

第3章 需要の基礎的分析

第3章では、第2章で説明した需要の理論をもう少し厳密に展開する。まず、予算制約線の性質について検討する。次に、好み(選好)をあらわす効用関数から、無差別曲線を導く。予算制約線と無差別曲線を考慮すると、消費者均衡点(最適消費計画の点)では、限界代替率と相対価格が等しいことがわかる。さらに、需要関数の性質をいくつか検討する。また、具体的に、代替の弾力性が一定(CES型)の効用関数が与えられたとき、需要関数を求める。

1 需要関数の導出

予算制約

いま、第1財と第2財の1単位の市場価格をそれぞれ p_1 , p_2 とし、ある消費者の所得を M とする。彼女または彼が消費する第1財と第2財の消費量をそれぞれ x_1 , x_2 とする。所得の範囲内で彼女または彼は消費計画をたてるものとすれば、支出額は所得を超えない。

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq M, \text{ ただし, } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (3-1)$$

を満たす点 (x_1, x_2) の集合を彼女または彼の**予算制約集合**といい、図3-1の直角三角形 ABO の内部および周囲になる。ちなみに、点 A の座標は、 $(0, M/p_2)$ で、点 B の座標は、 $(M/p_1, 0)$ である。

線分 AB のことを、とくに、**予算制約線**といい、これは、

$$p_1x_1 + p_2x_2 = M, \text{ ただし, } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (3-1A)$$

を満たす点 (x_1, x_2) の集合である。

図 3-1 予算制約線と所得増加による予算制約線のシフト

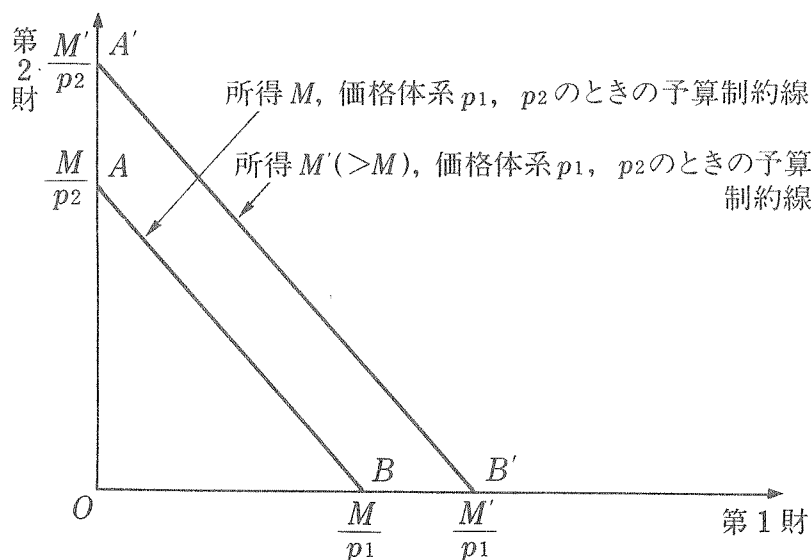
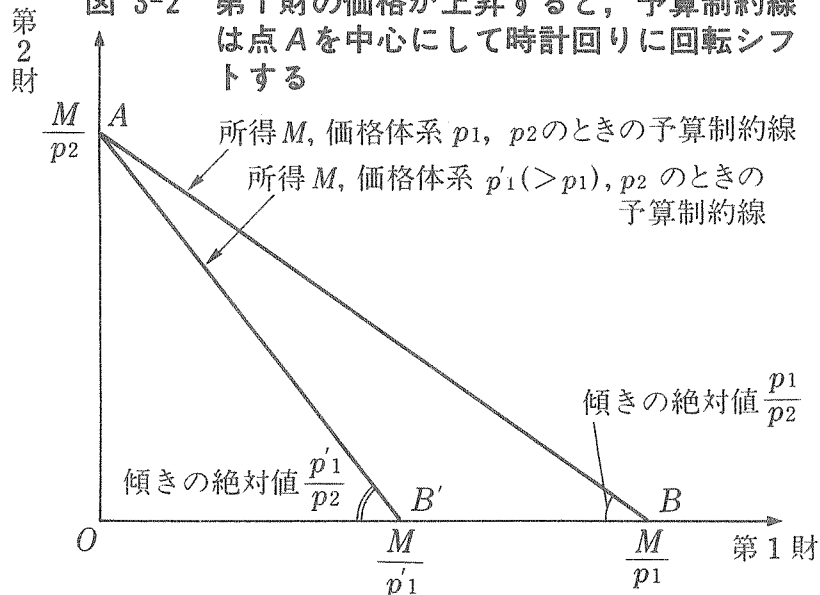


図 3-2 第1財の価格が上昇すると、予算制約線は点Aを中心にして時計回りに回転シフトする



(3-1A) より、 $x_2 = -(p_1/p_2)x_1 + M/p_2$ だから、予算制約線の傾きの絶対値は、 (p_1/p_2) となる。これは、第1財の第2財にたいする相対価格をあらわしている。

所得の変化と予算制約線の平行シフト

市場価格に変化がなく、彼女または彼の所得だけが変化すると、予算制約線はどのように変化するだろうか。

いま、所得が M から、 M' に増加したとする。予算制約線は、(3-1A) から次の (3-2) のように変化する。

$$p_1x_1 + p_2x_2 = M', \text{ ただし, } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (3-2)$$

すなわち、第1財の第2財にたいする相対価格は一定なので、図3-1において、線分 AB から線分 $A'B'$ に平行にシフトする。彼女または彼にとって、消費可能な範囲が所得の増加により直角三角形 ABO から、直角三角形 $A'B'O$ へ広がったことが確認できる。

市場価格の変化と予算制約線の回転シフト

彼女または彼の所得と、第2財の市場価格に変化がなく、第1財の市場価格だけが変化すると、予算制約線はどのように変化するだろうか。

いま、第1財の市場価格が p_1 から p_1' に増加したとする。予算制約線は、(3-1A) から次の (3-3) のように変化する。

$$p_1'x_1 + p_2x_2 = M, \text{ ただし, } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (3-3)$$

すなわち、第1財の第2財にたいする相対価格が (p_1/p_2) から (p_1'/p_2) へと増加する。ところが、与えられた所得で最大限購入できる第2財の消費量は一定なので、予算制約線は、図3-2において、線分 AB から線分 AB' に A を中心にして時計回りに回転シフトする。彼女または彼にとって、消費可能な範囲が第1財の市場価格が上昇したために、直角三角形 ABO から、直角三角形 $AB'O$ へ縮小したことが確認できる。

すべての市場価格と所得が同じ割合で変化する場合

すべての市場価格と彼女または彼の所得が同じ割合で変化すると、予算制約線はどのように変化するだろうか。

いま、すべての市場価格と所得が2倍になったとする。予算制約線は、(3-1A) から次の (3-4) のようになる。

$$2p_1x_1 + 2p_2x_2 = 2M, \text{ ただし, } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

したがって、簡単にすると、

$$p_1x_1 + p_2x_2 = M, \text{ ただし, } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (3-4)$$

すなわち、予算制約線は、変化しないことがわかる。

すべての市場価格と所得が同じ割合で変化すれば、彼女または彼にとって、消費可能な範囲は変わらないのである。

効用関数と無差別曲線

第2章で、ある財やサービス（あるいは、その組合せ）を消費すれば、消費者は、ある“満足”を感じ、これを効用と呼んだ。

彼女または彼が消費する第1財と第2財の消費量をそれぞれ x_1 , x_2 とすると、彼女または彼の効用 U を対応させる関数を考える。これを、効用関数 $U(x_1, x_2)$ といい、

$$U = U(x_1, x_2)$$

と書く。ここで、消費量は非負であるとする。

点 (x_1, x_2) と点 (x_1', x_2') における効用水準が同じとき、点 (x_1, x_2) と点 (x_1', x_2') は、無差別 (indifferent) であるという。任意の効用水準 u_0 と同じである消費の組合せの点の集合(3-5)を、 u_0 に対応する無差別曲線 $I(u_0)$ 、あるいは簡単に、無差別曲線という。

$$I(u_0) = \{ (x_1, x_2) \mid u_0 = U(x_1, x_2), \text{ ただし, } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \} \quad (3-5)$$

彼女または彼の好みを表現する効用関数が与えられると、(3-5)を満たす点がある効用水準 u_0 に対応した無差別曲線となる。効用水準をいろいろ変えると、異なった効用水準に対応する無差別曲線がそれぞれ得られる。

効用関数の例と無差別曲線の形状

代替の弾力性一定 (constant elasticity of substitutionを略してCESということもある) の効用関数を¹⁾

$$U(x_1, x_2) = \{ u(x_1, x_2) \}^k = Ax_1^k + Bx_2^k, \\ \text{ただし, } A > 0, B > 0, 0 < k < 1 \quad (3-6)$$

とする。 k の値が大きくなると、無差別曲線の曲がり方が緩やかになる。

図 3-3 CES 型効用関数のときの無差別曲線

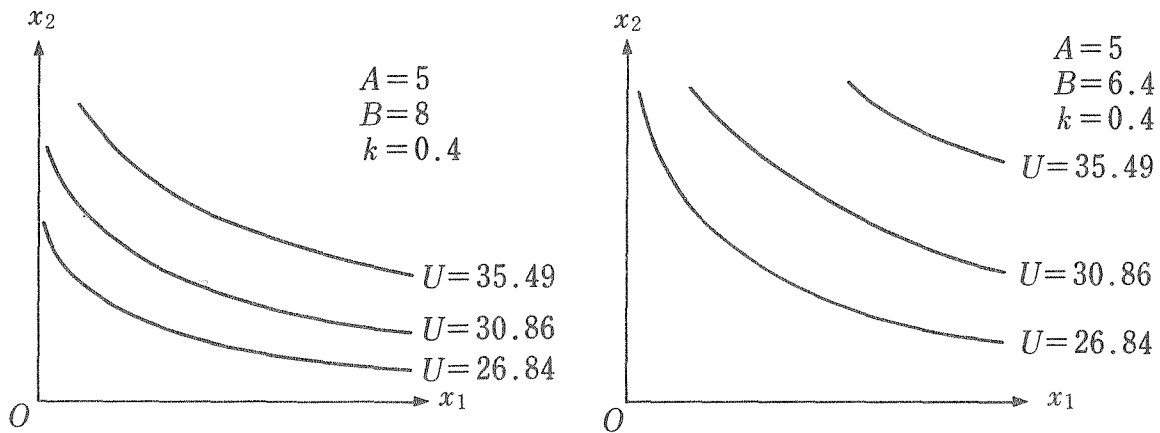


図3-3には、代替の弾力性一定 (CES) 型の効用関数に対応した無差別曲線が描かれている。二つのパラメータの組にたいして描かれているので、比較できるようになっている。

限界代替率

第1財にたいする第2財の限界代替率 (MRS_{12}) は、第2章ですでに学んだように、近似的には、第1財を追加1単位増加させるときに、同じ無差別曲線上にとどまるように最大限あきらめてもよい第2財の量をあらわす。厳密には、効用水準 $u = u_0$ に対応した無差別曲線上の点 (x_1, x_2) における第1財にたいする第2財の限界代替率 ($MRS_{12}(x_1, x_2)$) は、

$$MRS_{12}(x_1, x_2) = -\{dx_2/dx_1\}_{u=u_0} = MU_1/MU_2 \quad (3-7)$$

として求められる。ここで、 $MU_1 = \partial U(x_1, x_2) / \partial x_1$ および $MU_2 = \partial U(x_1, x_2) / \partial x_2$ は、それぞれ、第1財、および、第2財の限界効用をあらわす²⁾。

最適消費計画

図3-4には、予算制約線 AB と3本の代表的な (すなわち、点 H , E , および G を通る) 無差別曲線が描かれている。直角三角形 ABO の内部とその周囲は、彼女または彼が選択できる範囲を示している。この範囲の中で、最大の満足度 (効用) をもたらしてくれる点はどこだろうか。点 G は、三角形 ABO の外部

にあるので、たしかに効用水準は高いが、予算の範囲を越えているので考慮外になる。いま、三角形 ABO の内部にある点 H を考えてみよう。この点は、たしかに予算の範囲で購入できるが、効用がいちばん大きい点ではない。その理由は、予算の範囲内で、点 H の東北の方向(効用水準が高くなる)に、点 J のような点がとれるからである。予算の範囲内で、最大の効用をもたらす点を**最適消費計画の点**、または、**消費者均衡点**という。図3-4の場合、点 $E(x_1^*, x_2^*)$ が最適消費計画の点となる。

点 $E(x_1^*, x_2^*)$ では、ある無差別曲線が予算制約線に接している。言い替えると、

- (1) 限界代替率=相対価格、すなわち、

$$MRS_{12}(x_1^*, x_2^*) = p_1 / p_2 \quad (3-8)$$

- (2) 予算制約式を等号で満たす、すなわち、

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = M \quad (3-9)$$

が成立している。

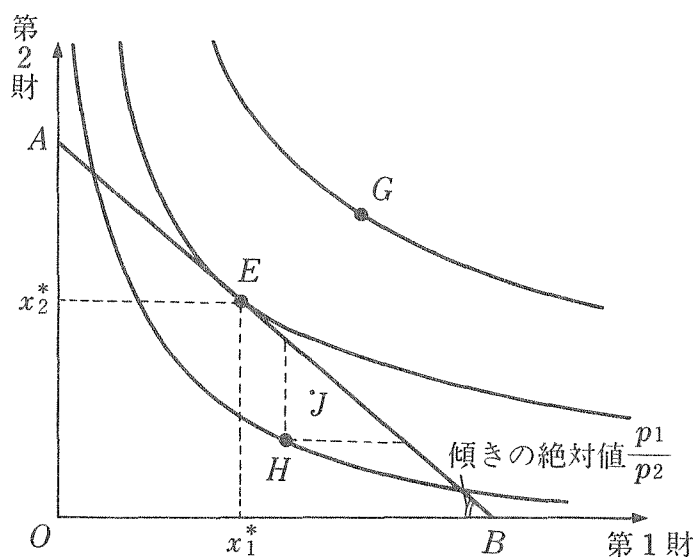
限界代替率が限界効用の比に等しいこと((3-7)式)に注意すれば、(3-8)は、

$$MU_1(x_1^*, x_2^*) / MU_2(x_1^*, x_2^*) = p_1 / p_2 \quad (3-8A)$$

または、

$$MU_1(x_1^*, x_2^*) / p_1 = MU_2(x_1^*, x_2^*) / p_2 \quad (3-8B)$$

図 3-4 最適消費計画の点を見つける



のように、変形できる。(3-8B)より、最適消費計画の点では、1円あたりの限界効用が等しくなっている。これを、**加重限界効用均等の法則**という³⁾。

効用関数 $U(x_1, x_2)$ が与えられていると、 $MU_1 = \partial U(x_1, x_2) / \partial x_1$ 、および、 $MU_2 = \partial U(x_1, x_2) / \partial x_2$ だから、(3-8A)と(3-9)を同時に満たす (x_1^*, x_2^*) が最適消費計画になる。

x_1^*, x_2^* は、一般に、価格体系 p_1, p_2 と、所得 M に依存しているので、

$$x_1^* = D_1(p_1, p_2, M) \quad (3-10A)$$

$$x_2^* = D_2(p_1, p_2, M) \quad (3-10B)$$

と書き、 x_1^*, x_2^* を、それぞれ第1財、第2財の需要量という。また、 $D_1(p_1, p_2, M)$ 、 $D_2(p_1, p_2, M)$ を、それぞれ第1財、第2財の需要関数、または、マーシャルの需要関数と呼ぶ⁴⁾⁵⁾。

すべての市場価格と所得が同じ割合で変化すれば、彼女または彼にとって、消費可能な範囲は変わらないから、需要量は変わらない。すなわち、任意の正数 λ にたいして、

$$x_1^* = D_1(\lambda p_1, \lambda p_2, \lambda M) = D_1(p_1, p_2, M) \quad (3-10A')$$

$$x_2^* = D_2(\lambda p_1, \lambda p_2, \lambda M) = D_2(p_1, p_2, M) \quad (3-10B')$$

が成立する。このとき、需要関数は、**0次同次関数**であるという。

端点解の可能性

無差別曲線の形状と、相対価格の大きさに依存して、最適消費計画は常に(3-8)を満たすわけではない。たとえば、効用関数を

$$U(x_1, x_2) = (x_1 + a)(x_2 + b) - ab, \text{ ただし, } a > 0, b > 0 \quad (3-11)$$

とする。この効用関数に対応した無差別曲線が縦軸を切り、さらに、点 $A(0, M/p_2)$ において、限界代替率 \leq 相対価格が成立するとき、 $x_1^* = 0$ 、 $x_2^* = M/p_2$ が最適消費計画となる。また、無差別曲線が横軸を切り、さらに、点 $B(M/p_1, 0)$ において、限界代替率 \geq 相対価格が成立するとき、 $x_1^* = M/p_1$ 、 $x_2^* = 0$ が最適消費計画となる。このような最適消費計画を**端点解**と呼ぶ。

現実には、消費者は、すべての財やサービスを購入していないので、そのと

き、端点解の場合が成立している。

間接効用関数と実証分析(需要の計量経済的分析)への応用

効用関数と予算制約式が与えられると、最適消費計画は、(3-8A)と(3-8B)を陽表的に解くことができれば、(3-10A)、(3-10B)で与えられる。これを、効用関数に代入すれば、与えられた価格体系 p_1, p_2 と、所得 M のもとで、達成可能な最大効用をあらわしている関数 $v(p_1, p_2, M)$ が得られる。

$$\begin{aligned} U(x_1^*, x_2^*) &= U(D_1(p_1, p_2, M), D_2(p_1, p_2, M)) \\ &= v(p_1, p_2, M) \end{aligned} \quad (3-12)$$

関数 $v(p_1, p_2, M)$ は、直接効用関数(direct utility function) $U(x_1, x_2)$ に対応する間接効用関数(indirect utility function)と呼ばれている。

間接効用関数 $v(p_1, p_2, M)$ とマーシャルの需要関数 $D_1(p_1, p_2, M)$ 、 $D_2(p_1, p_2, M)$ の間には、次のロワ(Roy)の恒等式が成立する⁶⁾。

$$D_1(p_1, p_2, M) = -\{\partial v(p_1, p_2, M) / \partial p_1\} / \{\partial v(p_1, p_2, M) / \partial M\} \quad (3-13A)$$

$$D_2(p_1, p_2, M) = -\{\partial v(p_1, p_2, M) / \partial p_2\} / \{\partial v(p_1, p_2, M) / \partial M\} \quad (3-13B)$$

需要分析は、ロワの恒等式を仲立ちにすれば、間接効用関数から進めることができるが、実は、それ以上の意味がある。

いま、(直接)効用関数と予算制約式から最適消費計画の点を(3-8)、(3-9)を解くことにより、理論的には、マーシャルの需要関数を手に入れることができる。しかしながら、任意に与えられた(直接)効用関数のクラスの場合は、複雑すぎて、特別なタイプにかぎって、陽表的に解くことができる。

ところが、間接効用関数から出発すれば、ロワの恒等式を用いて、簡単な偏微分をすることにより、マーシャルの需要関数を手に入れることができる。したがって、実際のデータをもとに、関数のパラメータを推定できる道が開かれてくる⁷⁾。

2 最適消費計画の特徴

消費者の所得が変化すると、消費者均衡点はどのように変化するだろうか。

最適消費計画は、予算制約線と無差別曲線が接する点として特徴づけることができた。無差別曲線は、所得や価格とは独立に決定されていたので、所得が変化しても無差別曲線には変化がない。ところが、予算制約線は、所得が増加すれば、その傾きを一定に保ったまま、原点から平行に遠ざかるので、彼女または彼が購入できる範囲は拡大する。したがって、達成できる効用水準は、所得の増加とともに上昇する。

図 3-5 所得変化による最適消費計画の軌跡
(所得-消費曲線)

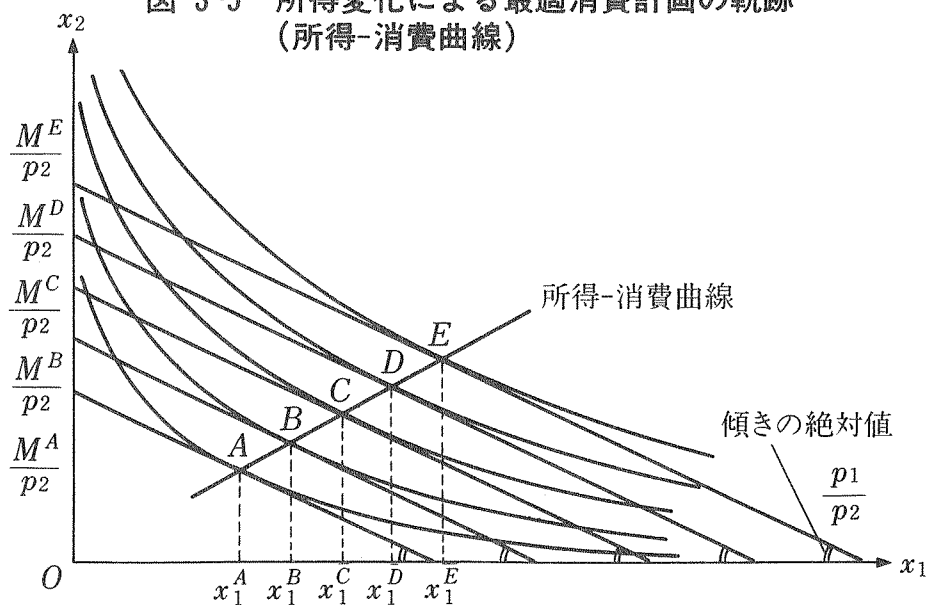
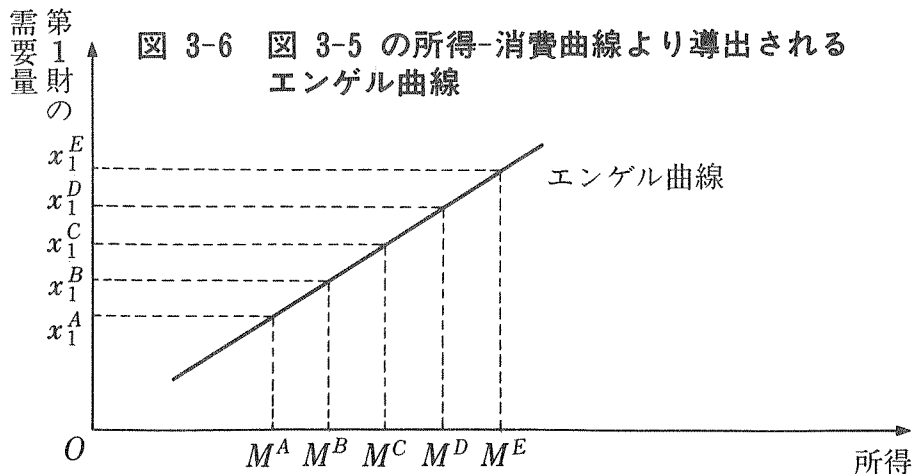


図 3-6 図 3-5 の所得-消費曲線より導出される
エンゲル曲線



各予算制約線と無差別曲線が接する最適消費計画の点の軌跡のことを、**所得-消費曲線**という。図3-5に、所得の水準が変わったときの最適消費計画の軌跡が描かれている。一般に、所得-消費曲線は、直線にならない。しかしながら、図3-5のように、CES型効用関数のときは、直線となる⁸⁾。

所得 M と、需要量 x_1^* または、 x_2^* についてグラフ表示したものが、それぞれ、第1財と第2財のエンゲル曲線である。(3-10A)と(3-10B)から明らかなように、所得-消費曲線もエンゲル曲線も、価格体系 p_1, p_2 と好み(選好)に依存している。図3-6に、図3-5に対応した第1財のエンゲル曲線が描かれている。

上級財と下級財

多くのデータによると、一般には、所得が増えたとき、需要量が増える。ところが、所得が増えたとき、かえって、需要量が減少することもある。

第2章第4節で述べたように、価格を一定にして、所得が増えるとき需要量が増える財やサービスを**上級財(正常財)**と呼び、所得が増えるとき需要量が減少する財やサービスを**下級財(劣等財)**と呼ぶ。

すると、マーシャルの需要関数(3-10A)と(3-10B)より、

$$\partial D_i(p_1, p_2, M) / \partial M \quad (i=1, 2) \quad (3-14)$$

の符号が正のとき、財 i は上級財、その符号が負のとき、下級財である。

したがって、ある消費者にとって下級財となるが、他の消費者には上級財になる場合もでてくる。

需要の所得弾力性

ある財 i の需要の所得弾力性を η_i とすると、

$$\eta_i = (\text{第}i\text{財の需要量の変化率}) / (\text{所得の変化率}) \quad (3-15)$$

で約束される。厳密には、

$$\eta_i = \frac{M}{D_i(p_1, p_2, M)} \cdot \frac{\partial D_i(p_1, p_2, M)}{\partial M} \quad (3-15A)$$

で定義されている。この値は、変化率の比で定義されているので、無名数である。

表3-1 1970年の、15カ国の所得弾力性の値とディヴィジア分散

	食料, 飲料, タバコ	被服およ び履物	地代, 光熱	家具, 家事 用品	保健 医療	交通・ 通信	娯楽・ 教育	その他 の消費 支出	ディヴィ ジア分散
インド	0.73	1.08	1.33	1.89	2.22	1.48	1.69	1.50	0.1600
韓国	0.68	1.08	1.28	1.59	1.72	1.37	1.49	1.39	0.1332
フィリピン	0.68	1.08	1.28	1.57	1.69	1.36	1.48	1.38	0.1317
マレーシア	0.64	1.07	1.25	1.48	1.57	1.33	1.42	1.34	0.1278
コロンビア	0.64	1.07	1.25	1.48	1.56	1.33	1.41	1.34	0.1277
イラン	0.63	1.07	1.25	1.47	1.55	1.32	1.41	1.33	0.1275
ハンガリー	0.50	1.07	1.21	1.35	1.39	1.26	1.31	1.27	0.1359
イタリア	0.45	1.07	1.20	1.33	1.37	1.25	1.30	1.26	0.1412
日本	0.45	1.07	1.20	1.33	1.36	1.25	1.30	1.26	0.1417
オランダ	0.36	1.07	1.19	1.30	1.34	1.23	1.28	1.24	0.1529
イギリス	0.36	1.07	1.19	1.30	1.34	1.23	1.28	1.24	0.1530
旧西ドイツ	0.35	1.07	1.19	1.30	1.33	1.23	1.27	1.24	0.1549
フランス	0.34	1.07	1.19	1.30	1.33	1.23	1.27	1.24	0.1563
ベルギー	0.32	1.07	1.19	1.30	1.32	1.23	1.27	1.23	0.1595
アメリカ	0.10	1.07	1.18	1.27	1.29	1.21	1.25	1.22	0.1934

備考：彼らは、支出シェア $w_i = p_i \cdot D_i$ を所得 M を用いて、 $w_i = \alpha_i + \beta_i \log(M)$ と定式化する。これは、the Working-Leser model と呼ばれるモデルである。そこで、 $\eta_i = \partial \{\log(D_i)\} / \partial \{\log(M)\} = 1 + \beta_i / w_i$ を使用して、所得弾力性の値を求めている。また、ディヴィジア分散 (Divisia variance) は、

$$V = \sum_{i=1}^n w_i \cdot (\eta_i - 1)^2$$

で定義され、平均からのバラツキの程度をあらわす。

出所：Clements, Kenneth W., Frederick E. Suhm and Henri Theil [1979], "A Cross-Country Tabulation of Income Elasticities of Demand," *Economics Letters*, Vol.3, p.201.

表3-1には、Clements, Suhm and Theil [1979] によって計測された、1970年の、15カ国の需要の所得弾力性の値が掲載されている。各国は、1人あたり実質所得の少ないほうから多いほうに順に並べられている。たとえば、所得の水準が高まると食料の所得弾力性が低くなることがわかる。

価格の変化と最適消費計画

所得 M と第2財の価格 p_2 が一定のとき、第1財の価格 p_1 だけが変化したとき、最適消費計画はどのように変化するだろうか。いま、第1財の価格が上昇するときは、予算制約線は、点 $(0, M/p_2)$ を中心に、時計回りに回転し、彼女または彼が購入できる範囲は狭められてくる。したがって、消費者が達成できる

図 3-7 第 1 財の価格変化による最適消費計画の軌跡
(価格-消費曲線)

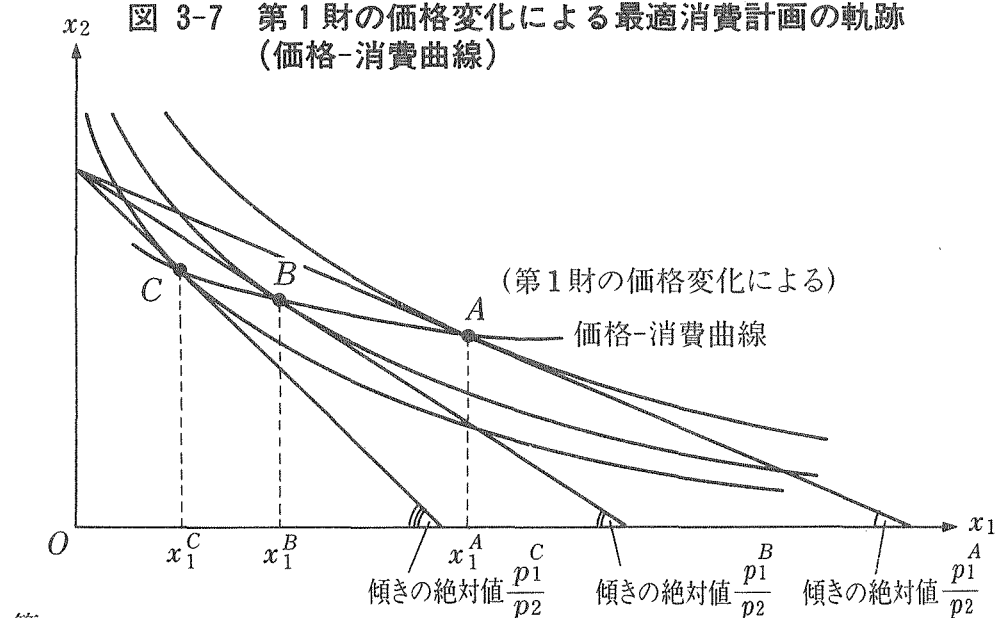
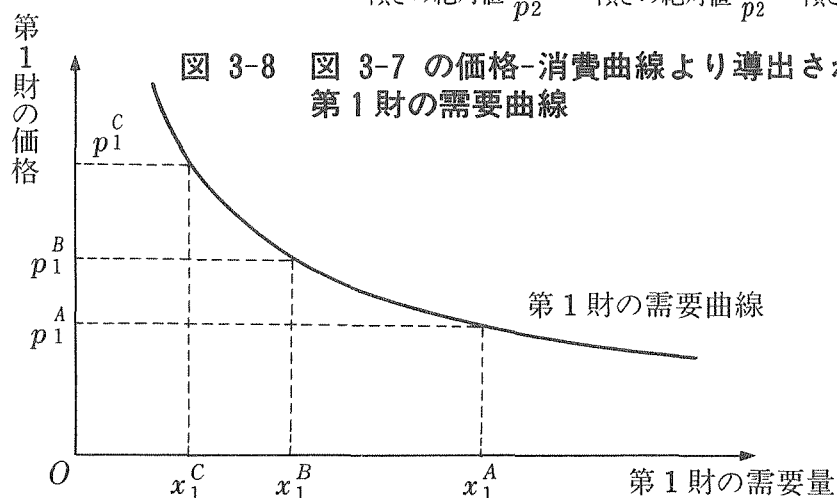


図 3-8 図 3-7 の価格-消費曲線より導出される
第 1 財の需要曲線



効用水準は、価格の上昇とともに減少する。

各予算制約線と無差別曲線が接する最適消費計画の点の軌跡のことを、**価格-消費曲線**という。図3-7に、価格の水準が変わったときの最適消費計画の軌跡が描かれている。一般に、価格-消費曲線は、直線にならない。しかしながら、たとえば、コブ=ダグラス型効用関数のときは、点 $(0, \{b/(a+b)\}(M/p_2))$ を通る直線となる⁹⁾。

所与の好み (選好)、所得 M と、第 2 財の価格 p_2 のもとで、第 1 財の需要量と第 1 財の価格との関係をグラフ表示したものが、第 1 財の需要曲線である。マーシャル以来の慣習で、価格は縦軸に測ってある。図3-8には、右下がりの第 1 財の需要曲線が描かれている。

右下がりの需要曲線

需要曲線が右下がりであること、すなわち、価格が高くなれば、需要量を減少させるという行動は、日常生活の体験に合致している。では、需要曲線は、いつも右下がりなのだろうか。あるいは、逆に、需要曲線が右下がりになるためには、好み(選好)に関してなんらかの制約が課せられるのだろうか。このことを明らかにするには、価格の変化が持つ意味と、それが需要量の変化にどのような形でかかわるかを詳しく検討する必要がある。

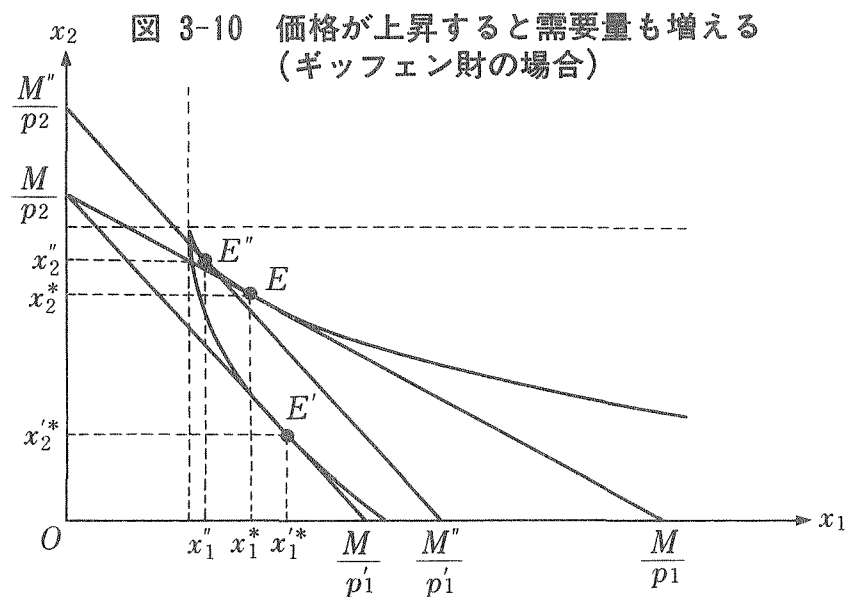
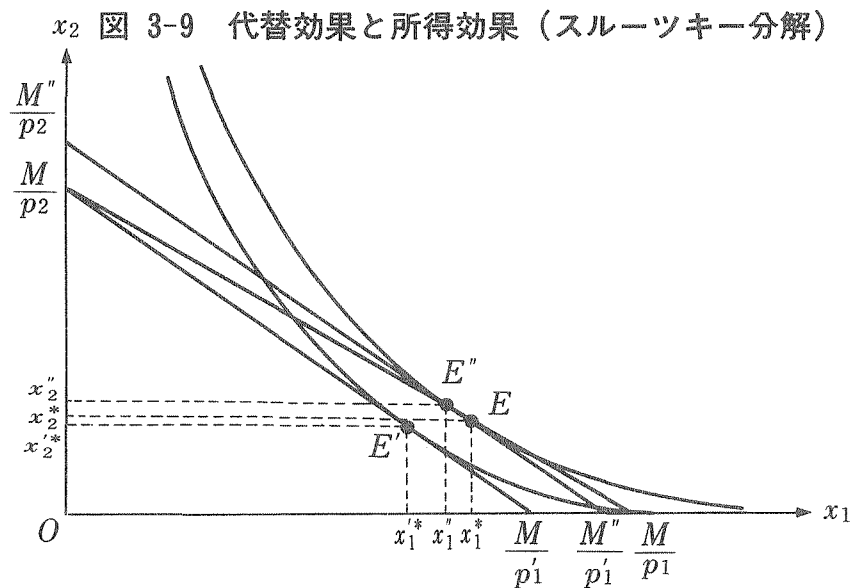
いま、所得 M と、第2財の市場価格 p_2 を一定にして、第1財の価格が p_1 から p_1' へ上昇した場合を考えよう。消費者の最適消費計画の点は、 E から E' へ移動する。すなわち、彼女または彼の効用水準は減少している。

図3-9には、効用関数が、 $U(x_1, x_2) = 10x_1^{1/2} + 8x_2^{1/2}$ で、 $M = 10000$ 、 $p_2 = 200$ 、 $p_1 = 100$ 、 $p_1' = 120$ のケースが描かれている。達成できる効用水準は、 $U = 114.8912$ から $U = 107.3934$ へと、減少している。

点 E から点 E' への移動は、図3-9のように、 E'' を介して、 E から E'' への移動と、 E'' から E' への移動の合成とも考えられる。ここで、 E'' は、 E' を通る予算制約線に平行な予算制約線が、 E を通る無差別曲線と接する点である。 E'' における所得水準(これを、 M'' とおく)と、 E' における所得水準 M との差($M'' - M$)を所得の補償変分という。点 E'' は、新しい価格体系(p_1', p_2)のもとで、点 E と同じ効用水準を達成できる。

点 E における価格体系が(p_1, p_2)であることを考慮すると、 E から E'' への移動は、第1財の価格が相対的に高くなったため、第2財を増やして第1財を減らすことで同じ効用水準を達成している。すなわち、彼女または彼は、第2財を第1財に代替することで同じ無差別曲線上にとどまっている。したがって、 E から E'' への移動を代替効果(substitution effect)と呼ぶ。また、 E'' から E' への移動は、第1財の価格が増加したために、所得 M の実質購買力が減少しているので、所得効果(income effect)と呼べる。

点 $E(x_1^*, x_2^*)$ 、点 $E'(x_1'^*, x_2'^*)$ 、点 $E''(x_1'', x_2'')$ とすれば、第1財の価格変化による需要量の変化(これを、価格効果(price effect)または、全部効果(total



effect) という) は, (3-16A), (3-16B) のように, 代替効果と所得効果の和になっている。これは, スルーツキー (Slutsky, E.; 1880-1948) によって説明されたので, スルーツキー分解と呼ばれる¹⁰⁾。

$$\frac{x_1'^* - x_1^*}{p_1' - p_1} = \frac{x_1'' - x_1^*}{p_1' - p_1} + \frac{x_1'^* - x_1''}{p_1' - p_1} \quad (3-16A)$$

$$\frac{x_2'^* - x_2^*}{p_1' - p_1} = \frac{x_2'' - x_2^*}{p_1' - p_1} + \frac{x_2'^* - x_2''}{p_1' - p_1} \quad (3-16B)$$

要約すると, 代替効果は, 右下がりの無差別曲線に沿った点 E から点 E'' への移動である。第 1 財の価格が上昇すると, 第 1 財の需要量は必ず減少するので,

代替効果は負である。所得効果は、正負いずれの値も取り得る。第1財の価格が上昇すると、実質所得が減少するので、上級財の場合は、所得効果は負、下級財の場合は、所得効果は正となる。

したがって、右下がりの需要曲線が成立するための条件は、

[1] 上級財の場合 [所得効果が負]、または、

[2] 下級財の場合 [所得効果が正] で、負の代替効果を上回らない、

ことである。

同様にして、(3-16B) についても、その符号を検討できるので、読者に任せよう。

以上の議論は、第1財の価格が下落した場合についても成立する。

右上がりの需要曲線（ギッフェン財）

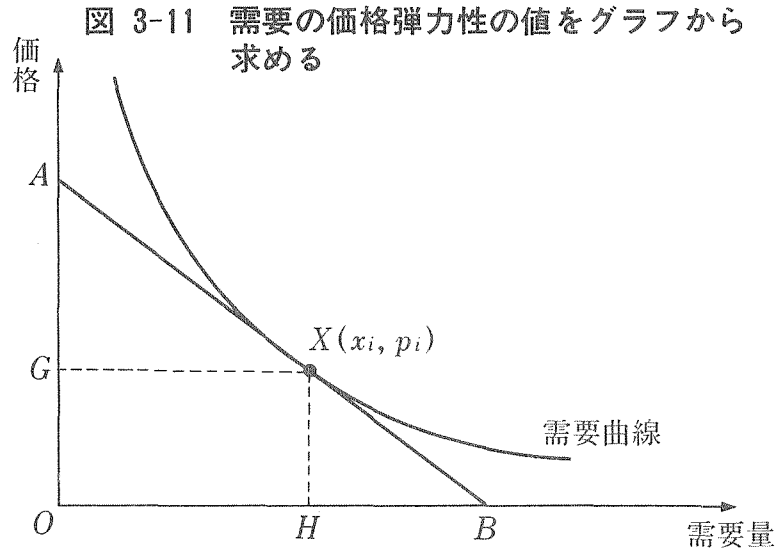
下級財の場合で、[2]の条件を満たさないとき、すなわち、正の所得効果が代替効果を上回る場合は、価格が上昇したときに需要量が上昇するという異常なケースが生じる。このケースを発見したとされるギッフェン (Robert Giffen, 1837-1910) にちなんで、ギッフェン・パラドックスといい、その財をギッフェン財という。図3-10にギッフェン財の場合が描かれている¹¹⁾。効用関数は、 $U(x_1, x_2) = (x_1 - 10) / (20 - x_2)^2$ で、 $M = 10000$, $p_2 = 450$, $p_1 = 200$, $p_1' = 400$ のケースである。達成できる効用水準は、 $U = 0.253125$ から $U = 0.0421875$ へと、減少している。

〔需要の法則〕

ギッフェン財を除けば、需要曲線は右下がりである。すなわち、価格が上昇すれば、需要量は減少する。

需要の価格弾力性

図3-11のような需要曲線が与えられているとき、任意の点 X における需要の価格弾力性は、次のようにして求めることができる。いま、点 X において、与えられた需要曲線に接線を引き、グラフの縦軸と横軸に交わる点をそれぞれ A ,



B とする。また、点 X から縦軸と横軸にそれぞれ垂線を引き、その足をそれぞれ G と H とする。

点 X における第 i 財の需要の価格弾力性 ϵ_i は、

$$\epsilon_i = XB / AX = HB / OH = GO / AG \quad (3-17)$$

で計算できる。点 $X(x_i, p_i)$ とすると、 $p_i / x_i = XH / OH$ 、 $-\Delta x_i / \Delta p_i = HB / XH$ であるので、

$$\begin{aligned} \epsilon_i &= \{p_i / x_i\} \{-\Delta x_i / \Delta p_i\} \\ &= \{XH / OH\} \{HB / XH\} \\ &= HB / OH \end{aligned}$$

が得られる。残りの関係式は、 $\triangle AGX \propto \triangle XHB$ よりでてくる。

需要の交差弾力性

需要の交差弾力性は、第 j 財の価格が1%変化したときに、第 i 財の需要量が何%変化するかを示すものである。第 j 財の価格が p_j から $p_j + \Delta p_j$ に変化したときに、第 i 財の需要量が x_i から $x_i + \Delta x_i$ に変化する場合を考える。第 i 財の第 j 財の価格に関する需要の交差弾力性 ϵ_{ij} は、

$$\epsilon_{ij} = \{\Delta x_i / x_i\} / \{\Delta p_j / p_j\} \quad (3-18)$$

で求められる。厳密には、

$$\varepsilon_{ij} = \{p_j/x_i\} \{\partial x_i/\partial p_j\} \quad (3-18A)$$

で定義される。

第*i*財と第*j*財の関係をあらわしている、 ε_{ij} の符号は、 $\partial x_i/\partial p_j$ の符号と一致し、正負いずれの値も取り得る。いま、チョコレートパフェとヨーグルトムースの例を考えてみよう。ヨーグルトムース（第*j*財）の価格が高くなると、彼女または彼は、ヨーグルトムースの需要量を減少させ、チョコレートパフェ（第*i*財）の需要量を増加させることが観察できたとする。彼女または彼にとって、チョコレートパフェとヨーグルトムースは代替可能であろうから、 $\varepsilon_{ij} > 0$ ，すなわち、 $\partial x_i/\partial p_j > 0$ ならば、第*i*財は第*j*財にたいして、**粗代替財**(gross substitutes) という。所得効果を含んで定義されているので、粗概念を用いる。

次に、コンパクトディスクとディスクプレイヤーの例で考えてみよう。ディスクプレイヤー（第*j*財）の価格が安くなると、彼女または彼は、ディスクプレイヤーの需要量を増加させ、コンパクトディスク（第*i*財）の需要量を減少させることが観察できたとする。彼女または彼にとって、コンパクトディスクとディスクプレイヤーの使用は、補完的であるから、 $\varepsilon_{ij} < 0$ ，すなわち、 $\partial x_i/\partial p_j < 0$ ならば、第*i*財は第*j*財にたいして、**粗補完財** (gross complements) という。

もし、 $\varepsilon_{ij} = 0$ ，すなわち、 $\partial x_i/\partial p_j = 0$ ならば、第*i*財は第*j*財にたいして、**独立財** (independents) という。

3 CES型効用関数のもとの需要関数

予算制約式と効用関数が具体的に与えられていると、需要関数は次のようにして求められる。いま、予算制約式が

$$p_1x_1 + p_2x_2 = M \quad (3-4)$$

で与えられている場合を考える。ここで、 p_1 は第1財1単位の市場価格、 p_2 は第2財1単位の市場価格、 M は消費者の所得、 x_1 は、その消費者の第1財の消費量、 x_2 は第2財の消費量を示す。

代替の弾力性一定(CES)の効用関数の場合は¹⁾、

$$U(x_1, x_2) = \{u(x_1, x_2)\}^k = Ax_1^k + Bx_2^k \quad (3-19)$$

とおける。計算すると、

$$MU_1 = \partial U(x_1, x_2) / \partial x_1 = Akx_1^{k-1} \quad (3-20)$$

$$MU_2 = \partial U(x_1, x_2) / \partial x_2 = Bkx_2^{k-1} \quad (3-21)$$

が得られる。したがって、

$$MRS_{12}(x_1, x_2) = \{A/B\} \{x_2/x_1\}^{1-k} \quad (3-22)$$

最適消費計画のための条件である限界代替率 ($MRS_{12}(x_1, x_2)$) = 相対価格 (p_1/p_2) より、

$$(A/B) (x_2/x_1)^{1-k} = p_1/p_2$$

したがって、

$$p_2 x_2 = (B/A)^{(1/(1-k))} p_1^{(k/(1-k))} p_2^{-(k/(1-k))} (p_1 x_1) \quad (3-23)$$

(3-23) を予算制約式 (3-4) に代入して、変形すると、マーシャルの需要関数が

$$x_1^* = \{(A/p_1)^{(1/(1-k))} / Z\} M \quad (3-24)$$

$$x_2^* = \{(B/p_2)^{(1/(1-k))} / Z\} M \quad (3-25)$$

$$\text{ここで、} Z = (Ap_1^{-k})^{(1/(1-k))} + (Bp_2^{-k})^{(1/(1-k))} \quad (3-26)$$

として、計算できる。したがって、需要関数は、(p_1, p_2, M) に関して、0 次同次になっている。

間接効用関数は、(3-24) と (3-25) を (3-19) に代入して、 Z の定義を考慮すると、

$$\begin{aligned} U(x_1^*, x_2^*) &= v(p_1, p_2, M) \\ &= \{(Ap_1^{-k})^{(1/(1-k))} + (Bp_2^{-k})^{(1/(1-k))}\}^{1-k} M \end{aligned} \quad (3-27)$$

$\partial v / \partial p_1$, $\partial v / \partial p_2$, および、 $\partial v / \partial M$ を計算することにより、ロワの恒等式 (3-13A), (3-13B) が成立することを読者は、確かめることができる。

〔第 3 章の要約〕

- 1 予算制約線の傾きの絶対値は、相対価格をあらわす。
- 2 所得だけが変化すると、予算制約線は平行にシフトする。

- 3 第1財の市場価格だけが変化すると、予算制約線の回転シフトをもたらす。
- 4 すべての市場価格と所得が同じ割合で変化すると、予算制約線は変化しない。
- 5 効用水準を等しくする消費量の組合せの点の集合を無差別曲線という。
- 6 限界代替率は、主観的な第1財と第2財の交換比率をあらわす。
- 7 相対価格は、客観的な(市場の)第1財と第2財の交換比率をあらわす。
- 8 消費者は、限界代替率と相対価格を等しくすることにより、予算の範囲内で効用を最大にできる。その点を消費者均衡点あるいは、最適消費計画の点という。均衡の消費量を需要量という。
- 9 需要関数は、0次同次関数である。
- 10 間接効用関数は、与えられた価格体系と所得のもとで、達成可能な最大効用をあらわす。
- 11 ロフの恒等式を用いて、需要分析をおこなうことができる。
- 12 所得が増えると需要量が増える財を上級財、逆に減る財を下級財という。
- 13 需要の所得弾力性の値は、人や国により異なる。
- 14 価格が上昇すると、需要量は減少するのが一般的であるが、ギッフェン財の場合は、価格が上昇するとかえって需要量が増加する。
- 15 価格効果は、代替効果と所得効果の和に等しい。
- 16 需要の価格弾力性の値は、人や国によって異なる。
- 17 第 j 財の価格が上昇したとき、第 i 財の需要量が増加すれば、第 i 財は、第 j 財にたいして、粗代替財という。
- 18 第 j 財の価格が下落したとき、第 i 財の需要量が増加すれば、第 i 財は、第 j 財にたいして、粗補完財という。
- 19 効用関数が具体的に与えられると、需要関数を計算で求めることができる例がある。コブ=ダグラス型効用関数やCES型効用関数はその例である。

〈注〉

- 1) CES生産関数と同じ型のCES効用関数は、厳密には、 $\{u(x_1, x_2)\}^k = Ax_1^k + Bx_2^k$ であ

る。このとき、代替の弾力性 σ は、 $\sigma = 1 / (1 - k)$ となる。ここでは、 $\{u(x_1, x_2)\}^k$ を改めて、 $U(x_1, x_2)$ と置き換えている。限界代替率を計算すると、同じ値になっていることが確かめられる。違うのは、効用水準だけである。CES生産関数については、西村『ミクロ経済学入門』岩波書店、1986のp.145、より詳しくは、西村『ミクロ経済学』（東洋経済新報社）、1990のpp.197-200を見よ。

- 2) (3-5)より、効用水準 $u = u_0$ では、 $u_0 = U(x_1, x_2)$ 。したがって、 u_0 が定数であることに注意して、この式を全微分すると、 $0 = \{\partial U(x_1, x_2) / \partial x_1\} dx_1 + \{\partial U(x_1, x_2) / \partial x_2\} dx_2$ 。よって、 $MRS_{12}(x_1, x_2) = -(dx_2 / dx_1)_{u=u_0} = \{\partial U(x_1, x_2) / \partial x_1\} / \{\partial U(x_1, x_2) / \partial x_2\} = MU_1 / MU_2$ が得られる。
- 3) (3-8B)を発見者にちなみ、ゴッセンの第II法則ともいう。ゴッセンの第I法則は、限界効用逓減を主張している。
- 4) より正確には、消費者の好み(選好)にも依存しているが、この本では、好み(選好)を与件としているので、関数の中に明示的に表記しないが、需要関数が、消費者の好みに依存していることを覚えておいてもらいたい。需要関数がシフトする要因の一つである。
- 5) 通常の需要関数、マーシャルの需要関数、非補償需要関数などと呼ぶことがある。奥野・鈴村『ミクロ経済学I』岩波書店、1985のp.163を見よ。
- 6) 証明は、たとえば、武隈『ミクロ経済学』新世社、1989のp.62、または、注1)で引用した西村[1990]のpp.56-58を見よ。
- 7) Philips, L., *Applied Consumption Analysis* (North-Holland) 1974, pp.30-31および、pp.112-114を見よ。
- 8) (3-24)と(3-25)より、所得 M を消去すると、 $x_2^* = \{(Bp_1) / (Ap_2)\}^{1/(1-k)} x_1^*$ が得られる。これが、所得-消費曲線である。
- 9) コブ=ダグラス型効用関数は、 $U(x_1, x_2) = Sx_1^a x_2^b$ 、ここで、 $S > 0$, $a > 0$, $b > 0$ である。このとき、需要関数を求めると(たとえば、賀川『演習ミクロ経済学』日本評論社、1990のpp.93-94を参照せよ)、 $x_1^* = \{a / (a + b)\} (M / p_1)$, $x_2^* = \{b / (a + b)\} (M / p_2)$ 。したがって、第1財の需要量は、第1財の価格のみに依存し、第2財の需要量は、第2財の価格のみに依存している。
- 10) ヒックス (Sir John Hicks, 1904-89) とアレンは、後に、この性質を再発見した。ヒックス (安井琢磨・熊谷尚夫訳)『価値と資本I・II』(岩波書店、1965)を見よ。

- 11) ギッフェン財を生じる効用関数の例は、Wold, H. & L.Juréen, *Demand Analysis* (John Wiley, 1953)のpp.101-102または、Katzner, D.W., *Static Demand Theory* (Macmillan, 1970)のp.60にある。

■演習問題 (ヒント：問題(1)については、賀川 [1990] のpp.93-97, および、問題(2)については、本書第3章第3節を参照せよ)

(1) 効用関数が、 $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ で与えられている。

- 1) 市場価格体系が、 $p_1=100$, $p_2=200$, 所得 $M=30000$ のとき、第1財と第2財の需要量をそれぞれ求めなさい。
- 2) $p_1=100$, $p_2=200$ で、所得が、 $M=30000$ から $M'=33000$ に増加したとき、第1財と第2財の需要量をそれぞれ求めなさい。また、第1財と第2財の需要の所得弾力性の値をそれぞれ求めなさい。
- 3) $p_2=200$, $M=30000$ で、第1財の価格が $p_1=100$ から $p_1'=120$ に上昇したとき、第1財と第2財の需要量をそれぞれ求めなさい。また、第1財の需要の価格弾力性の値と第2財の交差弾力性の値をそれぞれ求めなさい。

(2) 効用関数が、 $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ で与えられている。

- 1) 市場価格体系が、 $p_1=100$, $p_2=200$, 所得 $M=30000$ のとき、第1財と第2財の需要量をそれぞれ求めなさい。
- 2) $p_1=100$, $p_2=200$ で、所得が、 $M=30000$ から $M'=33000$ に増加したとき、第1財と第2財の需要量をそれぞれ求めなさい。また、第1財と第2財の需要の所得弾力性の値をそれぞれ求めなさい。
- 3) $p_2=200$, $M=30000$ で、第1財の価格が $p_1=100$ から $p_1'=120$ に上昇したとき、第1財と第2財の需要量をそれぞれ求めなさい。また、第1財の需要の価格弾力性の値と第2財の交差弾力性の値をそれぞれ求めなさい。

(鵜沢 秀)