Multiple Knapsack Assignment Problem. *European J Oper Res* 258(3) 938–42 (1 May 2017) <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.09.004>.

[2] 飯田, SKP と MKAP それぞれをめぐる話題. pp1–3, 29 August 2014, http://researchmap.jp/?action=cv_download_main&upload_id=69739.

^{*1} (6) の始式は $\sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^M C_i t_{ij}$ ではないか? H_j は, 倉庫 j を目指すトラック i (各種一台きり, $T_i = 1$) の積載可能数 $C_i = \alpha_i$ の集合で, その和は $\sum_{i=1}^M \alpha_i = b$ が望ましい. つまり, 倉庫の総数が h で, 総積載数が $\sum_{i=1}^M \alpha_i = hb$ だから, 過不足重複なしに M トラックが H_1, H_2, \dots, H_h に分割された上に, 各 H_j 中の α_i の総和 $\sum \{\alpha_i \mid \alpha_i \in H_j\} = b$ が達成されれば吉.

潰れナップサック問題 (CKP) の定式化では、項数 $\sum_i x_i$ を定義域とする単調減少関数 $B(\sum_i x_i)$ がナップサックの容量として従来は現れてきたが、Della Croce 他 [1] は $B(\cdot)$ を用いない線形計画問題としての CKP の定式化を案出した。詳細は、容量を示す数値群 $b_j := B(j)$ ($1 \leq j \leq h (\leq n)$) と、変数 $y_j \in \{0, 1\}$ ($1 \leq j \leq h$) を導入し、既存の重量制約としての $\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq \sum_{j=1}^h b_j y_j$ に加えて二つの制約 $\sum_{j=1}^h y_j = 1$ と $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{j=1}^h j y_j$ を勘案するものである。要は、唯一の y_j のみ 1 になり、その時の項数は j で重量制限が b_j 。以上の定式化で表される CKP は、 CKP_a と記される。この定式化により、CKP を CPLEX 等既存の MIP ソルバで解けるようになった。

CKP への Della Croce 他 [1] が提案した解法は、基本は分枝限定法で、項数にかかる分岐をする。項数の初期値 S から始めて、項数を減ず方向 (左) と増す方向 (右) の二方向に分岐していく。項数の初期値 S は、 y_j は 0-1 の儘で x_i のみ線形緩和 $0 \leq x_i \leq 1$ した問題 CKP_b (言ってみれば、元の CKP を線形緩和した問題) を解いた時の最適解の項数である。ここで y_j は緩和しないから、 S は整数値になる。またもし、最適解の中で非整数の x_i があつたとしても (其れは二ヶ以上)、軽い方から端数の合計分 (整数ヶ) だけ残せば項数 S は其の儘に総重量は増えぬから、 CKP_a で項数 S を固定した問題 $CKP_a(S)$ の実行可能解が一つ手に這入るので、 $CKP_a(S)$ は解けることになる——それで下界 LB が得らるる。

ひとつ疑問は、LB より前に最初の下界 LB' を計算する (第 3.1 小節) ときに用ゐる項数 S' に付き、本当に S' は実現可能な項数なのか ((13)-(16) で表される $CKP_a(S')$ は解き得るか) と云ふこと。此れは、さほど明瞭なこととは思へない (Property 1 によって、実現し得ぬ項数は削除されてゐる、と云ふ理屈のやうに見受けらるるけれども)。 S' は、 CKP_a の線形緩和問題を解いた時の最適解に於る項数の整数部だが例へば、最適解でたまたま端数なく $S' = 5$ even で且つ $y_4 = y_6 = 0.5$ に加へて $b_5 < (b_4 + b_6)/2$ でも、五つ取れると保証されるの

だらうか?

また、提案された分枝限定法で発生する部分問題は、項数を固定した CKP、つまり項数固定の 0-1 ナップサック問題になる。通常、分枝限定法では、発生した部分問題を解きつつ暫定値 (下界) を改善して、以降に発生する部分問題をより多く cut していく一方、提案された手法では、解く価値のある項数を覚えておき、最終段階で、候補となつた各項数 s について $CKP_a(s)$ 各各を ILP ソルバで解いていく。候補となつた項数を精査する順番は気にしない——凡て解くことになるのだから。でも普通なら『部分問題の取捨を決めるために求めた上界の大きい順に並べて、次々と更新されるであらう下界に +1 未満の上界を持つ部分問題が出たら終了』的な処理をするものだが、それすらオーバーヘッドになる程に、部分問題が僅か若しくは部分問題が早く解ける、と云ふことなのだらうか。あるいは、上界の質があまり良くないとか?

参考文献

- [1] Federico Della Croce, Fabio Salassa & Rosario Scatamacchia, A new exact approach for the 0-1 Collapsing Knapsack Problem. *European Journal of Operational Research* 260(1) 56-69 (1 July 2017) <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.12.009>.

0-1 ナップサック問題 (0-1KP) は、与へられた大量の品物 (項) を、ナップサックの重量制限範囲内で選択的に詰め込み、詰められた項の価値の総和の最大化を目的とする、古典的な組合せ最適化問題である。その拡張となる KPS では、与へられる項が排他的な family に区分けされてみて、 i 番目の family 内の項を一つでも選択したが最後それに伴って目的函数値から family ごとに定まつてゐる非負整数の規定値 f_i が減じられる上、こちらも非負整数の重量 d_i を消費することになる*1。本レポートは、KPS の最適値 (Best, 後出) を求める Della Croce 他 [1] によつて提案された解法にかんする覚書になる。ひとつ重要なことは、family を固定してしまつた KPS は 0-1KP と同値、と云ふこと。Della Croce 他 [1] によれば、0-1KP は今時の ILP ソルバにとつては well handled とのこと (p. 62 右の段)。よつて、family 数を順次固定した上での部分問題 0-1KP を次々と解いていく。以下では、 i 番目の family の選択を変数 y_i ($i \in \{1, 2, \dots, N\}$) で、family i に属す j 番目の項の選択を x_{ij} で夫々表すのだが、要は、変数 y_i が主で x_{ij} が従、と云ふことらしい。

先づ、KPS の実行可能解の一つを見つける。その実行可能解が与へる目的函数値 LB' は、変数の固定や family の総数を精査すべき範囲を決定するのに用ゐられることから、その精度の重要性は想像に難くない。与へられた KPS について、悉無 (0-1) 変数 x_{ij}, y_i を線形緩和するが但し family の総数については整数であること $\sum_{i=1}^N y_i \in \mathbb{N}$ を強める KPS_2 を解いて、family の総数 k^* を得る (KPS_2 の登場は、この一回だけ)。結果 y_i の中に端数があつても、family をセットアップする為の重量 d_i の小さい方から k^* になるまで選択すれば、重量制約 (2) は破られない。その family 数 k^* を固定し且つ x_{ij} のみ線形緩和 $0 \leq x_{ij} \leq 1$ した KPS_3 を解いて $\{0, 1\}^N$ の元 y' を求め、その y' を固定した KPS (以降、 $KPS_1(y')$ と書く)、即ち 0-1KP を解くことで LB' を得る。さて、 $KPS_1(y')$ は feasible (解ける)

か? KPS_3 の最適解で $x_{ij} \equiv 0$ とすれば $KPS_1(y')$ への実行可能解が一つ得らるるから、問題自体が解き得ないと云ふことはない。例へば KPS_3 の最適解に於て、或る family i で $\sum_j x_{ij} \geq 1$ なら、軽い方から項を一つ以上取れる。

メインの for ループでは、family 数 s を上/下限の範囲内で動かし、暫定値 Best (初期値は LB') を更新していく。早い段階で精度の高い (最適値に近い) Best が得らるるに越したことはないものの、 s を精査する順番は明示されてゐない (小さい順?)。内側の while ループでは、family 数 s 固定の KPS_3 を解いて得た上界 (端数は切り捨てられるのであらう) \overline{UB} が Best より大きい間、ループを回し続ける。 KPS_3 を解いて同時に求まつた $\bar{y} \in \{0, 1\}^N$ を固定した KPS から決まる 0-1KP、つまり $KPS_1(\bar{y})$ を解き、出た $\overline{LB} > Best$ なら $Best = \overline{LB}$ 。そして、今の \bar{y} とは少なくとも一つの family が異なる family 群が求まることを強制する KPS_3 を解いてから while ループの先頭に戻り (KPS_3 が infeasible の場合は while ループを抜ける)、 \overline{UB} と Best を比較して云云。此処に、 \bar{y} とは少なくとも一つの family が異なる y と云ふことは、全く別の family 群が求まるかもしれない (family 数 s の中で、あらゆる可能性が考慮されてゐる)。また此れは、無限ループを避ける為なのかもしれない。

参考文献

- [1] Federico Della Croce, Fabio Salassa & Rosario Scatamacchia, An exact approach for the 0-1 knapsack problem with setups. *Comput Oper Res* 80, 61-7 (April 2017) <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2016.11.015>.

*1 $f_i \equiv d_i \equiv 0$ 若しくは各 family に項が一つのみとかなら 0-1KP.

本レポートでは、kKP から 0-1 ナップサック問題 (0-1KP) への E-kKP 経由での変換にかんする補足を述べる。簡潔を旨とし、kKP の定義等、詳細については [1] を参照されたい。なほ、以下で登場する表記 \rightarrow は、変換を意味する。

拙稿 [1] では、kKP→0-1KP を三つ示した。うち最後のは、kKP→E-kKP→0-1KP と云ふものだった。後半の E-kKP→0-1KP で必要となる E-kKP の一つ実行可能解として、元の kKP で価値最大の項にダミー項 $(p_j, w_j) = (0, 0)$ を $k-1$ ケ合はせた解 (項数 k) を採用したがこれは、ナップサックに這入らぬ項なしといふ仮定あればこそだった。一般に kKP で、価値ある方から二つ以上取れると云ふ保証はない。しかしながら此処では、もし其れができたならどうなるかを考察する。以下、 $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$ と $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$ を仮定する (孰れも項の整列を含意せず)。

もし元々の kKP で、価値ある方から l ケ詰めても重量制限範囲内とすれば (ひとつは必ず取れるし、価値ある方から k ケ這入つてまへば最適だから $1 \leq l < k$ として差し支へない)、最適解の項数は l 以上と決まる*1 から、項数 l 未満の解を E-kKP に持つてゆく必要なし——つまり、kKP に附加するダミー項 $(0, 0)$ は $k-l$ ケで十分。此れに伴ひ、E-kKP に於て、軽き方から $k+1$ ケの項の総重量が増し、或る一つの実行可能解が与へる価値 p_{\min} が p_1 から $\sum_{j=1}^l p_j$ に変はることから $P = W = \max\{\sum_{j=1}^{k-1} p_j - p_{\min} + 1, c - \sum_{j=1}^{k+1} w_j + 1, 0\}$ は、

$$P = W = \max \left\{ \sum_{j=l+1}^{k-1} p_j, c - \sum_{j=1}^{l+1} w_j \right\} + 1 \quad (1)$$

となる ($l = k-1$ なら $\sum_{j=l+1}^{k-1} p_j = 0$)。念のため証明しておく。与へられた kKP にダミー項

$(0, 0)$ を $k-l$ ケ付加した E-kKP の軽い方から $k+1$ ケの総重量は $\sum_{j=1}^{l+1} w_j$ で、 W の定義から $\sum_{j=1}^{l+1} w_j + (k+1)W > c + kW = c'$ なので、変換結果の 0-1KP では項を k 個までしか取れぬし、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{k-1} p_j + (k-1)P &< \sum_{j=1}^{k-1} p_j + kP - \sum_{j=l+1}^{k-1} p_j \\ &= \sum_{j=1}^l p_j + kP \end{aligned} \quad (2)$$

だから、最後に得らるる 0-1KP で、 k ケ未満で実現でき得る価値最大 ((2) の始式) よりも、価値ある方から l ケに $k-l$ ケのダミー項を合はせた解 (項数 k) が持つ価値の方が大きく、最適たるには k 個以上を要する。したがつて (1) は正当である。

ひとつ、以上の考察で $l=1$ とすれば [2] の内容と同じ、即ち、ここでの議論は [2] の拡張となつてゐる。

参考文献

- [1] 飯田, 三種の kKP→□→0-1KP まとめ. Discussion paper series no 173, 小樽商大 CBC, pp1-5, 2015 年 11 月, <http://hdl.handle.net/10252/5495>; Three kinds of kKP→□→0-1KP: a survey. 商學討究 67.1, 195-203 (小樽商大, 2016 年 7 月) <http://hdl.handle.net/10252/00005574>.
- [2] 飯田, kKP まわりの変換にかんする補足. 商學討究 68.1 (小樽商大, 2017 年 7 月刊行予定).

*1 シンプルさが若干削がれるけれども、より精密には、価値ある方から $l-1$ ケとあと一つ詰められれば最適解の項数は l 以上 (孰れの項も価値が正整数としてゐる) で、此の場合には $l = k$ も可。特に $l = k$ の時、 $P = \max\{-(\text{あともう一つの項の価値}) + 1, 0\} = 0$ につき実際に P は不用。

本レポートでは、kKP と同値な 0-1 ナップサック問題 (0-1KP) の作り方を具体的に述べる。簡潔を旨とし、kKP の定義等、詳細は [1] を参照されたし。なほ以下で登場する表記 \rightarrow は、変換を意味する。

此処では、拙稿 [1] で示した kKP \rightarrow 0-1KP 三種のうち最後の kKP \rightarrow E-kKP \rightarrow 0-1KP を扱ふ。後半の E-kKP \rightarrow 0-1KP で必要な E-kKP の一つ実行可能解として、元の kKP で価値最大の項にダミー項 $(p_j, w_j) = (0, 0)$ を $k-1$ ケ合はせた解 (項数 k) を採用したがこれは、ナップサックに這入らぬ項なしといふ仮定あればこそだつた。一般に kKP で、価値ある方から二つ以上取れると云ふ保証はないものの此処では若し其れができたなら、を考へる。以降では $p_1 \geq p_2 \geq \dots \geq p_n$ と $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_n$ を仮定する (孰れも項の整列を指示せず、単に数値的な関係を示してゐる)。

与へられた kKP で、価値ある方からギリまで詰めたとする (無論 k ケ未満)。次に、あと一つだけ這入らんかを、重量オーバになつた項の次から最終項迄 scan する。もう一つが詰められなくとも其れは構はない。最終的に、ナップサックに詰められた項数を l とする。此の時、詰められた項の価値の総和 $\sum_{j=1}^{l-1} p_j + p_{l'}$ ($l' \geq l$) は、価値ある方から $l-1$ 個の価値の総和を超へるゆゑ最適解の項数は l 以上と決まる (ひとつは必ず取れるので $1 \leq l \leq k$, 但し $l' = l = k$ なら最適につき其れは除く)。此れに鑑みて、項数 l 未満の解を E-kKP に持つてゆく必要なし——つまり、kKP に附加するダミー項 $(0, 0)$ は $k-l$ 個で十分。此れに伴ひ、E-kKP に於て、軽き方から $k+1$ 個の項の総重量が増し、或る一つの実行可能解が与へる価値 p_{\min} が p_1 から $\sum_{j=1}^{l-1} p_j + p_{l'}$ に変はるので $P = W = \max\{\sum_{j=1}^{k-1} p_j - p_{\min} + 1, c - \sum_{j=1}^{k+1} w_j + 1, 0\}$ は、

$$P = W = \max \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=l}^{k-1} p_j - p_{l'} + 1, \\ c - \sum_{j=1}^{l+1} w_j + 1, 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

となる ($l = k$ なら $\sum_{j=l}^{k-1} p_j = 0$)。まとめると、求

める 0-1KP は、解きたい kKP に $k-l$ 個のダミー項を附加した E-kKP の各項の価値と重量に P, W を夫々足し、新たな重量制限 $c' := c + kW$ として得らるる。

念のため証明しておく。当初の kKP にダミー項 $(0, 0)$ を $k-l$ ケ附加した E-kKP での軽い方から $k+1$ 個の総重量は $\sum_{j=1}^{l+1} w_j$ で、 W の定義により $\sum_{j=1}^{l+1} w_j + (k+1)W > c + kW$ だから、変換結果の 0-1KP では項を k 個までしか取れぬし、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{k-1} p_j + (k-1)P &< \sum_{j=1}^{k-1} p_j + kP - \sum_{j=l}^{k-1} p_j + p_{l'} \\ &= \sum_{j=1}^{l-1} p_j + p_{l'} + kP \quad (2) \end{aligned}$$

だから、最後に得らるる 0-1KP で、 k ケ未満で実現でき得る価値最大 ((2) の始式) よりも、 p_{\min} を与へる項群に $k-l$ 個のダミー項 (P, W) を合はせた解 (項数 k) が持つ価値の方が大きく、最適たるには k 個以上を要す。したがつて (1) は正当である。

ひとつ、以上の考察で $l = l' = 1$ とすれば [2] の内容と同じ、すなはち得られた結果は [2] の拡張となつてゐる。

最後に、此処での議論は拙稿 [1] で示した係数 P, W を縮小したが、此れより小さくなるだらうか。余地アリとすれば一つ、(2) の始式を与へる解の重量 $> c'$ なら、まだ良くなるやもしれない [1]。

参考文献

- [1] 飯田, 三種の kKP \rightarrow $\square \rightarrow$ 0-1KP まとめ. Discussion paper series no 173, 小樽商大 CBC, pp1-5, 2015 年 11 月, <http://hdl.handle.net/10252/5495>; Three kinds of kKP \rightarrow $\square \rightarrow$ 0-1KP: a survey. 商學討究 67.1, 195-203 (小樽商大, 2016 年 7 月) <http://hdl.handle.net/10252/00005574>.
- [2] 飯田, kKP まわりの変換にかんする補足. 商學討究 68.1 (小樽商大, 2017 年 7 月刊行予定).

This Discussion Paper Series is published by the Center for Glocal Strategy (changed from the Center for Business Creation on April 2016).

Discussion Paper Series
Institute of Economic Research
Otaru University of Commerce

No.	Title	Author/s	Date
1.	ホーネンズ=サイモンの条件に関する諸説の統合について	タスクーフタ, デイハソカー	Jul. 1992
2.	Motivation and Causal Inferences in the Budgetary Control	Yoshihiro Naka	Aug. 1992
3.	Проблемы управления рабочей силой на предприятиях Дальнего Востока (социологические аспекты)	Анатолий Михайлович Шкурки	Nov. 1992
4.	Dynamic Tax Incidence in a Finite Horizon Model	Jun-ichi Itaya	Jan. 1993
5.	Business Cycles with Asset Price Bubbles and the Role of Monetary Policy	Hiroshi Shibuya	Jun. 1993
6.	Continuous Double-Sided Auctions in Foreign Exchange Markets	Ryosuke Wada	Aug. 1993
7.	The Existence of Ramsey Equilibrium with Consumption Externality	Sadao Kanaya & Tomoichi Shinotsuka	Sep. 1993
8.	Money, Neutrality of Consumption Taxes, and Growth in Intertemporal Optimizing Models	Jun-ichi Itaya	Nov. 1993
9.	Product Returns in the Japanese Distribution System: A Case Study of a Japanese Wholesaler's Return Reduction Efforts	Jeffery Alan Brunson	Mar. 1994
10.	Dynamics, Consistent Conjectures and Heterogeneous Agents in the Private Provision of Public Goods	Jun-ichi Itaya & Dipankar Dasgupta	Jun. 1994
11.	Intra-industry Investment and Imperfect Markets: A Geometric approach in Simple General Equilibrium	Laixun Zhao	Oct. 1994
12.	Sit-Down to Split: Flint GM Workers in 1937-1939	Satoshi Takata	Dec. 1994
13.	The Complementarity between Endogenous Protection and Direct foreign Investment	Laixun Zhao	Feb. 1995
14.	Consumption Taxation and Tax Prepayment approach in Dynamic General equilibrium Models with Consumer Durables	Jun-ichi Itaya	Mar. 1995
15.	Regulatory System and Supervision of the Financial Institutions in Japan	Osamu Ito	May 1995
16.	Financial Restructuring and the U. S. Regulatory Framework	Jane W. D'Arista	May 1995
17.	The Legacy of the Bubble Economy in Japan: Declining cross Shareholding and Capital Formation	Hiroo Hojo	May 1995
18.	Stockownership in the U. S.: Capital Formation and Regulation	Marshall E. Blume	May 1995
19.	International Joint Ventures and Endogenous Protection: a Political-Economy Approach	Laixun Zhao	Nov. 1995
20.	GM社をめぐるアメリカ労働史研究: ファインとエツァフォースの現場像の吟味	高田聡	Feb. 1996
21.	卸売業の経営と戦略 — 卸売流通研究会ヒアリング調査録(1): 日用雑貨卸売企業	卸売流通研究会 (代表 高宮城朝則)	Apr. 1996
22.	卸売業の経営と戦略 — 卸売流通研究会ヒアリング調査録(2): 食品・酒類卸売企業	卸売流通研究会 (代表 高宮城朝則)	Apr. 1996
23.	A Note on the Impacts of Price Shocks on Wage in Unionized Economies	Laixun Zhao	May 1996
24.	Transfer Pricing and the Nature of the subsidiary firm	Laixun Zhao	Jun. 1996
25.	The Incidence of a Tax on Pure in an Altruistic Overlapping Generations Economy	Jun-ichi Itaya	Sep. 1996
26.	'Small Government' in the 21st Century	Hiroshi Shibuya	Sep. 1996
27.	Characteristics and Reforms of Public Health Insurance System in Japan	Takashi Nakahama	Sep. 1996
28.	The Role of Local Governments in Urban Development Policy	Yoshinori Akiyama	Sep. 1996
29.	Optimal Taxation and the Private Provision of Public Goods	Jun-ichi Itaya & David de Meza & Gareth D. Myles	Oct. 1996
30.	Comparison of Agricultural Policy in the U. S. and the Japan	Toshikazu Tateiwa	Oct. 1996
31.	US Health Insurance: Types, Patterns of Coverage and Constraints to Reform	Dwayne A. Banks	Oct. 1996
32.	International Capital Flows and National Macroeconomic Policies	Jane W. D'Arista	Oct. 1996
33.	Financial Liberalization and Securitization in Housing Finance and the Changing Roles of the Government	Syn-ya Imura	Oct. 1996
34.	Social Efficiency and the 'Market Revolution' in US Housing Finance	Gary Dymski & Dorene Isenberg	Oct. 1996
35.	Government Expenditure and the Balance of Payments: Budget Deficit, Financial Integration, and Economic Diplomacy	Hiroshi Shibuya	Nov. 1996
36.	A History of PBGC and Its Roles	C. David Gustafson	Nov. 1996
37.	Dynamic Provision of Public Goods as Environmental Externalities	Toshihiro Ihori & Jun-ichi Itaya	Mar. 1997

38. A Comparative Static Analysis of the Balanced Budget Incidence in the Presence of Sector-Specific Unemployment	Koh Sumino	Mar.1997
39. An Econometric Study of Trade Creation and Trade Diversion in the EEC, LAFTA and CMEA:A Simple Application of the Gravity Model	Masahiro Endoh	Apr.1997
40. A Dynamic Model of Fiscal Reconstruction	Toshihiro Ithori & Jun-ichi Itaya	Apr.1997
41. The Japanese Way of Solving Financial Institution Failures	Osamu Ito	Jul.1997
42. The Federal Role in Community Development in the U.S.: Evolution vs. Devolution	Jane Knodell	Oct.1997
43. Rent-Seeking Behavior in the War of Attrition	Jun-ichi Itaya & Hiroyuki Sano	Oct.1997
44. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第1号	北東アジア-サハリン研究会	May 1998
45. 購買部門の戦略性と企業間連携について	伊藤 一	Jun.1998
46. The Formation of Customs Unions and the Effect on Government Policy Objectives	Masahiro Endoh	Jul.1998
47. The Transition of Postwar Asia-Pacific Trade Relations	Masahiro Endoh	Jul.1998
48. 地域型ベンチャー支援システムの研究 I-道内製造業系ベンチャー企業のケーススタディー	地域経済社会システム研究会 日本開発銀行札幌支店	Jul.1998
49. Fiscal Reconstruction Policy and Free Riding Behavior of Interest Groups	Toshihiro Ithori & Jun-ichi Itaya	Aug.1998
50. Quellen zum Markwesen des Osnabrücker Landes im Niedersächsischen Staatsarchiv Osnabrück(mit Schwerpunkt:Verfassung,Höfing,Siedlung und Konflikten im 17.und 18.Jahrhundert)	Susumu Hirai	Sep.1998
51. Equity and Continuity with a Continuum of Generations	Tomoichi Shinotsuka	Dec.1998
52. Public Resources Allocation and Election System	Akihiko Kawaura	Mar.1999
Discussion Paper Series Center for Business Creation Otaru University of Commerce		
53. 消費者の価格プロモーション反応への影響を考慮した広告効果測定結果モデルの構築	奥瀬喜之	Jun.1999
54. 地域型ベンチャー支援システムの研究 II-地域型ベンチャー・インキュベーションの設計-	小樽商科大学ビジネス創造センター & 日本開発銀行札幌支店	Jul.1999
55. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第2号	北東アジア-サハリン研究会	May 1999
56. 石鹼洗剤メーカーにおけるマーケティング・チャネル行動の変遷	高宮城朝則	Dec.1999
57. 長期的取引関係における資源蓄積と展開	近藤公彦&坂川裕司	Dec.1999
58. Exernalities:A Pigovian Tax vs. A Labor Tax	Ko Sumino	Dec.1999
59. A New Dimension of Service Quality:An Empirical Study in Japan.	Makoto Matsuo & Carolus Praet & Yoshiyuki Okuse	Dec.1999
60. Aftermath of the Flint Sit-Down Strike:Grass-Roots Unionism and African-American Workers, 1937-1939	Satoshi Takata	Mar.2000
61. Tariff induced dumping in the intermediate-good market	Chisato Shibayama	Apr.2000
62. Deregulation, Monitoring and Ownership structure:A Case Study of Japanese Banks	Akihiko Kawaura	Apr.2000
63. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第3号	北東アジア-サハリン研究会	Apr.2000
64. A Cooperative and Competitive Organizational Culture, Innovation, and Performance: An Empirical Study of Japanese Sales Departments	Makoto Matsuo	May 2000
65. Foreign Exchange Market Maker's Optimal Spread with Heterogeneous Expectations	Ryosuke Wada	Jun.2000
66. ダンピングとダンピング防止法の起源 歴史的文脈における「不公正貿易」概念の成立	柴山千里	Oct.2000
67. The Organizational Learning Process: A Review	Makoto Matsuo	Dec.2000
68. The Weak Core of Simple Games with Ordinal Preferences: Implementation in Nash Equilibrium	Tomoichi Shinotsuka & Koji Takamiya	Jan.2001
69. 業態開発におけるイノベーションと競争-ビブレのケース-	近藤公彦	Jan.2001
70. Budget Distribution Problem	Tomoichi Shinotsuka	Feb.2001
71. 小売バイヤー組織の機能と顧客対応	伊藤 一	May 2001
72. The Effect of Intra-Organizational Competition on Knowledge Creation:Case Study of a Japanese Financial Company	Makoto Matsuo	May 2001
73. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第4号	北東アジア-サハリン研究会	Mar.2001
74. The Weak Core of Simple Games with Ordinal Preferences: Implementation in Nash Equilibrium	Tomoichi Shinotsuka & Koji Takamiya	Oct.2001
75. 環境保全型河川計画と景観構築に係る計画技術の研究	地域環境問題研究会 (代表 八木宏樹)	Oct.2001
76. Additivity, Bounds, and Continuity in Budget Distribution Problem	Tomoichi Shinotsuka	Dec.2001

77. Monetary Policy in Bhutan: Implications of Indian Rupee Circulation	Akihiko Kawaura	Dec.2001
78. Optimal Multiobject Auctions with Correlated Types	Tomoichi Shinotsuka & Simon Wilkie	Feb.2002
79. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第5号	北東アジア・サハリン研究会	Mar.2002
80. The Case Study of Retail Buying Organization in Japanese Context	Hajime Itoh	Mar.2002
81. 宿泊業のサービスのサービス構成要素に関する重要度調査法に関しての一考察 北海道への台湾人観光客の事例を中心に	稲葉由之&沈潔如&伊藤 一	Feb.2003
82. ブティック経営における販売要素の分析 -AHPによる経営者・販売員間における重要度認識比較に関する一考察-	伊藤 一&橋詰敦樹	Mar.2003
83. 温泉地に対するイメージギャップに関する調査	伊藤 一	Mar.2003
84. Literature Review on Retail Buyer from Research on Industrial Purchasing	Hajime Itoh	
85. The Comparison Study on Retail Buyer Behaviour between UK, Australia and Japan	Hajime Itoh	
86. 社会科学研究の基礎－大学院生のための研究法－	ダン・レメニイ他著 抄訳 稲葉由之&奥瀬善之 &近藤公彦&玉井健一 &高宮城朝則&松尾 睦	Mar.2002
87. マーケティング行為からみた小売業による需要創造 －明治期呉服店の経営行為を考察対象として－	坂川裕司	May 2002
88. Interdependent Utility Functions in an Intergenerational Context	Tomoichi Shinotsuka	May 2002
89. Internal and External Views of the Corporate Reputation in the Japanese Hotel Industry	Hajime Itoh	Feb.2003
90. サハリン石油・ガス開発プロジェクトと北海道経済の活性化 第6号	北東アジア・サハリン研究会	Mar.2003
91. 小売購買行動研究に関する展望 －「買い手視点」での小売購買行動研究に向けて－	坂川裕司	May 2003
92. 商品購買における「情報システムの逆機能」 －リスク回避的バイヤーにみる合理性とその弊害－	坂川裕司	Sep.2003
93. An Experiment of Round-Robin Tournament by Excel's Macro -Using 160 Students' Data from Cournot Duopoly Game-	Masaru Uzawa	Apr.2004
94. Earnings Management through Deferred Tax Assets -In Case of Banking Company-	Hiroshi Onuma	Jun.2004
97. Competition between Matching Markets	Koji Yokota	May 2005
98. On the role of asymmetric information in the aggregate matching function	Koji Yokota	Apr.2006
99. A note on Optimal Taxation in the Presence of Externalities	Tomoichi Shinotsuka & Ko Sumino	Feb.2005
100. A Note on Jones' Model of Growth	Mutsuhiro Kato	Mar.2005
101. 整数ナップサック問題が多項式時間で解ける特殊な場合を定める条件について	飯田浩志	Jul.2005
102. IT技術者の熟達化と経験学習	松尾 睦	Sep.2005
103. Product De-listing by Retail Buyers: Relational Antecedents and Consequences	Gary Davies & Hajime Itoh	Dec.2005
104. 米国地域経営史における多文化主義的発展－1930年代ミシガン州プリントにおけるアフリカ系コミュニティの起業基盤を中心に－	高田 聡	May 2006
105. 環境便益を反映させた環境指標の開発 Developing an environmental indicator including environmental benefits	山本 充	Apr.2006
106. A Critical Investigation of Long-run Properties of Endogenous Growth Models	Mutsuhiro Kato	May 2006
107. What is National Income in Jones' Model of Growth? :An Expository Annotation	Mutsuhiro Kato	Jun.2006
108. A Further Analysis of the Consumer Behavior in Jones' R&D-Based Model of Economic Growth	Mutsuhiro Kato	Aug.2006
109. 看護師の経験学習プロセス	松尾 睦 & 正岡経子 & 吉田真奈美 & 丸山知子 & 荒木奈緒	Feb.2007
110. Comments on knapsack problems with a penalty	Iida Hiroshi	Mar.2007
111. 看護師の経験学習に関する記述的分析	松尾 睦 & 正岡経子 & 吉田真奈美 & 丸山知子 & 荒木奈緒	Jul.2007
112. 頂点被覆へのリスト減少法の解析に関する一考察	飯田浩志	Dec.2007
113. 小中学校における校長の経営観－探索的分析－	松尾 睦	Dec.2007
114. インタビュー調査：戦後復興期大阪における自転車部品製造業者・問屋の経営活動	田中幹大	Apr.2008
115. Partitionのある風景	飯田浩志	Jun.2008
116. Multiproduct Firms and Dumping	Chisato Shibayama & Yasunori Ishii	Jul.2008
117. モスクワの低層住宅団地開発－2つのケース－	小田福男	Mar.2009
118. 整数ナップサックの周期性について	飯田浩志	Mar.2009

119.	Discussion paper series no.118への補遺	飯田浩志	Jul.2009
120.	環境フィードバック効果を考慮したSandmoモデルによる二重配当仮説の再考察	角野 浩	Jul.2009
121.	部分線形モデルの差分推定量の漸近理論	劉 慶豊	Oct.2009
122.	モデル平均理論の新展開	劉 慶豊	Oct.2009
123.	Production Theory with Convex Labor Friction: Foundation of an Optimal Non-market-clearing Economy	Koji Yokota	Dec.2009
124.	19世紀ドイツの農村ゲマインデ制と政治参加資格 ---北西ドイツ・ハノーファーを中心に----	平井 進	Feb.2010
125.	環境経営と企業業績に関する実証研究（再検討：2003-2008）	加賀田和弘	Apr.2010
126.	「北海道ブランド」の仕入れに関する研究 —台湾小売バイヤーの視点から—	沈 潔如	Apr.2010
127.	Generalized Cp Model Averaging for Heteroskedastic models	Qingfeng Liu	Oct.2010
128.	How to solve the collapsing subset-sum problem revisited	Hiroshi Iida	Jan.2011
129.	顧客関係のマネジメントの系譜	近藤公彦	Feb.2011
130.	An Application of Forecast Combination Methods to Default Risk Prediction	Qingfeng Liu	Feb.2011
131.	An effect of consumer's earlier decision to purchase a discount ticket	Ryosuke Ishii & Kuninori Nakagawa	Feb.2011
132.	On the Behavior of money flows on the real side and the financial side in Hokkaido prefecture	Toshiaki Kanzaki	Mar.2011
133.	星野リゾート—顧客志向の組織マネジメント—	乙政佐吉 & 近藤隆史	Mar.2011
134.	（ケース）札幌ビズカフェー地域企業家ネットワークにおける中間主導型組織の役割—	加藤敬太	Mar.2011
135.	二重配当効果の最適課税ルールにしたがった再評価	角野 浩	Mar.2011
136.	18・19世紀前半北海沿岸農村社会の地域役職者：Landschaft Eiderstedt	平井 進	Mar.2011
137.	Tax Collecting Efforts and Local Allocation Tax Grants in Japan: The Effect of Administrative Reform Incentive Assessment on Local Tax Collection Rates	Mitsunari Ishida	Mar.2011
138.	The bargaining family with strategic interaction	Atsue Mizushima & Koichi Futagami	Mar.2011
139.	Generalized Cp Model Averaging for Heteroskedastic Models (Revised Version)	Qingfeng Liu	Apr.2011
140.	Exclusion of agents, virtual surplus and a transversality condition in adverse selection	Naoki Kojima	May 2011
141.	Implementability by a canonical indirect mechanism of an optimal two-dimensional direct mechanism	Naoki Kojima	Jun.2011
142.	18・19世紀前半北西ドイツ北海沿岸地方の領邦官吏と自治組織役職者：Landschaft S?derdithmarschen	平井 進	Jun.2011
143.	CRMにおける顧客関係のマネジメント	近藤公彦	Aug.2011
144.	企業家ネットワークによる地域企業のビジネスシステム・イノベーション—サマライ日本プロジェクトの事例分析—	加藤敬太	Oct.2011
145.	Observable Actions	Ryosuke Ishii	Nov.2012
146.	Dumping in Transition Economies and the Effects of Anti-Dumping Policy	Chisato Shibayama & Yasunori Ishii	Mar.2012
147.	Time Discount and Convex Hiring Cost	Koji Yokota	May 2012
148.	Two-dimensional Mechanism Design and Implementability by an Indirect Mechanism	Naoki Kojima	Jun.2012
149.	北海道経済と開発のプロセス	神崎稔章	Dec.2012
150.	道内における地域経済の現状について	渡久地朝央 & Baljinnyam Maitsetseg	Dec.2012
151.	モンゴルにおける資本主義転換後の地域間経済格差に関するパネルデータ分析	渡久地朝央 & Baljinnyam Maitsetseg	Dec.2012
152.	モンゴルにおける食肉価格の動向に関するパネルデータ分析	Baljinnyam Maitsetseg & 渡久地朝央	Dec.2012
153.	付加価値率の動向と地方自治体による政策効果の関係について—北海道における製造産業を対象としたパネルデータ分析—	渡久地朝央	Dec.2012
154.	CRMにおける組織能力	近藤公彦	Feb.2013
155.	19世紀北西ドイツの農村ゲマインデ制の変革---自治参加資格と家屋・土地保有要件---	平井 進	Feb.2013
156.	北海道における産業クラスターに関する文献資料目録	加藤敬太	Mar.2013
157.	トヨタ自動車北海道のマネジメント	乙政佐吉	Mar.2013
158.	Mechanism design to the budget constrained buyer: a canonical mechanism approach	Naoki Kojima	May 2013
159.	First Price Package Auction with Many Traders	Yasuhiro Shirata	Jun.2013
160.	整数ナップサックの周期性についてあれこれ	飯田浩志	Jul.2013

161. Non-cooperative versus Cooperative Family	Atsue Mizushima & Koichi Futagami	Oct.2013
162. Perverse effects of a ban on child labour in an overlapping generations model	Kouki Sugawara & Atsue Mizushima & Koichi Futagami	Oct.2013
163. Human Infrastructure, Child Labor, and Growth	Atsue Mizushima	Oct.2013
164. 18・19世紀前半北海沿岸農村社会の指導的地域役職者・領邦地方官吏と土地所有：Landschaft Norderdithmarschen	平井 進	Mar.2014
165. ビジネスシステムの形成から見る6次産業化—バイオニアジャパングループの事例分析—	笹本香菜 & 加藤敬太	Mar.2014
166. ナップサック問題への2近似算法について雑感	飯田浩志	Jul.2014
167. A further addendum to "Some thoughts on the 2-approximation algorithm for knapsack problems: A survey"	Hiroshi Iida	Nov.2014
168. ワイン産業における企業家コミュニティ—北海道と山梨県の比較事例研究—	長村知幸	Jan.2015
169. サハリン住宅建設企業の動向—2013年9月調査に基づいて—	小田福男	Mar.2015
170. Asymptotic cumulants of some information criteria	Haruhiko Ogasawara	Apr.2015
171. k KPをめぐる雑感	飯田浩志	Jun.2015
172. Should income inequality be praised? Multiple public goods Provision, income distribution and social welfare	Jun-ichi Itaya & Atsue Mizushima	Jun.2015
173. 三種の k KP \rightarrow \square \rightarrow 0-1KPまとめ	飯田浩志	Nov.2015
174. Asymptotic cumulants of some information criteria (2nd version)	Haruhiko Ogasawara	Nov.2015
175. A family of the adjusted estimators maximizing the asymptotic mean expected log-likelihood	Haruhiko Ogasawara	Nov.2015
176. Distribution-free properties of some asymptotic cumulants for the Mallows C_p and its modifications	Haruhiko Ogasawara	Dec.2015
177. A family of the adjusted estimators maximizing the asymptotic predictive expected log-likelihood (2nd version)	Haruhiko Ogasawara	Feb.2016
178. サハリン低層住宅調査(2015年秋)	小田福男	Mar.2016

**Discussion Paper Series
Center for Glocal Strategy
Otaru University of Commerce**

179. 又別のE- k KP \rightarrow 0-1KP	飯田浩志	Apr.2016
180. 企業の配当行動が利益平準化行動に及ぼす影響	市原啓善	May 2016
181. General screening contracts to budget-constrained agents	Naoki Kojima	Nov.2016
182. The revelation principle and regularity conditions	Naoki Kojima	Nov.2016
183. Durable goods, upgrades and price-quality competition in network externalities	Naoki Kojima	Nov.2016
184. Predictive estimation of a covariance matrix and its structural parameters	Haruhiko Ogasawara	Nov.2016
185. 直接 k KP \rightarrow 0-1KP模索中	飯田浩志	Feb.2017
186. ナップサック問題あたりの最近の話題	飯田浩志	Apr.2017

Discussion Paper Series Center for Business Creation No.53-178 Jun.1999-Mar.2016

Discussion Paper Series Institute of Economic Research Otaru University of Commerce No.1-52 Jul.1992-Mar.1999

Discussion Paper Series Department of Economics, Otaru University of Commerce No.1-16 Feb.1985-Oct.1991

Discussion Paper Series Department of Commerce, Otaru University of Commerce No.1-2 Apr.1985-May 1989

Center for Glocal Strategy, National University Corporation Otaru University of Commerce
3-5-21, Midori, Otaru, Hokkaido 047-8501, Japan Tel +81-134-27-5290 Fax +81-134-27-5293
E-mail:cbcjimu@office.otaru-uc.ac.jp

国立大学法人小樽商科大学グローバル戦略推進センター研究支援部門
〒047-8501 北海道小樽市緑3丁目5番21号 Tel 0134-27-5290 Fax 0134-27-5293
E-mail:cbcjimu@office.otaru-uc.ac.jp